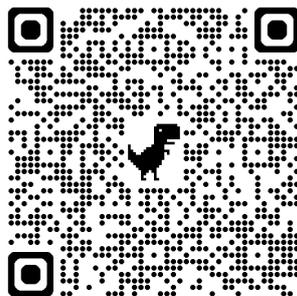


《數學素養微型活動：兩變量間的關係》

| 模組名稱 | 兩變量間的關係 | 設計師 | 林柏寬 | | |
|----------|-------------------|--|---------|-----|-----|
| 適用年級(主題) | 七下(N) | 指導教授 | 林福來 | | |
| 數學主題 | 正比與反比 | 21世紀思考素養 | 系統性思維 | | |
| 微型活動 | 教案名稱 | 適用課本單元 | 思考素養的元素 | | |
| 一 | 味道一樣 | 六上單元 比、比值與正比 七下第二冊3-1 比例式 七下第二冊3-2 正比 | 找元素 | 找關係 | 建系統 |
| 二 | 土地重劃 | 七下第二冊3-2 正比與反比 | 找元素 | 找關係 | 建系統 |
| 三 | 運動中的正反比關係 | 七下第二冊3-2 正比與反比 | 找元素 | 找關係 | 建系統 |
| 四 | 兩變量的關係系統： 加減乘除 | 七下第二冊3-2 正比與反比 | 找元素 | 找關係 | 建系統 |



<https://youtu.be/N6Exi jLP19A>

壹、 單元學習目標

一、學習表現

- n-III-9 理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。
- n-IV-4 理解比、比例式、正比、反比和連比的意義和推理，並能應用到日常生活的情境解決問題。

二、學習內容

- N-6-6 比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。
- N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義的比值為例。

貳、 素養微課程活動設計目標與核心概念

一、數學單元或主題

【翰林版】六上

第 6 單元比、比值與正比/ 6-1 認識比和比值、6-2 比的相等關係與應用

【南一版】六上

第 4 單元比、比值/4-1 比、4-3 相等的比

【康軒版】六上

第 9 單元比、比值與成正比/ 9-1 比與比值、9-2 相等的比

【翰林版】七下 3-2 正比與反比

二、課程目標與核心概念

- 1、探究正比與反比的核心概念，探究兩個變數之間的變化情形，而不是單純地記憶 $y = kx$ 或 $xy = k$ 的冰冷公式。
- 2、無論是正比或反比，探討 x 、 y 兩變數之間的共變情形所構築的不同關係，透過牌卡遊戲、畫出面積相等的長方形或是情境分類卡等活動，讓學生逐步奠基，並在分類與觀察中發展深化概念。
- 3、釐清常見的迷思概念，同時增加，一定是正比嗎？一增一減，一定是反比嗎？

三、數學領綱的核心素養

- 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。
- 數-J-A2 具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。
- 數-J-C2 樂於與他人良好互動與溝通以解決問題，並欣賞問題的多元解法。

四、廿一世紀素養技能

本活動設計採用「系統性思維」的素養技能，三元素分別為找元素、找關係、建系統。在正比與反比的活動設計中，「系統性思維」有下列的應用：

1. 理解關聯性：學生可以透過「系統性思維」的素養技能來分別理解「正比」、「反比」與兩者之間的關聯性。例如，學生可以探究如何改變一個變數會影響另一個變數，並理解這種關係如何在不同的情境中運作。
2. 模型建立：學生可以使用「系統性思維」的素養技能來建立模型，模擬「正比」和「反比」的情況。這可以幫助他們更容易地理解這些概念，並預測在特定情況下的結果。
3. 問題解決：當面臨生活中的實際問題時，學生可以利用「系統性思維」的素養技能來找出最佳的解決方案。例如，他們可以分析問題，找出影響結果的關鍵因素，然後使用「正比」或「反比」的原理來解決問題。
4. 批判性思考：「系統性思維」的素養技能也可以幫助學生發展批判性思考的技巧。

五、教材設計理念

有感的操作活動，正反比的情境分類卡，乃至於活動造例等設計，在在希望培養學生藉由找元素、找關係、建系統的思緒脈絡，逐步涵養「系統性思維」的素養技能。學生怎麼想的、怎麼做的，分享溝通的歷程中就凝聚了共識(語言)，共識如何以符號表徵呈現出來，進行形式化其關係式，這般的素養技能正是教材設計的初衷。

參、微型活動

微型活動一：味道一樣

微型活動面向：

| | | | | |
|------|---|------|-------|---------------------|
| 教學內容 | 以「特調高手」的卡牌遊戲，讓學生透過卡牌操作，體驗「濃縮果汁」與「水」二個數量之間的關係與變化，形成一系列正比的感覺、辨識與形式化。 | | | |
| 活動說明 | <p>(一) 卡牌介紹：共 72 張(如附件 1)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 濃縮果汁與水卡牌(卡牌上標示濃縮果汁與水的杯數)有 56 張，指定牌有 4 張，60 張。 2. 酸甜牌(卡牌上標示「味道一樣」、「味道較濃」、「味道較淡」)，共有 12 張。 3. 指定牌是指玩家可指定為任意數字的卡牌。 <p>(二) 遊戲規則：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 一組有 6 位玩家，每位玩家手上有 8 張(濃縮果汁與水)卡牌，每次出牌時先翻 1 張酸甜牌，根據酸甜牌的指令打出符合指令的濃縮果汁與水卡牌。沒有牌可以打或不想出牌的玩家可以喊「PASS」，喊「PASS」的玩家，當次回合則不可以再出牌，並補上 1 張(濃縮果汁與水)卡牌。(濃縮果汁與水)卡牌若不夠，則從棄牌區重新洗牌補牌。 2. 指定卡牌，玩家可指定為任意數字。 3. 當另三位玩家均喊「PASS」，則重開新局的玩家稱為關主，重翻 1 張酸甜牌，根據酸甜牌的指令打出符合指令的(濃縮果汁與水)卡牌 4. 先將手上所有卡牌打完的玩家為第一名，第二位將所有卡牌打完為第二名，以此類推。 | | | |
| 活動過程 | ■ 啟思 | ■ 操作 | ■ 觀察 | ■ 歸納或形成結論 ■ 詮釋結果 |
| 元素 | ■ 找元素 | | ■ 找關係 | □ 建系統 |

