



教育是幫孩子裝上
飛向夢想的翅膀

奠基進教室-偵四物語

特殊四邊形對角線的臆測與推論

分享者：臺南市永康國中 巫佳錚



數學奠基進教室設計理念



激發學生
內在學習
的動機



主動
營造數學感
的過程



提供師生、生生
共建數學
的機會

從四邊形談起



1. 關於四邊形，國小學過哪些內容？

2. 國中學生第一次接觸四邊形是在什麼時候？內容談了些什麼？

從四邊形談起-小學篇



S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。



S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。



從四邊形談起-小學篇



S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)



認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。



從四邊形談起-小學篇



S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角……(略)。平行四邊形的對邊相等、對角相等。



S-5-2 三角形與四邊形的面積：(略)

從四邊形談起-小學篇

S-5-4 線對稱：…(略)。

※ 備註：從操作活動察覺正三角形、等腰三角形、正方形、長方形、菱形、
箏形(箏形指圖形，名詞不出現)、等腰梯形是線對稱圖形(避免告知)。

從四邊形談起-中學篇



S-7-5 線對稱的基本圖形：等腰三角形；
正方形；菱形；箏形；正多邊形。



S-8-9 平行四邊形的基本性質：…(略)。



S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質：



S-8-11 梯形的基本性質：…(略)。

從學生的回答中發現問題

七上2-1課本中的隨堂練習：

欲將 n 個邊長為1的小正方形緊密排列拼成長方形，且不會剩下任何小正方形，則 $n=36$ 時可以拼出幾種不同形狀的長方形？

從問題中重新審視教學



國小和國中對於四邊形的詮釋，最大的差別是什麼？



若學生對四邊形的理解持續停留在小學階段，那麼我們的教學中是否漏掉了什麼？如何補足？



再回頭看一下課綱…



S-7-5 線對稱的基本圖形：等腰三角形；
正方形；菱形；箏形；正多邊形。



S-8-9 平行四邊形的基本性質：…(略)。



S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質：



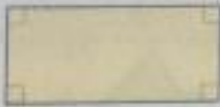
S-8-11 梯形的基本性質：…(略)。

再回頭看一下我們的教學

我們如何讓學生理解，
正方形是長方形的一種？

這是課本內容，僅用了
「半頁」，就「搞定」了
四邊形的包含關係。

四邊形可依內角角度或邊長關係來分類，常見的特殊四邊形如下：

長方形（矩形）	正方形	菱形
		
四個角皆為直角	四個角皆為直角， 且四邊等長	四邊等長
平行四邊形	梯形	箏形（鸞形） ¹
		
有兩組對邊分別平行	只有一組對邊平行， 另一組對邊不平行	有兩組鄰邊分別等長

隨堂練習

2

判斷右圖分別是下列哪些四邊形。

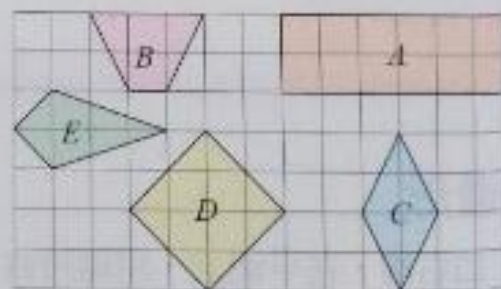
正方形： D

長方形： A、D

菱形： C、D

箏形： C、D、E

梯形： B



真的搞定了嗎？



定義？性質？傻傻分不清楚？



到底誰是誰的一種？



正方形：四個角皆為直角且四邊等長。



長方形：四個角皆為直角。

搞不清楚包含關係有關係嗎？



決定了！好好談包含關係！

※ 必備武器：扣條、扣條、扣條！

※ 必殺技：玩扣條，發現會動的四邊形。

※ 任務1：從動態的四邊形，理解包含關係：

平行四邊形→長方形(0:41-2:13)

菱形→正方形

決定了！好好談包含關係！



※ 任務2：從動態的四邊形，理解包含關係：

平行四邊形→菱形

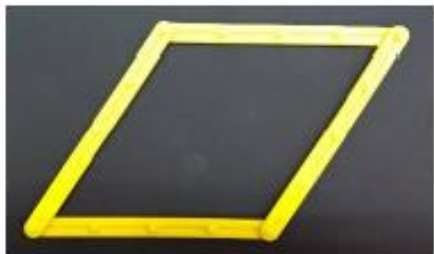
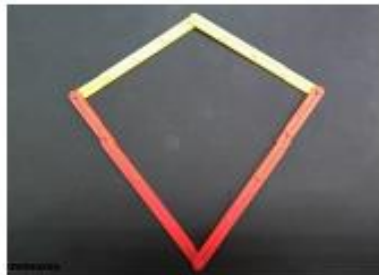
長方形→正方形



