






臺南市數學領域輔導團學生學習疑難與教學策略示例【國小組】

設計者：安平區安平國小黃熾恬老師

項目名稱		內容說明		
學習內容		N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。		
學習 疑難 分析	測驗試題 學力檢測/科技化評量	<p>17.  是 1 張色紙，下列哪個選項塗色部分是 $\frac{5}{6}$ 張色紙的 $\frac{3}{4}$ 倍？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>① </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>② </p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>③ </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>④ </p> </div> </div> <p style="text-align: right;">【2022 年五年級學習能力檢測試題第 17 題/答對率 46%】</p>		
	選項錯誤類型 (含困難分析)	選項①	<p>學生進行了二次分割，</p> <p>第一次：將 1 張色紙平分成 6 份，畫出 5 份($\frac{5}{6}$張)</p> <p>第二次：將$\frac{5}{6}$張色紙平分成 4 份，畫出 3 份，</p> <p>但是畫錯方向(左右方向 ⇌ 上下方向)。</p>	
	選項②	<p>學生只進行一次分割(平分成 4 份取 3 份)的活動，</p> <p>將 1 張色紙(長方形)看成被分割的$\frac{5}{6}$張色紙。</p>		
	選項③	<p>學生只進行一次分割(平分成 4 份取 3 份)的活動，</p> <p>分割的對象是 1 張色紙。</p>		
	選項④	<p>正確答案。</p>		
教材地位分析	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識	
	<p>N-2-10 單位分數的認識：從等分配的活動(如摺紙)認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。</p> <p>N-3-9 簡單同分母分數：結合操作活動與整數經驗。簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過 2。以單位分數之點數為基礎，連結整數之比較、加、減。知道「和等於 1」的意義。</p> <p>N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學(包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入)。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。</p> <p>N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義。簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。</p> <p>N-5-7 分數除以整數：分數除以整數的意義。最後將問題轉化為乘以單位分數。</p>	<p>N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p>	<p>N-6-3 分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。</p>	
教學活動示例設計				

教學策略

(一) 課程開始前：觀察學生在「分數 \times 整數」、「分數 \div 整數」和「整數 \times 分數」等前置經驗的理解、熟悉程度與學習風格，設計具差異化的學習任務，其差異點在於解題策略的不同。

(二) 課程進行中：教師將學生分為三組，此三組分別使用「先乘後除」、「雙向關係」以及「二次分割畫圖法」三種不同的策略來解題，以下分項說明：

【第一種策略-先除後乘】依據筆者的教學經驗，此解題策略匯聚大量的先備經驗，對於要理解「整數的分數倍」已有困境的學生，還要進一步理解「分數的分數倍」而言，可說是輕巧、熟悉又容易成功解題的策略，而多數的低成就生會選用此種策略。詳細說明如下：

(1) 奠基於四年級的先備經驗，學生能以先除後乘的方法，解決「一盒布丁有6個，弟弟吃了 $\frac{2}{3}$ 盒，是吃了幾個布丁？」的問題，解題過程是「 $6\div 3=2$ ， $2\times 2=4$ 」。

(2) 再奠基於五年級的先備經驗，學生已能計算「分數 \div 整數」和「分數 \times 整數」的題目。

(3) 承(1)(2)，學生可將本題拆成兩個單步驟來思考，再利用「分數 \div 整數」以及「分數 \times 整數」來做計算。

第一步「先除」，將 $\frac{5}{6}$ 張色紙平分成4份， $\frac{5}{6}\div 4 = \frac{5}{24}$ ，

每1份就是 $\frac{5}{24}$ 張色紙。

第二步「後乘」，1份 $\rightarrow \frac{5}{24}$ 張色紙， $\frac{5}{24}\times 3 = \frac{15}{24}$ ，

3份 $\rightarrow \frac{15}{24}$ 張色紙。

(4) 教師要求學生利用已求出的答案 $\frac{15}{24}$ 張色紙，分別檢視四個選項，

找到對的選項，填寫答案；再找出錯誤選項，說明理由：

選項一：1張色紙並沒有平分成24份，即使自行平分成24份，塗色的部分是12份。

選項二：把1張色紙平分成24份，塗色的部分是15份。

選項三：把1張色紙平分成4份，塗色的部分是3份。

選項四：把1張色紙平分成24份，塗色的部分是15份。

(5) 指導學生將此題記錄為 $\frac{5}{6}\times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$ 。