活動時間：16 分鐘

活動流程：

| | |
|--|------------------------|
| <p>活動操作</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 濃縮果汁與水卡牌共 60 張均勻洗牌，發給每位玩家 10 張濃縮果汁與水卡牌。 2. 猜拳決定誰先翻牌，翻開酸甜牌的玩家為該局關主，玩家再依序將手中符合指令的濃縮果汁與水卡牌出牌。以「味道一樣」的酸甜牌為例，濃縮果汁與水卡牌「4：4」的牌卡與「2：2」、「3：3」相同。以「味道較濃」的酸甜牌為例，若關主打出濃縮果汁與水卡牌「4：6」的牌卡，接下來的玩家 | <p><u>8</u> 分鐘</p> |
|--|------------------------|

出牌，要打出比「4:6」味道濃的牌卡，例如，「3:4」、「6:8」、「5:6」等等(只要比「4:6」味道濃都可以)。以「味道較淡」的「酸甜牌」為例，若關主打出「濃縮果汁與水卡牌」「5:10」的牌卡，接下來的玩家出牌，要打出比「5:10」味道淡的牌卡，例如，「3:10」、「3:12」等等(只要比「5:10」味道淡都可以)。

※為了讓低成就的孩子能積極參與遊戲，且創造同儕間的學習機會，玩家打出與重開新局玩家一樣的牌卡也是可以接受。。

3. 如果玩家沒有牌可以出或不想出牌，則喊「PASS」，補上1張「濃縮果汁與水卡牌」。
4. 玩家若對卡牌組合有疑慮，可對他人提出挑戰。被挑戰者要說明「味道一樣」、「味道較濃」或「味道較淡」的理由，若說明後發現出牌錯誤則必須收回打出卡牌，並暫停乙次出牌。
例如：關主翻開「味道較濃」的「酸甜牌」後，打出「濃縮果汁與水卡牌」「3:8」，下一位打出「2:4」時，被其它玩家挑戰。他可能會說明：因為「3:8」的比值只有「 $\frac{3}{8}$ 」，我打出的「2:4」擴分之後是「 $\frac{4}{8}$ 」，當然比較濃；也可能說明我打出的「2:4」，水是關主的一半，濃縮果汁只要比關主3的一半(1.5)大就會比關主濃；還可能會說明「「3:8」的比值不到0.5，我打的「2:4」已經有0.5。當然比較濃」等等。

教師指引

學生的說明方式很多元，例如：(1)做兩個比值的大小判斷；(2)固定後項(或前項)，比較前項的大小；(3)以一個標準值(如 $\frac{1}{2}$ 或是1)做比值的大小判斷。只要學生說得有理就值得鼓勵，不要限制學生思維的發展。

5. 遊戲持續到出現第一名、第二名與第三名玩家，結束。

「味道一樣」紀錄單(活動結束後進行紀錄)

(Round 1)

| | | | | | | | |
|---------|---|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | 6 | | | | | | |
| 水(杯) | 4 | | | | | | |

(Round 2)

| | | | | | | | |
|---------|---|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | 2 | | | | | | |
| 水(杯) | 1 | | | | | | |

(Round 3)

| | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | |

(Round 4)

| | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | |

紀錄與發表

你是如何判「味道一樣」這種情形。以(Round 1)為例：

| | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|------------|-----------------------|
| 濃縮果汁(杯) | 6 | 3 | 6 | 3 | 指定牌 (9) | 5 |
| 水(杯) | 4 | 2 | 4 | 2 | 6 | 指定牌($\frac{10}{3}$) |

PS：學生本來就可以將指定牌設定為分數。

討論與總結

上面的例子中，我們發現，濃縮果汁卡牌(杯)與水卡牌(杯)兩組數據中對應的數據其比值都相等時，稱為「正比關係」。我們也發現，當濃縮果汁卡牌(杯)乘以幾倍或除以幾倍時，水卡牌(杯)就乘以幾倍或除以幾倍，這樣的關係稱兩組數據成「正比關係」。

老師提問

以(Round 1)為例：若濃縮果汁卡牌(杯)為 y ，水卡牌(杯)為 x ，則 y 與 x 的關係或關係式為何？

2
分鐘

2
分鐘

4
分鐘

參加答案： $y : x = 3 : 2$ 或 $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$ 或 $y = \frac{3}{2}x$ 。

同樣地，Round 2~4 的答案又為何？

(Round 2) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

(Round 3) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

(Round 4) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

教學提醒

「正比」的核心概念澄清後，再延伸至國中數學關係式的定義。當兩組數據成正比關係時，可以寫成 $\frac{y}{x} = k$ ，其中 k 就是比值。也可以將 x 、 y 的關係式寫成 $y = kx$ 。



