

偵「四」物語--奠基模組轉化成奠基進教室的轉化手冊大綱

壹、要融入的單元內的教材地位分析

單元對應十二年國教課程綱要之學習重點	
學習表現	s-IV-8 理解特殊三角形（如正三角形、等腰三角形、直角三角形）、特殊四邊形（如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、箏形、梯形）和正多邊形的幾何性質及相關問題。
學習內容	S-8-9 平行四邊形的基本性質：關於平行四邊形的內角、邊、對角線等的幾何性質。 S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質：長方形的對角線等長且互相平分；菱形對角線互相垂直平分；箏形的其中一條對角線垂直平分另一條對角線。 S-8-11 梯形的基本性質：等腰梯形的兩底角相等；等腰梯形為線對稱圖形；梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底。

貳、相關的數學奠基模組概述

本模組並非轉化自原有的數學奠基模組，但可視為「第四期數學奠基活動模組-猜猜我四誰」內容之延伸。

「猜猜我四誰」設計主軸是：利用兩個全等三角形拼湊出四邊形，藉此觀察四邊形的邊、角關係及其相關性質。當時的設計重點擺在特殊四邊形的外觀，但並未提及四邊形的對角線。

本模組「偵四物語」將特殊四邊形的性質延伸至對角線的範疇，透過第二代幾何扣條的操作，搭配數學臆測的想法，讓學生懂得如何利用對角線來建構四邊形，最後再透過建構圖，引導學生進行特殊四邊形的分類活動。

因此，上述兩模組若搭配使用，可使學生對於特殊四邊形相關性質的知識臻於完備。

參、單元教材與奠基活動和奠基精神的連結(含連結的目標與方式)

奠基連結的單元目標	奠基連結方式
理解特殊四邊形的基本性質	透過扣條操作，具體感受四邊形的「形」，並直觀且自然的觀察出特殊四邊形的基本性質。
理解特殊四邊形的對角線性質	利用扣條做為對角線，結合數學臆測的概念，讓學生完成命題：「若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為_____形」的臆測、檢驗與修正，學生自行操作教具、自行發現問題並修正，有助於強化學生對於特殊四邊形對角線的理解與感覺。
理解特殊四邊形的包含關係	扣條可扣合出動態的四邊形或動態的對角線，變動過程中形不斷的改變，可能會在某個 moment 從某個形狀突然的變成另一個形

	狀，例如：平行四邊形在直角的時後會變成長方形，因此我們可將長方形視為平行四邊形的特例，透過此現象可讓學生理解，這些特殊四邊形之間是有隸屬關係(包含關係)的，並非是全然切割開來的。 學生理解四邊形之間存在包含關係之後，活動最後再透過學習單，引導學生繪製四邊形分類建構圖，幫助學生有系統的理解四邊形的包含關係。
--	---

肆、單元內的學習重點的調整(與平常教學的區別)

教科書中關於特殊四邊形的基本性質及對角線性質，通常是單向的傳授知識，書上的四邊形是靜態的、是死板板的，教師透過數學的證明一一闡述相關性質，少了點感覺、少了點味道，本模組透過下列方式，讓四邊形活起來、讓數學更直觀，無需過多的證明，那些感覺、圖像，便能深深烙印在學生的腦海裡。

- 一、 **教具操作**：學生具體操作教具，自行觀察特殊四邊形的性質並建立心像，教師的功能在於引導與提問來引發思考，因此教師不宜介入太多，亦無需急著證明相關性質。
- 二、 **數學臆測**：導入「若 P 則 Q」的命題模式，並以數學臆測的模式進行「臆測→檢驗→修正」的流程，此模式學生較為陌生，教師是很重要的引導角色，別急著否定學生或是幫學生下結論，讓學生自己操作自己 try，從失敗中不斷修正，印象會更為深刻。