【第二種策略-雙向關係】「雙向關係」的本質是類似於六年級「比」的概念，雖然學生在六年級之前並未學習過「比」，但教師在進行各式各樣與單位換算有關的教學時，可以適時的引入，並讓學生多練習使用此法來解決問題。若在學習「分數 \times 分數」之前，學生尚未接觸過雙向關係，建議教師可在進行「分數 \times 整數」、「分數 \div 整數」和「整數 \times 分

數」教學時，就開始積極的引入，並讓學生熟悉此策略。依據筆者的教學經驗，學生對於此法的迴響非常大，多數人也選用此法解決問題。

(1) 教師改寫此題目，讓題目內可以出現「2個單位」。

例如：一桶果汁有 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有幾公升？

(2) 學生利用在「分數 \times 整數」、「分數 \div 整數」和「整數 \times 分數」等前置經驗中，所使用的「雙向關係」來解題。

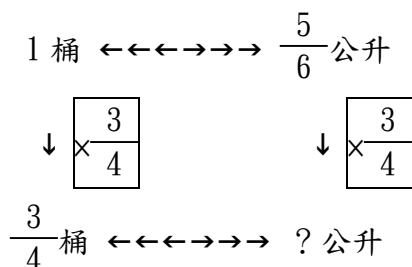
下圖中，1桶就是 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{5}{6}$ 公升就是1桶，之間具有雙向關係。

而左側的1桶和 $\frac{3}{4}$ 桶之間，具有「 $\times \frac{3}{4}$ 」的關係，

所以右側的 $\frac{5}{6}$ 公升和答案之間也具有「 $\times \frac{3}{4}$ 」的關係，

得到答案後， $\frac{3}{4}$ 桶和 $\frac{15}{24}$ 公升之間也具有雙向關係。

結論， $\frac{3}{4}$ 桶就是 $\frac{15}{24}$ 公升。



(3) 依據筆者的教學經驗，如果將此題降階為「整數」，

例如：一桶果汁有 $\frac{5}{6}$ 公升，3桶有幾公升？

學生可以快速的找到「1桶跟3桶」之間，具有「 $\times 3$ 」的關係，因此教師可以善用成功的「整數」經驗，讓學生發現「 $1 \times \text{甲}$ 」，所得到的積就是甲，再將此成功經驗延伸到「分數」範圍來使用。

(4) 奠基於中低年級「整數乘法」的學習經驗，

此題「一桶果汁有 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有幾公升？」

以「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$ 」解題，

亦可解讀為「 $\frac{5}{6}$ 的 $\frac{3}{4}$ 倍等於 $\frac{15}{24}$ 」。

(5) 回到原題， $\frac{5}{6}$ 張色紙的 $\frac{3}{4}$ 倍

也可以「 $\frac{5}{6}$ 張 $\times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$ 張」解題。

(6)教師要求學生利用已求出的答案 $\frac{15}{24}$ 張色紙，找到對的選項，填寫

答案；再找出錯誤選項，說明理由：

選項一：1張色紙並沒有平分成24份，即使學生利用自行平分成24份，塗色的部分是12份。

選項二：把1張色紙平分成24份，塗色的部分是15份。

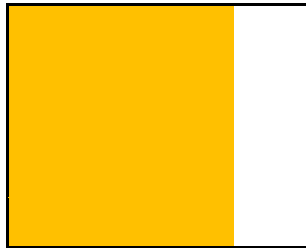
選項三：把1張色紙平分成4份，塗色的部分是3份。

選項四：把1張色紙平分成24份，塗色的部分是15份。

【第三種策略-二次分割來畫圖】雖然多數課本會以畫圖的策略協助學生成功解題，但是解讀別人畫圖的訊息與自己能以畫圖的策略成功解題，這中間仍存在一大段的距離。教學過程中，教師若能適時的提點畫圖的要訣，學生成功的機率會較大，否則常會出現畫到「不知所云」的境界。依據筆者的教學經驗，雖然選用此策略的學生數不多，學生也會反應此策略需要深度的思考，但是不論成績好與不好，仍有愛好者，因為覺得這個過程還蠻有趣的。