微型活動二：土地重劃

微型活動面向：

| | | | | | |
|------|---|------|-------|---------------|--------|
| 教學內容 | 在長方形面積固定的情況下，讓學生覺察長與寬兩個邊長的變化情形。 | | | | |
| 活動說明 | 老師藉由提問一個好問題，讓學生自行造例，並看見在長方形面積固定的情況下，長方形形狀與長、寬兩邊長的變化。(長乘以 k ，寬乘以 $\frac{1}{k}$) | | | | |
| 活動過程 | ■ 啟思 | ■ 操作 | ■ 觀察 | ■ 歸納或 形成結論 | ■ 詮釋結果 |
| 元素 | ■ 找元素 | | ■ 找關係 | | ■ 建系統 |

活動時間：10 分鐘

活動流程：

| | |
|---|---|
| <p>教師提問</p> <p>你有一塊面積為 36(平方公尺)的長方形土地，長為 36(公尺)、寬為 1(公尺)，在都市重劃的過程中，你可以隨意選擇換取相同面積的長方形，請將你想要的長方形樣子畫出來，並標示長與寬。</p> <p style="border: 2px solid red; border-radius: 20px; padding: 10px; margin: 10px 0;">我想要換取相同面積的長方形如下：長為_____、寬為_____。</p> <p>畫出來的長方形：</p> <p>自己寫關係式</p> <p>看了同學的造例後，你想要如何寫出長方形土地面積的關係式？</p> <div style="border: 2px solid red; border-radius: 20px; height: 100px; margin-top: 10px;"></div> | <p><u>4</u> 分鐘</p> <p><u>4</u> 分鐘</p> |
|---|---|

討論與總結

我們發現幾件有趣的現象。一為因為長與寬兩組數據的乘積需相等，當長乘以幾倍或除以幾倍時，寬就除以幾倍或乘以除以幾倍的倒數；二為當這塊土地的長與寬差距慢慢變小，形狀越來越接近正方形。

2

分鐘

設計初衷

在面積乘積一定的條件下，改變長，寬如何跟著變？先讓每位學生畫出心中想像的長方形，再藉由共同觀察全班同學畫出來的長方形形狀，感覺到長與寬共變的思維。

教學提醒

「反比」的核心概念澄清後，再延伸至國中數學關係式的定義。當兩組數據成反比關係時，可以將 x 、 y 的關係式寫成 $xy = k$ 。



微型活動四：兩變量的關係系統：加減乘除

微型活動面向：

| | | | | | |
|------|---|-----------------------------|---|---|--|
| 教學內容 | 正反比情境分類。 | | | | |
| 活動說明 | 有 18 張情境卡，問問學生分類的理由。 | | | | |
| 活動過程 | <input checked="" type="checkbox"/> 啟思 | <input type="checkbox"/> 操作 | <input type="checkbox"/> 觀察 | <input checked="" type="checkbox"/> 歸納或 形成結論 | <input checked="" type="checkbox"/> 詮釋結果 |
| 元素 | <input checked="" type="checkbox"/> 找元素 | | <input checked="" type="checkbox"/> 找關係 | | <input checked="" type="checkbox"/> 建系統 |

活動時間：18 分鐘

活動流程：

這 18 張情境卡，有些情境乍看起來不太一樣，但是你們想一下裡面的情境，又感覺用到的數學觀念好像有些卡是一樣的。請小組同學幫我將這 18 張情境卡分類一下，置放在分類板下方，並想一想為何要這樣分類的理由？

8
分鐘



分類板

18 張情境卡如下：

今年爸爸 45 歲，兒子 15 歲；五年後爸爸 50 歲，兒子 20 歲。爸爸 x 歲時，兒子為 y 歲。

長方形的面積為 18 平方公尺，長為 9 公尺，寬為 2 公尺；長為 6 公尺，寬為 3 公尺。長為 x 公尺，寬為 y 公尺。

爸爸給兩兄弟共 100 元，哥哥拿 80 元，弟弟拿 20 元；哥哥拿 60 元，弟弟拿 40 元。哥哥拿 x 元，弟弟拿 y 元。

小翰身上有 800 元，買一顆 40 元的梨子，可以買 20 顆；買一顆 50 元的梨子，可以買 16 顆。一顆 x 元的梨子，可以買 y 顆。

小明現有 500 元，每天存 20 元，10 天後共有 700 元；20 天後共有 900 元。小明 x 天後，共有 y 元。

開車平均速率為每小時 80 公里，開了 2 小時，行走距離為 160 公里；開了 5 小時，行走距離為 160 公里。開了 x 小時，行走距離為 y 公里。

y 與 x 的關係

| | | | | |
|-----|----|----|----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | -2 | -4 | -6 | ... |

y 與 x 的關係

| | | | | |
|-----|---|---|---|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | 3 | 5 | 7 | ... |

y 與 x 的關係

| | | | | |
|-----|----|----|----|-----|
| x | 1 | 2 | 4 | ... |
| y | -8 | -4 | -2 | ... |

y 與 x 的關係

| | | | | |
|-----|----|---|---|-----|
| x | 2 | 3 | 4 | ... |
| y | 14 | 8 | 6 | ... |

游泳池注水，每分鐘注水 6 公升，5 分鐘後注水 30 公升；10 分鐘後注水 60 公升。 x 分鐘後注水 y 公升。

小喬每天存 50 元，10 天後存了 500 元；20 天後存了 1000 元。小喬 x 天後，存了 y 元。

秀智走路每秒 2 公尺，10 秒後走了 20 公尺；20 秒後走了 40 公尺。 x 秒後走了 y 公尺

橘子 1 顆 8 元，買了 5 顆，需要 40 元；買了 10 顆，需要 80 元。買了 x 顆橘子，需要 y 元。

學校每年獎學金有 10 萬元，頒獎給 2 人，每人拿到 5 萬元；頒獎給 10 人，每人拿到 1 萬元。頒獎給 x 人，每人拿到 y 萬元。

兩地相距 120 公里，若是開車平均速率為每小時 60 公里，需時 2 小時；若是開車平均速率為每小時 40 公里，需時 3 小時。開車平均速率為每小時 x 公里，需時 y 小時。