伍、教師診斷介入

診斷目標	教師診斷介入
引導學生思考四邊形(及其對角線)的性質	學生利用扣條扣出四邊形(或對角線)後，教師詢問學生：你怎麼做的？扣哪裡？拿多長的扣條？角度需要固定嗎？……等等的問題，幫助學生釐清相關性質。
引導學生思考四邊形的包含關係	部分學生仍然認為各種四邊形之間是完全切割開來的，因此長方形的長、寬一定要一長一短，菱形的對角線不能一樣長……，教師透過問答與學生對話的同時，應適時的介入澄清，透過動態的四邊形扣條(或是對角線)讓學生看見包含的關係。
引導學生利用建構圖進行特殊四邊形的分類	學生學習歷程中較少有分類活動，因此教師宜先示範一套有系統的分類方式，在活動二的分類活動中，教師先以四邊形邊長為分類依據，帶著學生跑一次建構圖的流程，再讓學生以四邊形的對角線為分類依據，自己試著進行一次四邊形的分類。

陸、師生共建/生生共建的介入

數學發現	師生共建/生生共建
將四邊形(及其對角線)的性質轉化成數學語言。	利用扣條觀察四邊形性質時，先讓學生用自己的語言來闡述會較有感覺，例如：一樣顏色、一樣長、互相扣在正中間、兩條垂直、有一條被切一半……等，但是這樣的語言不便紀錄，因此當

(對邊等長、對角線互相平分、互相垂直……等)	學生對該性質有感之後，教師再介入與學生一起討論更為精簡有效的紀錄方式，師生共同建立更有感的數學語言。
------------------------	--

柒、教案

編號： (由主辦單位填寫)

奠基單元名稱	特殊四邊形的性質	適用年級	九年級
模組活動名稱	偵「四」物語	教學時數	2(或 3)節
設計者	臺南市永康國中巫佳錚、楊智強	指導教授	央團退休諮詢教師林壽福老師
設計依據			
學習表現	s-IV-8 理解特殊三角形（如正三角形、等腰三角形、直角三角形）、特殊四邊形（如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、箏形、梯形）和正多邊形的幾何性質及相關問題。	核心素養	數-J-A1 對於學習數學有信心和正向態度，能使用適當的數學語言進行溝通，並能將所學應用於日常生活中。 數-J-B1 具備處理代數與幾何中數學關係的能力，並用以描述情境中的現象。能在經驗範圍內，以數學語言表述平面與空間的基本關係和性質。
學習內容	S-8-9 平行四邊形的基本性質：關於平行四邊形的內角、邊、對角線等的幾何性質。 S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質：長方形的對角線等長且互相平分；菱形對角線互相垂直平分；箏形的其中一條對角線垂直平分另一條對角線。 S-8-11 梯形的基本性質：等腰梯形的兩底角相等；等腰梯形為線對稱圖形；梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底。		
學習目標			
1. 學生能透過教具(扣條)操作，實際感受各種四邊形的「形」，藉以建立具體心像，並從扣條動態的變化中觀察其「不變性」，即為該四邊形的性質。 2. 學生能透過「臆測、檢驗、修正」的過程，對於特殊四邊形的對角線性質有更為深刻的認識與了解。 3. 學生能透過有系統的方式，將習得的特殊四邊形進行分類，並理解其包含關係。			
教學活動設計			
實施方式		教學筆記	

◎ 教學設備：第二代幾何扣條、學習單。

註：此扣條除了頭尾可扣，中間亦有若干等距可扣合的點，故可做為四邊形的對角線來操作。



活動一：認識特殊四邊形的性質

一、六個特殊四邊形

1. 操作：請學生利用扣條，做出長方形、正方形、平行四邊形、菱形、箏形及等腰梯形這六種以前學過的特殊四邊形。(A)

2. 提問：教師針對各種形狀逐一討論，透過問答確認學生知道該四邊形的結構以及肉眼可觀察出的相關性質。例：

師：拿起你的平行四邊形，告訴我你怎麼做的。

生：我拿兩個顏色各兩條來扣。

師：隨便扣嗎？

生：間隔扣。

師：角度呢？

生：隨便。

(可能有學生會說不可以 90 度，下面第 3 點說明)

師：那麼從這個平行四邊形身上你可以看到哪些性質？

生：對角相等、對邊等長.....