(1)教師詮釋題目是「 $\frac{5}{6}$ 張色紙的 $\frac{3}{4}$ 倍是幾張色紙？」，並強調題目

最後問「幾張」色紙，一畫下去的框框就代表「1張色紙」，如此才能看到「1張色紙平分成6份」。



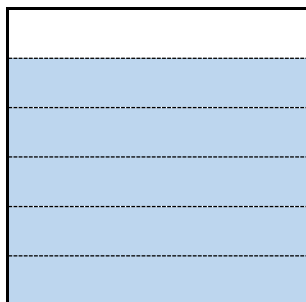
說明：上圖畫了一個框框表示 $\frac{5}{6}$ 張色紙，

看不到「 $\frac{5}{6}$ 張和1張」的關係，

求解後，也看不到「 $\frac{15}{24}$ 張(塗色部分)和1張」的關係。

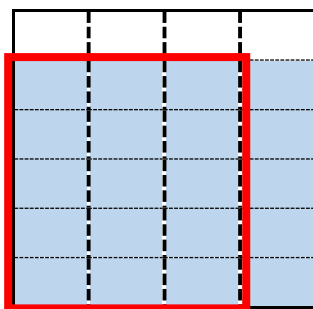
(2)學生先畫出 $\frac{5}{6}$ 張色紙，此時出題者做了「第1次分割」，

也就是把「1張色紙平分成6份」。



(3)再畫出 $\frac{3}{4}$ 倍，此時解題者做了「第2次分割」，

也就是把「 $\frac{5}{6}$ 張色紙平分成4份」。



(4)由圖中得知，經由兩次分割之後，

1張色紙平分成24份，1份是 $\frac{1}{24}$ 張，

15份就是 $\frac{15}{24}$ 張色紙，也就是選項四。

(5)教師引導學生觀察發現，經由第一次「6份」的分割，和第二次「4份」的分割，1張紙被平分成「 4×6 」份，也就是分母的「24」。

(三)課程結束前：教師邀請各組學生上台分享解題經驗與感受，讓學生能言之有物、言之有序、言之有理的說數學。而後，教師統整三種解題策略的共同點

與相異點，例如：利用「先除後乘」策略的小組，是將「 $\frac{3}{4}$ 倍」拆成2個

步驟來思考，也就是「除以4」再「乘以3」，而在「雙向關係」中，我們可以

發現「1桶和 $\frac{3}{4}$ 桶」之間存在「 $\times \frac{3}{4}$ 」的關係，所以學生往後看到「 \times

$\frac{3}{4}$ 」就要想到「除以4」再「乘以3」，看到「除以4」再「乘以3」要能

改記成「 $\times \frac{3}{4}$ 」。除此之外，不論是「除以4」再「乘以3」或是「 $\times \frac{3}{4}$ 」，

就是要「平分成4份取其中的3份」，這是在畫圖中可觀察到的過程。

教學資源

- ①教學簡報
- ②白板、白板筆、白板擦

差異化教學策略建議

以下筆者針對三個解題策略進行優缺點分析：

(一)先除後乘：

- ①優點：以舊經驗為出發點，協助學生理解題意。
- ②缺點：雖然能計算出答案，卻未能列出「分數 \times 分數」的算式。
- ③建議：以雙向關係的策略做為輔助，協助學生列出「分數 \times 分數」的算式。

(二)雙向關係：

- ①優點：連結整數倍的舊經驗，容易列出「分數 \times 分數」的算式。
- ②缺點：雖然能列出算式，但此策略並無法說明計算公式為何。
- ③建議：以先除後乘或二次分割畫圖法的策略做為輔助，協助找到計

算的公式。

(三)二次分割來畫圖：

①優點：此策略符合視覺型的學習風格，在畫圖的過程中，不但能促進學生理解題意，畫圖的結果就是計算的結果，可說是一魚兩吃的策略。

②缺點：學生須處理大量訊息，對於低成就生而言，會超過認知負荷。

③建議：給予學生足夠的時間去嘗試與修正，從學生所犯的錯誤中找到協助他們成長的空間。

各個解題策略適用於不同學習風格、學習能力的學生，教師能在第一次解題時，先帶領全班認識各個解題策略，而後再進行差異化教學，讓學生可以選擇適合自己的方式，最後，教師再針對學生反應給予針對性的回饋，做為課程的結論。