曾文水庫每天水位下降 5 公分，以 8 月 8 日為基準點記為「0」，2 天後的水位，標記為「-10」；3 天後的水位，標記為「-15」。x 天後的水位，標記為「y」。

2023 年元旦，白天時間約為 11 小時、晚上時間約為 13 小時；2023 年 7 月 1 日，白天時間約為 14 小時、晚上時間約為 10 小時。白天時間為 x 小時，晚上時間為 y 小時。

設計初衷

因為真實情境中的諸多例子，常常帶給學生正比、反比的錯誤迷思。誤以為「你增我增」為正比關係、「你增我減」（或「你減我增」）為反比關係。學生在微課程一、二已經理解正比與反比的核心概念與關係式後，藉由 18 張情境卡的分類活動，藉由與同儕互動溝通的活動方式，進一步釐清學習時可能產生的迷思，鞏固對於正比與反比更加明確的概念。

討論與總結

師生互動、生生互動，常常可以激盪出許多火花，引導學生進行深度思考。由於學習的主體在學生，記憶深刻且明瞭。請同學在聽了小組或全班同學的討論與發表後，將分類板上的 18 張情境卡之正確分類拍照下來，插圖至學習單中，並針對自己原先分類出問題或有疑問處進行觀念釐清與筆記說明。

10
分鐘



組別：_____

學習單

組別：_____ 姓名：_____

活動一：味道一樣

(Round 1)

| | | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | | |

(Round 2)

| | | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | | |

(Round 3)

| | | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | | |

(Round 4)

| | | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | | |

紀錄與發表

你是如何判別「味道一樣」這種情形。(舉任一個 round 為例)

| | | | | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 濃縮果汁(杯) | | | | | | | | |
| 水(杯) | | | | | | | | |

教師提問

以(Round 1)為例：若濃縮果汁(杯)為 x ，水(杯)為 y ，則 y 與 x 的關係或關係式為何？

同樣地，Round 2~4 的答案又為何？

(Round 2) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

(Round 3) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

(Round 4) y 與 x 有甚麼關係？其關係式為何？

活動二：土地重劃

你有一塊面積為 36(平方公尺)的長方形土地，長為 36(公尺)、寬為 1(公尺)，在都市重劃的過程中，你可以隨意選擇換取相同面積的長方形，請將你想要的長方形樣子畫出來，並標示長與寬。

我想要換取相同面積的長方形如下：長為_____、寬為_____。

畫出來的長方形：

自己寫關係式

看了同學的造例後，你想要如何寫出長方形土地面積的關係式？

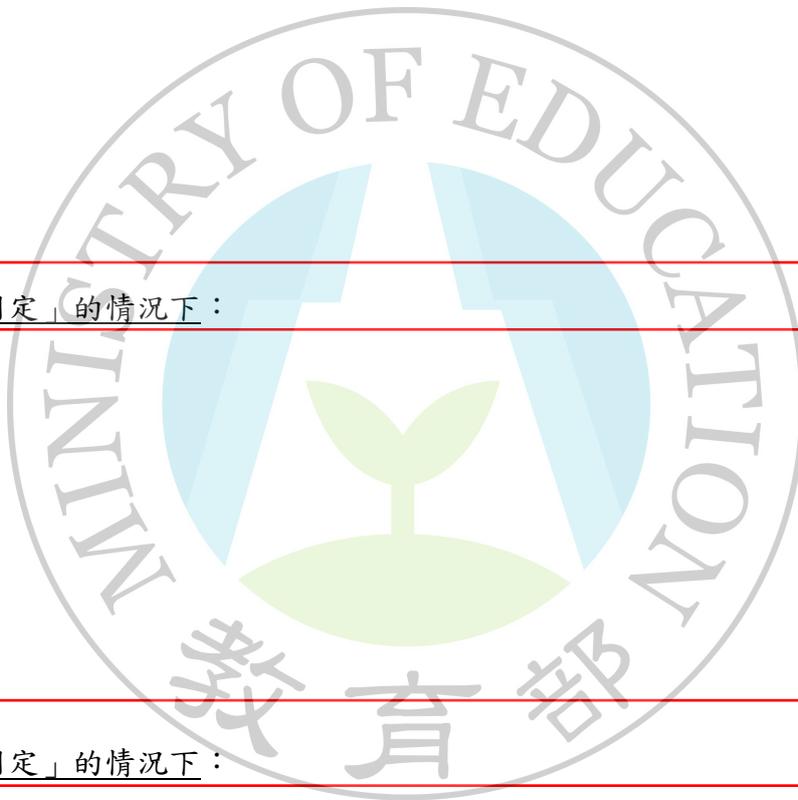
活動三：運動中的正反比關係

距離、速率與時間的關係式為何？

請幫老師舉個生活例子，要有文字情境，看看在「距離固定」的情況下，「速率」與「時間」這兩個變項的關係為正比或反比？請以數據或關係式呈現。

如果在「速率固定」的情況下：

如果在「時間固定」的情況下：



活動四：兩變量的關係系統：加減乘除

這 18 張情境卡，有些情境乍看起來不太一樣，但是你們想一下裡面的情境，又感覺用到的數學觀念好像有些卡是一樣的。請小組同學幫我將這 18 張情境卡分類一下，置放在分類板下方，並想一想為何要這樣分類的理由？

討論與總結(筆記區)