3. 澄清：由於扣合後的四邊形是可以動的，教師可透過動態的四邊形引導學生理解四邊形之間的包含關係，例如：平行四邊形在角度變動的過程中，會發生直角的狀況，此時四邊形會變成長方形，但是長方形亦滿足構成平行四邊形的條件，因此可將長方形視為平行四邊形的特例，我們將長方形歸類為平行四邊形的一種，也就是說這兩個圖形並非是完全切割開來，而是有隸屬關係(包含關係)的。(B)(C)

4. 引導：為了讓四邊形可以固定不動，我們可以做些什麼事呢？此時對角線會被自然引出，教師可透過觀察長方形的對角線引導學生進入下一個活動。(D)



二、特殊四邊形的對角線(搭配附件一-特殊四邊形的對角線學習單)

1. 猜一猜：給定命題「若一四邊形的兩條對角線等長，則此四邊形為長方形」，讓學生猜測命題是否正確。
2. 動一動：請學生將方才的四邊形拆掉，接著利用兩條扣條做為對角線，針對命題進行檢驗。
3. 想一想：引導學生在「兩對角線必須張出長方形」的條件下，

A. 若之前平面圖形單元學生已經基本認識特殊四邊形，則此步驟進度可加快，但若此教學活動是學生在國中首次遇到四邊形，則建議多花時間讓學生摸索，並透過適當提問讓學生進行觀察與思考，以建立圖形的心像。(可能需要多花一節課的時間)

B. 四邊形的包含關係對學生來說較難理解，這裡可透過四邊形動態的變化來說明，但請勿急著歸納、整理，教學中有機會的話順便提及即可，待本課程完整進行之後，再利用附件二學習單幫助學生進行統整。

C. 六個特殊四邊形提問及澄清步驟重複進行。

D. 引導範例：

教師以長方形為例，學生都知道扣住一條對角線之後長方形就會固定不動了，但是這裡要注意選擇適當的扣條才能扣出直角三角形，如果長度太長或太短，長方形就無法維持直角。亦即一條對角線雖可將四邊形固定，但兩條對角線才能確定長方形的形狀。

師：現在我們扣住了一條對角線，但是我們要如何確定它還是長方形？

生：再扣一條。

師：隨便扣一條嗎？

生：扣一條一樣長的。

教師扣上對角線確認形狀，並引導學生思考，若只用對角線，是否可建構出某個目標四邊形。

師：大家都知道長方形的兩條對角線一樣長，那麼如果我用兩條一樣長的扣條當對角線，就可以建構出長方形嗎？

生：可以。

師：那麼請大家思考一下這句話對不對：「若一四邊形的兩條對角線等長，則此四邊形為長方形」。

(學生通常會忽略對角線互相平分這個性質，而認為上述敘述正確，這裡先不糾)

探討對角線除了等長之外還需要哪些條件，並且根據觀察結果修改原錯誤命題成為新的臆測「若一四邊形的兩條對角線等長且互相平分，則此四邊形為長方形」。(E)

4. 驗一驗：請學生依據新的臆測條件進行操作，在對角線等長且互相平分的條件下，改變兩對角線長度、調整夾角，確認所張出之四邊形是否必為長方形，用以檢驗並確認臆測。

(搭配方格紙讓學生擺放對角線，藉以觀察其所張出的形狀。)

5. 註 1：在討論長方形對角線夾角時，可能會有學生說：「不能是 90 度」，因為會變成正方形，此時教師可藉機說明，在對角線夾角不斷變動中，剛好 90 度的那一刻會是正方形，其他角度都是長方形，然而正方形的對角線亦滿足長方形對角線的條件，因此正方形可視為長方形的特例，我們將其歸類為長方形的一種，所以描述長方形的對角線結構時，不必把夾角 90 度的情況扣除。

6. 重複猜一猜、動一動、想一想、驗一驗的程序，直至六個特殊四邊形皆完成命題的猜測與檢驗。

「若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為_____形」。(F)

活動二、四邊形分類活動(搭配附件二-四邊形分類學習單)

一、進行附件二-四邊形分類學習單

本學習單分為兩部分：(1) 以「邊長」做為分類依據。(2) 以「對角線」做為分類依據。由於學生先前並無四邊形分類經驗，因此建議教師先引導學生依邊長性質對特殊四邊形進行分類，完成第一頁學習單，再讓學生自行依照四邊形對角線性質完成第二頁對角線分類學習單。

