題號	1		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
學習內容	N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」（$a^m \times a^n = a^{m+n}$、$(a^m)^n = a^{mn}$、$(a \times b)^n = a^n \times b^n$，其中 m, n 為非負整數）；以數字例表示「同底數的除法指數律」（$a^m \div a^n = a^{m-n}$，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數）。		
試題內容	1. 計算 $\underbrace{3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times \cdots \times 3^2}_{\text{連乘 10 次}} = ?$ ① 90 ② 900 ③ 3^{12} ④ 3^{20}		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.17	0.02
2	0.08	0.18	0.01
3	0.06	0.11	0.02
4*	0.77	0.54	0.95
未作答	0.00		
通過率	0.77	鑑別度	0.41

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個指數連乘的算式，要求學生算出答案，評量學生應用指數律於計算的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1.本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項 4，通過率為 77%，顯示超過七成五的學生已具備應用指數律於計算的能力。

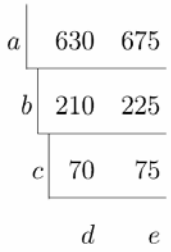
2.有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 17%)，這些學生可能不理解指數律，誤以為 9^{10} 次就是 90，而得到 $3^2 \times 3^2 \times \cdots \times 3^2 = 9 \times 9 \times \cdots \times 9 = 9^{10} = 90$ 的錯誤答案。

3.有 8%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能不理解指數律，誤以為連成 10 次就是 100 倍，而得到 $3^2 \times 3^2 \times \cdots \times 3^2 = 9 \times 9 \times \cdots \times 9 = 900$。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、	N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」（$a^m \times a^n = a^{m+n}$、	N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一

		3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	$(a^m)^n=a^{mn}$ 、$(a\times b)^n=a^n\times b^n$ ，其中 m,n 為非負整數）；以數字例表示「同底數的除法指數律」（ $a^m\div a^n=a^{m-n}$ ，其中 $m\geqq n$ 且 m,n 為非負整數）。	般項。
補救教學建議	下面以「$3^a\times 3^5=3^8$，$a=$？」為例，說明如何幫助學生解題。 (一) 先復習指數的定義， 7＋7＋7＋7＋7＋7，6 個 7 相加可以記成 7×6， 7×7×7×7×7×7，6 個 7 相乘可以記成 7^6， $a+a+a+a+a$，5 個 a 相加可以記成 $a\times 5$， $a\times a\times a\times a\times a$，5 個 a 相乘可以記成 a^5。 (二) 先舉一些同底指數相乘的例子，以 $3^2\times 3^5$ 為例，幫學生察覺： $3^2\times 3^5$ $=(3\times 3)\times(3\times 3\times 3\times 3\times 3)$ $=3\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3$ $=3^{2+5}$ $=3^7$ (三) 再舉一些同底指數相除的例子，以 $7^6\div 7^2$ 為例，幫助學生察覺： $7^6\div 7^2$ $=(7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7)\div(7\times 7)$ $=\dfrac{7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7}{7\times 7}$ $=7^{6-2}$ $=7^4$ (四) 回到本題，因此 $\underbrace{3^2\times 3^2\times 3^2\times\cdots\times 3^2}_{\text{連乘 10 次}}=3^{\overbrace{2+2+\cdots+2}^{\text{連加 10 次}}}=3^{2\times 10}=3^{20}$			

題號	2		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
學習內容	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。		
試題內容	2. 下圖是小茹利用短除法求 630 和 675 的最小公倍數的過程，其中 a、b、c、d、e 都是正整數。  請問下列哪個數與 e 互質？ ① a ② b ③ c ④ d		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.10	0.00
2	0.07	0.16	0.01
3	0.16	0.34	0.02
4*	0.73	0.39	0.97
未作答	0.00		
通過率	0.73	鑑別度	0.58
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定兩個數及短除法計算最小公倍數的過程，要求學生選出與 e 互質的數，評量學生是否理解短除法求最小公倍數最後兩數一定互質。 **(二) 選項及學生表現說明** 1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 4，通過率為 73%，顯示超過七成的學生已理解短除法求最小公倍數最後兩數一定互質。 2. 有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 34%)，這些學生可能未察覺題目短除法格式中各個數的意義，因此在進行短除法時，計算出 a=9，b=5，最後將 c 視為 1，而有了 c 與 e 互質的想法。		

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內	N-6-2	N-7-2	

	容	最大公因數與最小公倍數：質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。	質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。	

補救教學建議

(一) 複習如何運用短除法進行一個正整數的質因數分解。

分解過程中，每個數都是質因數。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 630 \\ 3 & 315 \\ 3 & 105 \\ 5 & 35 \\ & 7 \end{array}$$