聽了小組或全班同學的討論與發表後，這 18 張情境卡的分類，您還有問題嗎？將分類板上的 18 張情境卡之正確分類拍照下來，插圖至學習單中。

正確分類的照片



今年爸爸45歲，
兒子15歲；
五年後爸爸50歲，
兒子20歲。
爸爸 x 歲時，
兒子為 y 歲。

長方形的面積為
18平方公尺，
長為9公尺，
寬為2公尺；
長為6公尺，
寬為3公尺。
長為 x 公尺，
寬為 y 公尺。

爸爸給兩兄弟共
100元，
哥哥拿80元，
弟弟拿20元；
哥哥拿60元，
弟弟拿40元。
哥哥拿 x 元，
弟弟拿 y 元。

小翰身上有800元，
買一顆40元的梨
子，可以買20顆；
買一顆50元的梨
子，可以買16顆。
一顆 x 元的梨子，
可以買 y 顆。

小明現有500元，
每天存20元，
10天後共有700元；
20天後共有900元。
小明 x 天後，
共有 y 元。

開車平均速率為每
小時80公里，
開了2小時，
行走距離為160公
里；
開了5小時，行走
距離為160公里。
開了 x 小時，行走
距離為 y 公里。

游泳池注水，
每分鐘注水6公升，
5分鐘後注水30公
升；
10分鐘後注水60公
升。
 x 分鐘後注水 y 公升。

小喬每天存50元，
10天後存了500
元；
20天後存了1000
元。
小喬 x 天後，存了 y
元。

秀智走路每秒2公尺，
10秒後走了20公尺；
20秒後走了40公尺。
 x 秒後走了 y 公尺

橘子1顆8元，
買了5顆，
需要40元；
買了10顆，
需要80元。
買了 x 顆橘子，
需要 y 元。

學校每年獎學金有
10萬元，
頒獎給2人，
每人拿到5萬元；
頒獎給10人，
每人拿到1萬元。
頒獎給 x 人，
每人拿到 y 萬元。

兩地相距120公里，
若是開車平均
速率為每小時60公
里，需時2小時；若
是開車平均速率為
每小時40公里，需
時3小時。開車平均
速率為每小時 x 公
里，需時 y 小時。

曾文水庫每天水位
下降5公分，以8月
8日為基準點記為
「0」，2天後的水
位，標記為「-10」；
3天後的水位，標記
為「-15」。 x 天後
的水位，標記為
「 y 」。

2023年元旦，白天
時間約為11小時、
晚上時間約為13小
時；2023年7月1
日，白天時間約為
14小時、晚上時間
約為10小時。白天
時間為 x 小時，晚
上時間為 y 小時。

y 與 x 的關係

| | | | | |
|-----|----|----|----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | -2 | -4 | -6 | ... |

y 與 x 的關係

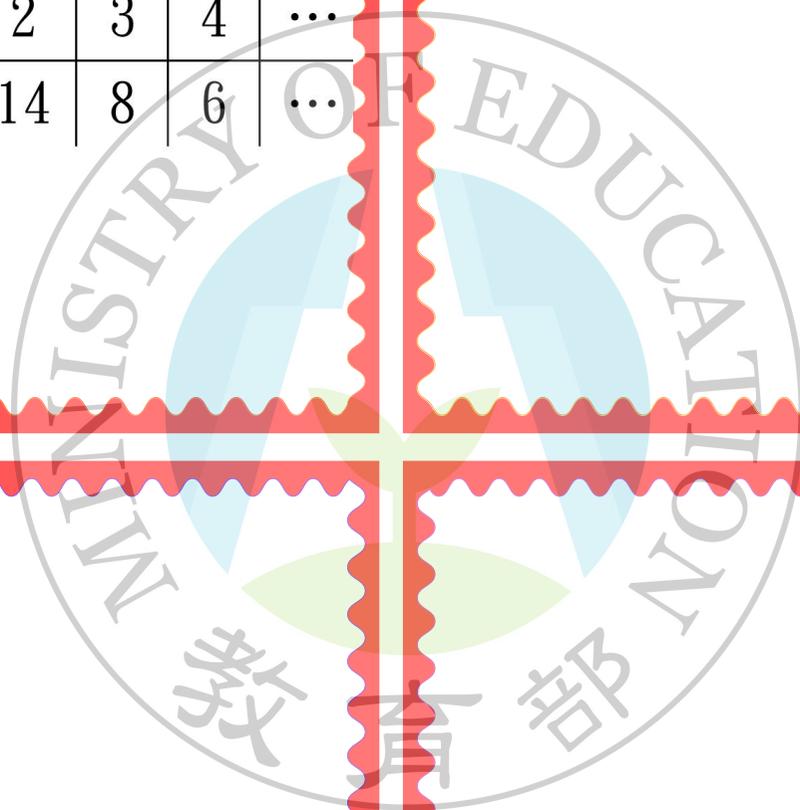
| | | | | |
|-----|---|---|---|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | 3 | 5 | 7 | ... |

y 與 x 的關係

| | | | | |
|---|----|----|----|-----|
| x | 1 | 2 | 4 | ... |
| y | -8 | -4 | -2 | ... |

y 與 x 的關係

| | | | | |
|---|----|---|---|-----|
| x | 2 | 3 | 4 | ... |
| y | 14 | 8 | 6 | ... |