1. 教師帶領學生依邊長為分類依據進行分類，完成第一頁學習單。

(引導流程說明)在活動一-1 中，我們使用扣條做出了六種特殊四邊形，它們彼此有一些特徵相同，有些特徵相異，我們可以透過這些相同或相異的特徵幫四邊形進行分類。

首先我們注意到這六個特殊四邊形都至少有兩個邊是等長的，等長的邊放置的位置則有鄰邊和對邊，而有些四邊形同時滿足鄰邊和對邊等長；另一方面以夾角來看，有的四邊形內角皆為直角，有的四邊形則不受角度限制，因此我們可以從邊長是否滿足「鄰邊等長」或「對邊等長」做為第一層分類，接著再針對內角是否為直角進行細部分類。

2. 學生仿照邊長分類的建構流程，自行完成依據對角線進行分類

正，但可以詢問學生是或否的理由，等學生操作教具之後自行發現錯誤，再來討論。)

E. 師生對話範例：

師：請大家用兩條扣條扣出長方形的對角線，並告訴我你是怎麼扣的。

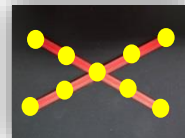
生：拿兩條一樣長的，然後扣起來。

師：大家都拿兩條一樣長嗎？

生：對。

師：然後隨便扣嗎？

生：不是，是扣在第三個。



師：所有人都扣在第三個嗎？

生：我不是。

師：那麼要扣哪裡？

生：扣在正中間。

師：哪一條扣在正中間？

生：兩條都扣在正中間。

師：然後這樣就好了嗎？動來動去有關係嗎？

生：沒關係/不能是 90 度(註 1)。

師：好的，那麼我們再來確認一次，如何用兩條扣條扣出長方形的對角線？

生：拿兩條一樣長的，然後兩條互扣在正中間。

師：那麼現在請修改一下剛剛的命題，讓它變成正確的。(用學生的語言即可，如：交點在正中間，「互相平分」這個詞可等最後再引導學生說出來)

F. 學生先自行完成命題，接著操作扣條檢驗，教師搭配提問澄清，最後學生修改命題並檢驗。

的第二頁學習單。

二、不同分類法的比較

學生完成兩頁學習單後，請學生互相對照一下，不同的分類切入點，是否有相似的結果，接著引導學生發現，流程圖中上方圖形的性質，其下方圖形都會擁有，因此越下方的圖形擁有越多的性質，而流程圖中下方的圖形，都算是其上方圖形的其中一種，藉此引導學生理解特殊四邊形的包含關係。

-----課程結束-----

教學設備：

- ◎ 第二代幾何扣條(博士兒出版)
- ◎ 學習單(詳附件一、二)
- ◎ 方格紙



捌、給老師的話

本教案增置一欄位「教學筆記」，此為筆者實際上課所注意到的相關事項，建議教師搭配教學活動流程一起享用，能使教學流程更為順暢。

在第四期奠基模組中，有一模組為「猜猜我四誰」，該模組也是談特殊四邊形，但主要是從四邊形的外觀來談，本模組將四邊形的性質延伸至對角線的範疇，讓學生學習另一種四邊形的分類方式。因此教學筆記 A 中提及「若此教學活動是學生在國中首次遇到四邊形，則建議多花時間讓學生摸索，並透過適當提問讓學生進行觀察與思考，以建立圖形的心像。」，若時間允許的話，教師亦可先使用第四期模組「猜猜我四誰」進行四邊形外觀性質的奠基，再使用本模組導入對角線性質，使學生對於四邊形相關性質的知識臻於完備。

玖、附件

- 一、附件一：活動一-特殊四邊形的對角線學習單
- 二、附件二：活動二-四邊形分類學習單

特殊四邊形的對角線 學習單

壹、長方形的對角線

一、猜一猜：「若一四邊形的兩條對角線等長，則此四邊形為長方形。」

問題 1、你認為上面這句話是對的嗎？

☐對 ☐不對

二、動一動：請你拿兩條相同長度的扣條作為對角線，試試看能張出什麼樣的四邊形。

問題 2、不管對角線交點如何變換，張出來的四邊形都會是長方形嗎？

☐是 ☐不是

問題 3、再確認一次，你認為「若一四邊形的兩條對角線等長，則此四邊形為長方形。」這句話是對的嗎？

☐對 ☐不對

三、想一想：請你用兩條相同長度的對角線，設法張出一個長方形，並仔細觀察。

問題 4、根據觀察到的特徵，請修改條件使其正確。

若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為長方形。

四、驗一驗：利用問題 4 中你修正的答案做為條件，試著變動這兩條對角線的夾角，並觀察不同夾角所張出的四邊形。

問題 5、在兩條對角線滿足問題 4 中修正的條件後，不論對角線的夾角如何變動，所張出的四邊形都會是長方形嗎？如果是，請再確認一次正確的命題。

☐是 ☐不是

※ 正確命題：若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為長方形。

貳、其他特殊四邊形的對角線

一、猜一猜

若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為正方形。
若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為菱形。
若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為箏形。
若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為平行四邊形。
若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為等腰梯形。

