國中教師的數學背景

絕大多數的國中數學教師都是數學系畢業的

國中數學專業知識都沒有問題。

國民中學數學教材教法

那些人教「國民中學數學教材教法」？

數學家、數學教育家 🢡 學生學到什麼？

國中、國小學生數學認知發展(？)

能將大學的數學知識落實在國中的教學(？)

國中及國小，國中及高中的課程銜接(？)

國小、國中、大學都引入交換、結合、分配律

🢡 教學重點有何不同？

國中學生的認知發展 🢡 較接近國小或高中

國中教師的養成 🢡 較接近國小或高中

國小數學不好的學生 🢡 國中數學變好的比例

國小數學還好的學生 🢡 國中數學變壞的比例

教材安排順序有二種基本模式：

①學科邏輯：由最基礎的概念開始學習

②認知發展：由最具體常見的事物開始引入

哪種教學順序適用於國小、國中、高中？

點、線、面、體的教學順序

① 點 🢧 線 🢧 面 🢧 體

② 立體形體 🢧 平面圖形 🢧 邊 🢧 頂點

玫瑰花的教學順序

① 細胞 🢧 根、莖、葉 🢧 玫瑰花

② 玫瑰花 🢧 根、莖、葉 🢧 細胞

vs 為何要有理化？

vs √2 您喜歡哪種記法？

5＋3＝8－2＝6

學生出現上面的記法，國中教師如何處理？

不接受的理由 🢡 等號滿足遞移性

5＋3＝8，8－2＝6 🢡 5＋3≠6

等號的意義：

甲有5個蘋果，乙有3個蘋果，兩個人合起來共有多少個蘋果？ 5＋3＝8

可以用天平溝通算式中等號的意義嗎？

5個 3個 　　 　　8個

○○○○○ ○○○ ○○○○○○○○

　 左右兩邊一樣重(個數一樣多)

甲有5個蘋果，乙有3個蘋果，兩個人  
合起來共有多少個蘋果？

學生如何算出答案？

**○ ○ ○ ○ ○　　 ○ ○ ○**

甲的蘋果 乙的蘋果

解題生只出現8蘋果 🢡 等號是得到答案

天平出現了16個蘋果 🢡 等號是兩邊一樣多

引入算式 5＋3＞7

① 5＋3和7，誰比較大？

② 5＋3和7，誰比誰大？

哪一種問法比較恰當？

5＋3和7，誰比較大？

5＋3比較大 🢡 無法引入不等式

□ □

5＋3 7

5＋3和7，誰比誰大？

5＋3比7大 🢡 記成5＋3＞7

□中填入＞、＜或＝

5＋3 □ 7

①5＋3和8，誰比誰大？ 🢡 5＋3＝8

②8和5＋3，誰比誰大？ 🢡 8＝5＋3

③5＋3和6＋2，誰比誰大？ 🢡 5＋3＝6＋2

6＋2和5＋3，誰比誰大？ 🢡 6＋2＝5＋3

① 14÷3＝4....2

② 14＝3×4＋2

你喜歡那一種記法?為什麼

① 14÷3＝4....2 🢡 等號是得到答案

② 14＝3×4＋2 🢡 等號是兩邊一樣大

韓信點兵：

3個一數、5個一數、7個一數都剛好數完

甲÷3＝q1…1

甲÷5＝q2…1 🢡 甲： 3、5、7的公倍數＋1

甲÷7＝q3…1

甲＝3×q1＋1 🢡 甲－1＝3×q1

甲＝5×q2＋1 🢡 甲－1＝5×q2

甲＝7×q3＋1 🢡 甲－1＝7×q3

甲－1：3、5、7的公倍數

逐次減項的記法

5×(3＋8)＋40

＝5×11＋40

＝55＋40

＝95

請問95是計算那一個算式的答案?