正比

Direct proportion

反比

Inverse proportion

其他

others



〔兩變量間的關係〕影片逐字稿

| 編號 | 時間 | 發言者 | 內容 |
|----|---------------|-----|---|
| 1 | [00:00:15.79] | 老師 | 你們喜不喜歡喝飲料？ |
| 2 | [00:00:17.80] | 小朋友 | 喜歡。 |
| 3 | [00:00:18.93] | 老師 | 那如果飲料，你覺得味道不夠，你會怎麼辦？ |
| 4 | [00:00:23.92] | 小朋友 | 我還會加糖。 |
| 5 | [00:00:24.97] | 老師 | 加糖。如果是一杯檸檬水，你想要酸一點呢？ |
| 6 | [00:00:30.98] | 小朋友 | 那就多加點檸檬吧。 |
| 7 | [00:00:32.93] | 老師 | 多加點檸檬。如果你想要淡一點呢？ |
| 8 | [00:00:36.91] | 小朋友 | 還是加水。 |
| 9 | [00:00:38.21] | 老師 | 加水，同學我們等一下要玩一個卡牌，那我們來看一下遊戲規則，每位玩家手上有八張卡牌，二到三張酸甜牌，你拿到這張酸甜牌的，上面有紅色標示的，就代表你要優先出牌，先當關主。好，那這時候玩家根據酸甜牌的指令，打出符合指令的卡牌，玩家手上的指定卡牌可以當作任何數字。那如果你沒有牌可以打，可以喊pass，而且要補一張卡牌，如果另外的玩家都喊pass了，那重開新局的玩家，叫做下一關的關主，記得，打完了就獲勝。 |
| 10 | [00:01:24.80] | 小朋友 | 這要怎麼弄？ |
| 11 | [00:01:26.26] | 小朋友 | 半杯。 |
| 12 | [00:01:27.67] | 小朋友 | 這樣是0.5:1。 |
| 13 | [00:01:29.34] | 小朋友 | 對啊，0.5:1不行喔。 |
| 14 | [00:01:31.48] | 小朋友 | 5:10.....，喔對，這樣可以。 |
| 15 | [00:01:34.05] | 小朋友 | 一杯半:6可以。 |
| 16 | [00:01:36.21] | 小朋友 | 我就完蛋。 |
| 17 | [00:01:37.93] | 小朋友 | 這是2:1啊，真的是2:1啦，真的啦，信我可以嗎？ |
| 18 | [00:01:44.87] | 小朋友 | 如果果汁都是一樣的，那這水變多不就比較淡。 |
| 19 | [00:01:48.62] | 小朋友 | 1:2。 |
| 20 | [00:01:51.35] | 小朋友 | 這個好像.....。 |
| 21 | [00:01:51.68] | 小朋友 | 意外意外。 |
| 22 | [00:01:52.60] | 小朋友 | 這個好像2:1喔。 |
| 23 | [00:01:53.78] | 小朋友 | 完蛋了。 |
| 24 | [00:01:55.49] | 小朋友 | 這邊是6:8.....是3:4，123456，3:4變成6.....，不行。 |
| 25 | [00:02:10.32] | 小朋友 | 那沒有。 |
| 26 | [00:02:11.18] | 老師 | 來，你告訴我們，為什麼它是味道一樣？ |
| 27 | [00:02:14.01] | 小朋友 | 因為它們都是.....2:1。 |
| 28 | [00:02:18.96] | 老師 | 如果這個叫X呢，這個叫Y，它們有什麼關係？ |
| 29 | [00:02:24.51] | 小朋友 | $2Y=X$ 。 |
| 30 | [00:02:26.28] | 老師 | $2Y=X$ 。 |
| 31 | [00:02:27.60] | 小朋友 | 對。 |
| 32 | [00:02:28.55] | 老師 | 好，我們看下一組好不好。 |
| 33 | [00:02:30.00] | 小朋友 | 就是它們兩個都乘以2的話，就會變成12。 |
| 34 | [00:02:33.60] | 老師 | 那你怎麼判斷這一組？ |
| 35 | [00:02:35.83] | 小朋友 | 這組的話.....，這一組.....，這個我不知道。 |
| 36 | [00:02:42.32] | 小朋友 | 3:6的最簡比是1:2，5:10就等於1:2。 |
| 37 | [00:02:54.96] | 老師 | 所以其實你都是看成最簡比的意思就對了。 |
| 38 | [00:02:57.91] | 小朋友 | 對。 |
| 39 | [00:02:58.52] | 老師 | 1:2、1:2、1:2，這是你寫的，這是上一組寫的，你比較喜歡哪一組？ |
| 40 | [00:03:07.78] | 小朋友 | 這一組。 |
| 41 | [00:03:08.29] | 老師 | 這個，為什麼？ |
| 42 | [00:03:09.21] | 小朋友 | 因為我們剛剛那個是直接用它一開始的那個去乘2倍，這樣子很難就是.....，它如果是另外其他的數字，就是沒辦法直接過去，就是沒辦法乘2或除2，或者是更多整數的，這樣子會比較.....。 |
| 43 | [00:03:27.01] | 老師 | 比較難判斷。 |
| 44 | [00:03:27.66] | 小朋友 | 比較難判斷。 |
| 45 | [00:03:28.69] | 老師 | 這裡5，這裡10，它就沒有辦法馬上看出來對不對？那為什麼味道一樣？它是它的？ |