二、動一動

請利用符合上述條件的對角線進行操作，並將所有可能出現的四邊形及對角線紀錄下來，看看是否都滿足該四邊形。

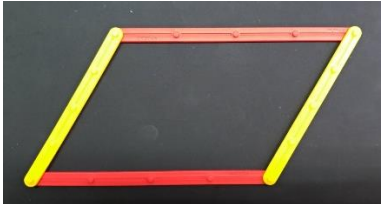
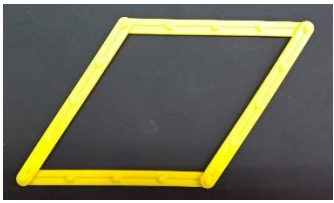
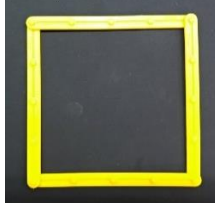
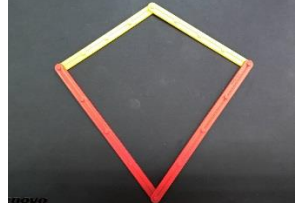
三、想一想

請收集同組其他組員的該四邊形一起觀察，看看這些四邊形的對角線有什麼共同的特徵，並依此修正最初的猜測。

四、驗一驗

在滿足修正過的條件之後，再次確認是否所有滿足條件的對角線都會張出相同類別的四邊形，並寫下最後的結論。

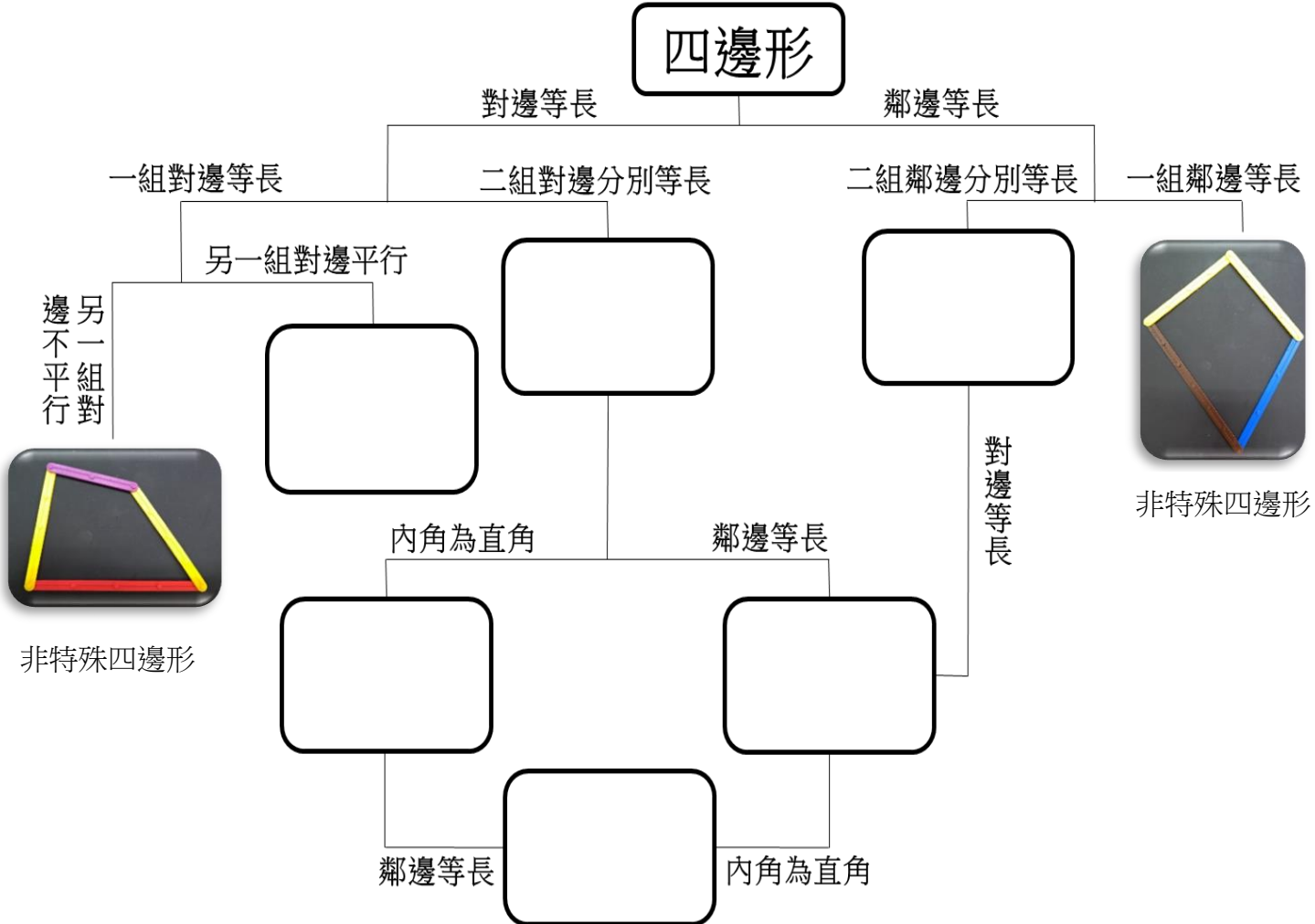
四邊形分類(邊長) 學習單

		
平行四邊形	長方形	等腰梯形
		
菱形	正方形	箏形

說明：

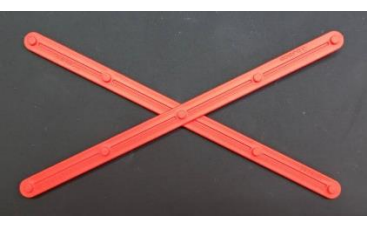
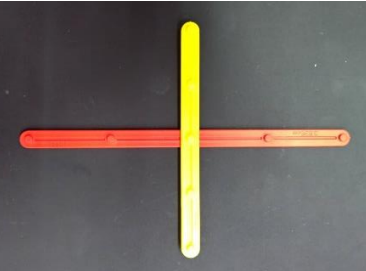
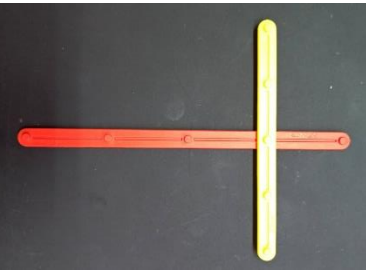