①55＋40

②5×(3＋8)＋40

③每一個算式

5×(3＋8)＋40＝（ ）

5×(3＋8)＋40

＝5×11＋40

＝55＋40

＝95

因為：5×(3＋8)＋40＝5×11＋40

5×11＋40＝55＋40

55＋40＝95

所以：5×(3＋8)＋40＝95

主要的數學概念是等號的遞移性。

可以簡化上述詳細的記法嗎？

將前面的記法摘要記成：

5×(3＋8)＋40

＝5×11＋40

＝55＋40

＝95

逐次減項是摘要的記法。

省略 所以5×(3＋8)＋40＝95

教師應檢查答案95的意義。

定義：

數學上為何要引入定義？

定義可以修改嗎？

國中、小學生喜歡(或痛恨)定義？

定義：

①操作型定義 🢡 數學家追求

②完美定義(well-defined)

直接宣告定義是否有意義？

質數的定義：

只有1及本身兩個因數的正整數稱為質數

學生為什麼要先知道質數的定義。

宣告質數的定義對學生有何幫助。

分類活動引入質數和合數的定義

列出1〜12各數的所有因數：

因數只有1個的數：1

因數只有2個的數：2、3、5、7、11

因數有3個以上的數：4、6、8、9、10、12

2的因數是1和2；3的因數是1和3；

5的因數是1和5，….。

因數只有2個的數，它們的因數都是1和本身，數學上稱這些數為質數。

也可以說，除了1和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。

4的因數除了1和4之外還有2；

6的因數除了1和6之外還有2和3；

8的因數除了1和8之外還有2和4，….。

因數有3個或比3個多的數，它們的因數除了1和本身以外，還有其他的數，數學上稱這些數為合數。

1的因數只有1個，

所以1不是質數也不是合數。

何時會用到質數的定義

將24分解成比1大整數的乘積

24＝8🞨3＝2🞨2🞨2🞨3

不能分解成2個大於1整數相乘的數，它們

的因數只有1和自己，所以不能分解成2個

大於1整數相乘的數是質數。

質數的定義：

①只有1及本身兩個因數的正整數稱為質數

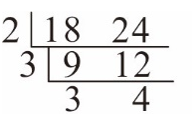
②因數只有2個的數，它們的因數都是1和本身，數學上稱這些數為質數。

③不能分解成2個大於1整數相乘的數稱為質數

兩數互質的定義：

(a、b)＝1，稱a、b兩數互質

是否有三數互質的定義？



3和4沒有共同的質因數

🢡 (18、24)＝2🞨3

🢡 [18、24]＝2🞨3🞨3🞨4

互質的定義：

①3和4沒有共同的質因數

②3和4的最大公因數是1

①7x＋3＝5x＋9 ②y＝f(x)＝5x＋9

2x＝6 f(6)＝30＋9

x＝3 ＝39

這兩組數學式子意義是否相同?

數學式子中**「x」**意義是否相同?

① 7x＋3＝5x＋9 ② f(x)＝5x＋9

2x＝6 f(6)＝30＋9

x＝3 ＝39

算式：方程式 算式：函數

x：未知數 x：變數

unknow variable

未知數的發展層次：

層次一：某數(確定且唯一)

層次二：某數(確定但多個)

層次三：變數

層次一：某數(確定且唯一)

x＋5＝8

y🞨5＝40

5x－1＝2x＋17

一元一次方程式都屬於層次一

層次二：某數(確定但多個)

x2－3x＋2＝0

2x＋4y＝24

2x＋5＞10

全數 🢡 整數 🢡 有理數 🢡 實數

3x＋5 🢡 x是什麼？

國中生 🢡 層次二(某一個數)

教師 🢡 層次三(變數)

國小引入一元一次方程式的流程

5＋( )＝8 🢡 5＋x＝8

國中引入一元一次方程式的流程

3x 🢡 3x＋5 🢡 3x＋5＝20

層次二 層次一

數學符號或數學運算是怎樣被發展出來的？

為什麼「5＋3＝8」?

哪一種引入方式比較合理？

①先引入加法算式5＋3＝8，

然後用蘋果的情境說明其義意。

②先解決5個蘋果和3個蘋果合起來有

8個蘋果的問題，再使用加法算式

5＋3＝8記錄解題活動。

f(x)＝50x＋100

這個式子是怎麼冒出來的?

f(7)代表什麼?