| | | | |
|-----|---------------|-----|--|
| 46 | [00:03:35.99] | 小朋友 | 兩倍。 |
| 47 | [00:03:36.93] | 老師 | 它是它的？ |
| 48 | [00:03:37.89] | 小朋友 | 兩倍。 |
| 49 | [00:03:38.78] | 老師 | 那最後一句話，這個感覺叫做什麼比啊，你們有沒有學過？ |
| 50 | [00:03:45.54] | 小朋友 | 正比。 |
| 51 | [00:03:46.39] | 老師 | 正比，為什麼叫正比？ |
| 52 | [00:03:48.72] | 小朋友 | 它們的比例都一樣。 |
| 53 | [00:03:49.86] | 老師 | 它們的比例都一樣，所以叫正比。 |
| 54 | [00:03:52.41] | 小朋友 | 它們比值都一樣。 |
| 55 | [00:03:53.98] | 老師 | 比值都一樣，比值都一樣叫正比。 |
| 56 | [00:04:02.15] | 老師 | 我有一個長方形土地，長36公尺寬1公尺，結果土地重劃，你們知道什麼叫土地重劃嗎？有聽過這個東西嗎？什麼是土地重劃？ |
| 57 | [00:04:12.37] | 小朋友 | 重新規劃。 |
| 58 | [00:04:13.35] | 老師 | 重新規劃，他說政府說你可以換一樣的面積回來，你可以換一樣的面積回來，那同學，請你在你的這一張紙上，幫我畫看看，你想要什麼長方形。 |
| 59 | [00:04:27.32] | 小朋友 | 3跟12。 |
| 60 | [00:04:28.32] | 老師 | 自己畫自己的。 |
| 61 | [00:04:29.97] | 小朋友 | 4跟9。 |
| 62 | [00:04:31.51] | 小朋友 | 可以畫超細的長方形。 |
| 63 | [00:04:36.24] | 老師 | 告訴我，你為什麼想要畫這一塊？ |
| 64 | [00:04:38.18] | 小朋友 | 就覺得是符合題目，然後也覺得這個比較容易一點。 |
| 65 | [00:04:42.32] | 小朋友 | 就是有符合是長方形。 |
| 66 | [00:04:46.25] | 老師 | 那如果是你，你這樣子土地你想要我這一塊，還是這一塊？ |
| 67 | [00:04:49.99] | 小朋友 | 這一塊。 |
| 68 | [00:04:50.37] | 老師 | 為什麼？ |
| 69 | [00:04:51.38] | 小朋友 | 假設說今天要从最邊邊走到另外一邊的話，感覺.....。 |
| 70 | [00:04:55.46] | 老師 | 感覺太遠了。 |
| 71 | [00:04:56.37] | 小朋友 | 對。 |
| 72 | [00:04:57.22] | 小朋友 | 因為長方形的面積就是長乘以寬，然後2乘以18就是.....36。 |
| 73 | [00:05:09.80] | 老師 | 太認真了，來，說一下吧，來，你為什麼要這個數據？ |
| 74 | [00:05:12.81] | 小朋友 | 你可以在這邊賽馬啊。 |
| 75 | [00:05:14.56] | 老師 | 可以在這邊賽馬，你把同學寫的數據寫上去，你覺得這些數據有什麼關係？ |
| 76 | [00:05:22.35] | 小朋友 | 長乘寬等於36。 |
| 77 | [00:05:24.05] | 老師 | 長乘寬等於多少？ |
| 78 | [00:05:25.15] | 小朋友 | 36。 |
| 79 | [00:05:25.72] | 老師 | 36，而且你有沒有發現，你如果這個圖越長的話，寬會怎樣？ |
| 80 | [00:05:32.96] | 小朋友 | 越細。 |
| 81 | [00:05:34.17] | 老師 | 越細。 |
| 82 | [00:05:34.77] | 小朋友 | 就是一個變越大，另外一個就變越小。 |
| 83 | [00:05:36.72] | 老師 | 一個變越大，一個就變越小。 |
| 84 | [00:05:39.16] | 小朋友 | 可是有負數就不一定。 |
| 85 | [00:05:41.05] | 老師 | 有負數就不一定，非常好。那如果這個叫X，這個叫Y呢？ |
| 86 | [00:05:46.21] | 小朋友 | XY等於36。 |
| 87 | [00:05:48.19] | 小朋友 | X乘以Y等於36。 |
| 88 | [00:05:49.95] | 老師 | XY等於36。好，那同學你們應該知道這個叫什麼比。 |
| 89 | [00:05:55.94] | 小朋友 | 反比。 |
| 90 | [00:05:56.90] | 老師 | 相乘等於固定的叫做什麼？反比。 |
| 91 | [00:06:06.23] | 老師 | 我們小學有沒有學過距離速率時間的關係？ |
| 92 | [00:06:10.46] | 小朋友 | 距離除以時間等於速率。 |
| 93 | [00:06:13.70] | 小朋友 | 速率乘以時間等於距離。 |
| 94 | [00:06:16.72] | 老師 | 家裡跟學校距離是固定的，那你通常都走多久時間？ |
| 95 | [00:06:21.76] | 小朋友 | 10多分鐘。 |
| 96 | [00:06:23.08] | 老師 | 10多分鐘，如果用跑的會怎樣？ |
| 97 | [00:06:25.86] | 小朋友 | 用跑的就三、四分鐘而已。 |
| 98 | [00:06:27.69] | 老師 | 這兩個影響的是什麼？ |
| 99 | [00:06:29.01] | 小朋友 | 速率。 |
| 100 | [00:06:31.03] | 老師 | 速率，所以什麼會改變？ |