在活動一-1 中，我們使用扣條做出了上述六種特殊四邊形，它們彼此有一些特徵相同，有些特徵相異，我們可以透過這些相同或相異的特徵幫四邊形進行分類。

首先我們注意到這六個特殊四邊形都至少有兩個邊是等長的，等長的邊放置的位置則有鄰邊和對邊，而有些四邊形同時滿足鄰邊和對邊等長；另一方面以夾角來看，有的四邊形內角皆為直角，有的四邊形則不受角度限制，因此我們可以從邊長是否滿足「鄰邊等長」或「對邊等長」做為第一層分類，接著再針對內角是否為直角進行細部分類。



四邊形分類(對角線)

學習單

		
平行四邊形	長方形	等腰梯形
		
菱形	正方形	箏形
說明： 在活動一-2 中，我們使用扣條做出了上述六種特殊四邊形的對角線，它們彼此有一些特徵相同，有些特徵相異，我們可以透過這些相同或相異的特徵幫四邊形進行分類。 首先我們注意到這些四邊形對角線扣合的位置，有大部分是互相平分的，而長度的部分，則又可細分出等長的類別，另外夾角的部分，有的對角線會互相垂直，因此我們可以從對角線是否滿足「互相平分」來做第一層分類，接著再針對對角線是否等長或互相垂直進行細部分類。		

對角線無平分情形，但對角線等長且相交後為線對稱圖形。

對角線互相平分

四邊形

一條對角線平分另一條

對角線垂直

對角線不垂直

對角線等長

對角線垂直

對角線互相平分

非特殊四邊形

對角線垂直

對角線等長