為什麼 f(7)＝50×7＋100

①直接透過定義的方式引入。

②布置適當情境幫助學生自行發展出來。

f(x)＝50x＋100

7 🢧 🢧 50×7＋100 🢧 450

函數像一個黑箱子，

7代入 🢧 (50×7＋100)就跑出來。

1枝 🢧 5元

2枝 🢧 10元

…….

100枝 🢧 500元

x枝 🢧 5x元

上述表示法無法引入變數x的概念

懂變數的人看懂，不懂變數的人看不懂

變數x是什麼？

1枝 🢧 5×1元

2枝 🢧 5×2元

…….

100枝 🢧 5×100元

y枝 🢧 5×y元

上述的表示法能引入變數x的概念

變數y是什麼？

1枝 🢧 5×1元

2枝 🢧 5×2元

3枝 🢧 5×3元

…….

100枝 🢧 5×100元

請用一個數學式子把上面表格記下來，

讓別人看到數學式子就想到表格

y枝 🢧 5×y元

看到這個數學式子，

你會想到前面的表格嗎？

y枝 🢧 5×y元 (對應關係)

y＝1、2、3、….、100 (定義域)

看到這個數學式子，

你會想到前面的表格嗎？

① x 🢧 5x

② f(x)＝5x 🢡 國中常見的函數

③ y＝5x 🢡 國中常見的函數

x＝1、2、3、….、100

這三種表示法，何者最具體？

為何要引入抽象的表示法？

五角柱有幾個頂點，幾個面，幾條邊？

六角柱有幾個頂點，幾個面，幾條邊？

n角柱有幾個頂點，幾個面，幾條邊？

五角柱 頂點的個數：10 vs 5×2

邊的個數：15 vs 5×3

面的個數： 7 vs 5＋2

有變數的概念

沒有變數的概念

謝老板利用快遞賣粽子，肉粽一個賣50元，

不管買幾個粽子都加收100元快遞費用。

如何幫助伙計或顧客知道買幾個粽子

要付多少元?

肉粽個數 價錢(元)

1個 🢧 150

2個 🢧 200

3個 🢧 250

4個 🢧 300

5個 🢧 350

……

100個　 　🢧 5100

肉粽個數 價錢(元)

1個 🢧 50＋100

2個 🢧 100＋100

3個 🢧 150＋100

4個 🢧 200＋100

5個 🢧 250＋100

……

100個 🢧 5000＋100

肉粽個數 價錢(元)

1 個 🢧 50 × 1 ＋100

2 個 🢧 50 × 2 ＋100

3 個 🢧 50 × 3 ＋100

4 個 🢧 50 × 4 ＋100

5 個 🢧 50 × 5 ＋100

……

100 個 🢧 50 ×100＋100

肉粽個數 價錢(元)

y 個 🢧 50 × y ＋100

y＝1、2、3、….、100

價錢(元)

50 × 1 ＋100

50 × 2 ＋100

50 × 3 ＋100

……

50 ×100＋100

價錢(元)

50 ×y＋100

y＝1、2、3、….、100

ｆ(y)＝50 ×y＋100

y＝1、2、3、….、100

⦿如何挑出可以補救的學生

⦿如何挑出可以補救的學生

開學時，全班普測篩選測驗試題

①平時成績不錯，篩選測驗成績不佳

🢡 找到用功(還有學習的動機)，

但學習數學方法錯誤的中、後段學生

②平時成績不佳，篩選測驗成績尚可

🢡 找到不用功(學習方法合理)，  
 但有數學發展能力的中、後段學生

開學時，全班普測學力檢測試題

①平時成績不錯，學力檢測成績尚可(不佳)

🢡 找到用功(學習動機不錯)，

但學習數學方法錯誤的中、前段學生

②平時成績尚可(不佳)，學力檢測不錯

🢡 找到不用功(學習方法合理)，  
 但有發展潛能的中、前段學生

延後測 🢡 檢查學生記憶數學或理解數學