| | | | |
|-----|---------------|-----|---|
| 101 | [00:06:33.62] | 小朋友 | 時間。 |
| 102 | [00:06:34.28] | 小朋友 | 速率跟時間。 |
| 103 | [00:06:35.50] | 小朋友 | 速率跟時間都會改變。 |
| 104 | [00:06:36.72] | 老師 | 那你可不可以告訴我，速率跟時間是正比還是反比？ |
| 105 | [00:06:42.14] | 小朋友 | 速率和時間這兩個怎麼相乘，它們最終的結果都會是距離，所以這兩個是成反比。 |
| 106 | [00:06:50.25] | 老師 | 那這兩個速率固定跟時間固定，幫我造一個情境。 |
| 107 | [00:07:04.78] | 小朋友 | 爸爸假日他要開車去商店買東西，他每一分鐘200公尺，要多久到？ |
| 108 | [00:07:13.41] | 老師 | 如果距離1000公尺，要幾分鐘？ |
| 109 | [00:07:17.15] | 小朋友 | 5分鐘。 |
| 110 | [00:07:17.95] | 老師 | 要5分鐘。如果距離2000公尺呢？ |
| 111 | [00:07:20.62] | 小朋友 | 10分鐘。 |
| 112 | [00:07:21.51] | 老師 | 那你覺得.....，要不要給我一個.....，你覺得它是什麼比？距離跟時間成什麼 |
| 113 | [00:07:30.45] | 小朋友 | 正比。 |
| 114 | [00:07:31.26] | 老師 | 那你為什麼覺得是正比？ |
| 115 | [00:07:32.96] | 小朋友 | 距離除以時間等於速率，所以速率是固定。 |
| 116 | [00:07:38.06] | 小朋友 | 我設的話，就是散步，如果那天散步的時間只有30分鐘，走的距離就會比較近。然後如果散步一個小時，距離就會比較遠。 |
| 117 | [00:07:48.21] | 老師 | 那你覺得它是什麼比？ |
| 118 | [00:07:50.59] | 小朋友 | 正比。 |
| 119 | [00:07:51.35] | 老師 | 正比，為什麼？ |
| 120 | [00:07:53.92] | 小朋友 | 因為我是寫距離去除以時間會等於速率。 |
| 121 | [00:07:58.46] | 老師 | 所以你會發現當這邊固定的時候，相除它就是正比。 |
| 122 | [00:08:05.01] | 小朋友 | 對。 |
| 123 | [00:08:05.87] | 小朋友 | 我假設它的時間固定是20分鐘，距離我設X，然後速率我設Y，Y乘以它的時間20，就會等於距離的X。這符合正比的條件。 |
| 124 | [00:08:24.66] | 老師 | 寫下你今天到現在對正比的想法，對反比的想法。 |
| 125 | [00:08:42.78] | 小朋友 | 正比的話，比值就相等，然後反比的話，比值就不相等。 |
| 126 | [00:08:47.99] | 小朋友 | 反比就是X乘Y會等於K，K就是那個固定的數字。然後正比就是除，X除以Y等於K，也可以就是等於Y等於KX，它們的.....就是正比的比值會相同。 |
| 127 | [00:09:14.80] | 老師 | 這裡總共有幾張？18張。裡面有的是文字情境，有的是關係式，幫我分誰是正比，誰是反比，還有誰是其他。 |
| 128 | [00:09:46.92] | 小朋友 | -4除2等於-2，-2除以1等於-2，所以是成正比。他的錢跟這個小喬一樣，每天跟著天數增長。 |
| 129 | [00:09:58.42] | 老師 | 跟著增長就是比嗎？我們剛才講什麼，要怎樣？ |
| 130 | [00:10:03.93] | 小朋友 | 比值一樣，因為這個有500元。 |
| 131 | [00:10:07.86] | 老師 | 對。 |
| 132 | [00:10:08.09] | 小朋友 | 這個有加500元，有加的話，那就不是正反比。 |
| 133 | [00:10:12.55] | 老師 | 所以你要改它嗎？ |
| 134 | [00:10:13.69] | 小朋友 | 我要改它。 |
| 135 | [00:10:14.65] | 老師 | 來，挪回去。 |
| 136 | [00:10:15.96] | 小朋友 | 40它乘以20就等於800，50再乘以16也是等於800，所以它們兩個的乘積都是一樣的，所以它們是反比。 |
| 137 | [00:10:23.98] | 小朋友 | 設的X乘以Y也會是800，所以它是反比。 |
| 138 | [00:10:27.53] | 老師 | 好，謝謝。 |
| 139 | [00:10:28.76] | 小朋友 | 全部的乘積都是18平方公尺。 |
| 140 | [00:10:30.65] | 小朋友 | 它們的乘積都是-8，它們的乘積都是10萬元，它們的乘積都是120公里。 |
| 141 | [00:10:36.28] | 小朋友 | 因為它是80加20，它是用加法的，加法的話，它不是正比也不是反比。它也是用加的，因為一整天也是只有24小時，它要11小時加13小時，所以它又是加法的。 |
| 142 | [00:10:52.34] | 老師 | 所以這種它是相加的。 |
| 143 | [00:10:54.10] | 小朋友 | 相差30，它這是減的。 |
| 144 | [00:10:56.95] | 老師 | 減的，減的不是正比也不是？ |
| 145 | [00:11:00.26] | 小朋友 | 反比。 |
| 146 | [00:11:01.00] | 小朋友 | 14除2等於7，然後8沒辦法除3。 |

| | | | |
|-----|---------------|-----|---|
| 147 | [00:11:03.35] | 老師 | 所以不是正比，好，再來呢？ |
| 148 | [00:11:05.74] | 小朋友 | 也不是反比。 |
| 149 | [00:11:06.73] | 老師 | 也不是反比，為什麼？ |
| 150 | [00:11:08.16] | 小朋友 | 因為2乘14等於28，其他都24。 |
| 151 | [00:11:11.23] | 小朋友 | 10除以700等於.....約分， $1/70$ ，20除以900等於 $1/45$ ，比值不一樣，不是正比，不是反比的話，10乘以700等於7000，然後20乘以900等於18000。 |
| 152 | [00:11:37.48] | 老師 | 所以兩個？ |
| 153 | [00:11:38.87] | 小朋友 | 也不是反比.....。 |
| 154 | [00:11:40.09] | 老師 | 不是反比。 |
| 155 | [00:11:40.89] | 小朋友 | 可是如果你把這個它原本有500這句話劃掉的話，就等於說它這邊是變成只有200，這邊會變成只有400，所以如果他原本有500這個劃掉的話，它就會成正比。 |