※ 追加技能：箏形、梯形



※ 大魔王：四邊形分類活動(附件二學習單)

		
平行四邊形	長方形	等腰梯形
		
菱形	正方形	箏形

說明：

在活動一-1 中，我們使用扣條做出了上述六種特殊四邊形，它們彼此有一些特徵相同，有些特徵相異，我們可以透過這些相同或相異的特徵幫四邊形進行分類。

首先我們注意到這六個特殊四邊形都至少有兩個邊是等長的，等長的邊放置的位置則有鄰邊和對邊，而有些四邊形同時滿足鄰邊和對邊等長；另一方面以夾角來看，有的四邊形內角皆為直角，有的四邊形則不受角度限制，因此我們可以從邊長是否滿足「鄰邊等長」或「對邊等長」做為第一層分類，接著再針對內角是否為直角進行細部分類。

四邊形

對邊等長

鄰邊等長

一組對邊等長

二組對邊分別等長

二組鄰邊分別等長

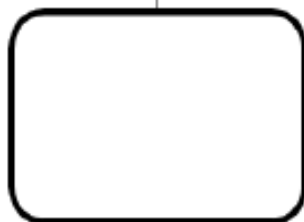
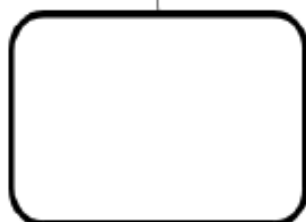
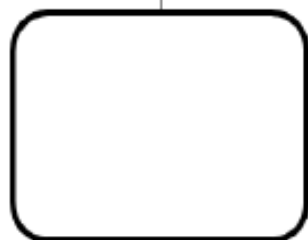
一組鄰邊等長

另一組對邊平行

另一組對邊不平行



非特殊四邊形

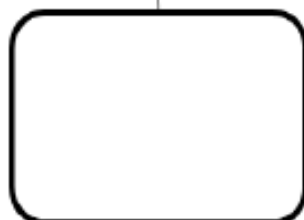
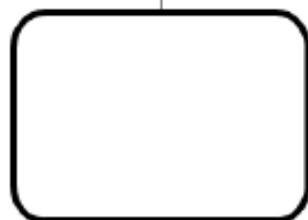


非特殊四邊形

對邊等長

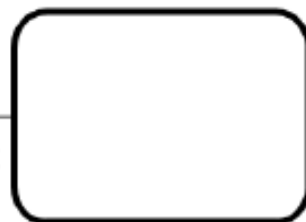
內角為直角

鄰邊等長



鄰邊等長

內角為直角



修練完畢，可以談對角線了



引入對角線的需求是什麼？



認識四邊形對角線的性質有什麼好處？



教學流程(附件一學習單)

- **給定偽命題**：若一四邊形的兩條對角線等長，則此四邊形為長方形。
- **修正命題**：若一四邊形的兩條對角線_____，則此四邊形為長方形。
- **檢驗並確認**：若一四邊形的兩條對角線等長且互相平分，則此四邊形為長方形。

長方形對角線的臆測-偽命題

你覺得下列敘述是否正確？

若一四邊形的兩條對角線等長，

則此四邊形為長方形。

☐ 是 ☐ 否，理由：_____

教學流程(附件一學習單)

- 針對其他特殊四邊形對角線的充分條件進行猜測：

若一四邊形的兩條對角線_____，
則此四邊形為正方形(菱形、箏形、平行四邊形、等腰梯形)。

- 檢驗並修正。
- 再檢驗並確認。

看個影片

偵四物語



用臆測的角度來談對角線

- 讓學生發展自己的數學語言，並親自參與由非正式轉化為正式數學語言的過程。
- 幫助學生建立數學猜想的探究模式「臆測→檢驗→修正」，並引入「若P則Q」的語句，引導學生進行邏輯性的思考。

學生常見的問題

- 列舉觀察到的所有性質來當充分條件。

教師介入：協助學生釐清思緒並精簡之。

- 漏寫部分的充分條件。

教師介入：舉反例感受不足，並進行修訂和補充。

在教學之後……



來個多元評量吧！

犯人就「四」你



交流時間～

謝謝指教～