(二) 複習如何透過短除法求兩個正整數的最小公倍數。

例如 利用短除法求 462 和 546 的最小公倍數

462 546 有共同質因數 2 … 2

231 273 有共同質因數 3 ….. 3

77 91 有共同質因數 7 …… 7

	462	546
3	231	273
7	77	91
	11	13

11 和 13 沒有共同質因數，所以短除法計算完畢

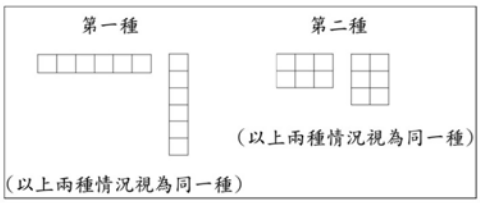
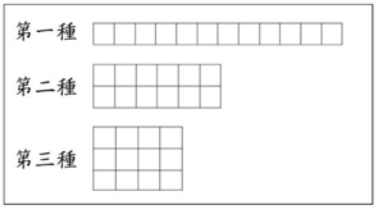
結論：短除法求兩個正整數的最小公倍數時，當算到最後兩數無共同質因數，短除法即計算完畢。此時，最後兩數的最大公因數為 1，也就稱這兩數「互質」。

(三) 以本題目說明解題步驟。

方法一：認真的完成短除法，確認與 15 互質的只有 14。

3	630	675
3	210	225
5	70	75
	14	15

方法二：利用上述的結論思考，一定互質的兩數是最後的 d 和 e。

題號	3		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
學習內容	N-7-1 100 以內的質數：質數和合數的定義；質數的篩法。		
試題內容	3. 小明手上有 100 張正方形紙牌，可以緊密不重疊地排出不同形狀的長方形。若拿 6 張，可排出兩種形狀，如圖（一）；若拿 12 張，可排出三種形狀，如圖（二）。小明從手中 100 張紙牌中拿出 n 張紙牌，發現最多只可以排出 1 種不同形狀的長方形，則下列哪一個選項可能是 n 的值？  圖（一）  圖（二） ① 91 ② 81 ③ 61 ④ 51		

選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.21	0.07
2	0.23	0.34	0.09
3*	0.52	0.29	0.80
4	0.09	0.15	0.04
未作答	0.00		
通過率	0.52	鑑別度	0.51

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個內含合數的情境題，要求學生理解情境中的問題並答題，評量學生將問題轉化為探討何者是質數的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.51，正確答案為選項 3，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已具備理解題意，並找出何者為質數的能力。
2. 有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能將 91 視為質數。
3. 有 23%的學生選擇選項 2(低分組有 34%)，這些學生可能認為 81 的因數分解只有 9×9。
4. 有 9%的學生選擇選項 4(低分組有 15%)，這些學生可能將 51 視為質數。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-1 20 以內的質數和質	N-7-1 100 以內的質數：質	

		因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	數和合數的定義；質數的篩法。	

補救教學建議

(一) 複習如何判斷質數。以 13 為例。

需要檢查大於 1，小於 13 的整數，是否為 13 的因數。首先，2 不是 13 的因數，所以 4、6、8、10、12 也不是 13 的因數；其次，3 不是 13 的因數，所以 9 也不是 13 的因數；最後 5、7、11 也不是 13 的因數；所以 13 的正因數只有 1 和 13 本身，故 13 是一個質數。

(二) 複習質數篩檢法。

1、首先 1 不是質數，刪去 1。

2、在 2 的倍數中，除了 2 是質數，其餘是合數，所以保留 2，刪去 2 的倍數。

3、同樣的步驟，保留 3，刪去 3 的倍數；保留 5，刪去 5 的倍數；保留 7，刪去 7 的倍數。此時應發現刪除 7 的倍數只有 3 個。

4、要保留 11，刪去 11 的倍數時，發現沒得刪了。也就是剩下的都是質數。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

(三) 以本題目說明解題步驟。

題目中所說 6 張的排法有兩種，正是 $6=1\times6=2\times3$，也就是 6 是合數

四個選項中，只有 61 是質數，所以它的排法只有 1×61 一種

其餘皆為合數，排法就不只一種了

$91=1\times91=7\times13$　　有 2 種排法

$81=1\times81=3\times27=9\times9$　　有 3 種排法

$51=1\times51=3\times17$　　有 2 種排法

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">4</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>數與量</td><td>認知歷程向度</td><td>概念理解</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律；$-(a+b)=-a-b$；$-(a-b)=-a+b$。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">4. 下列選項中哪個算式<u>不成立</u>？
① $(128+64)\times 32=128\times 32+64\times 32$
② $(128-64)\times 32=128\times 32-64\times 32$
③ $128\div(64+32)=128\div 64+128\div 32$
④ $(128+64)\div 32=128\div 32+64\div 32$</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.05</td><td>0.14</td><td>0.00</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.08</td><td>0.17</td><td>0.01</td></tr>
<tr><td>3*</td><td>0.67</td><td>0.42</td><td>0.90</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.19</td><td>0.26</td><td>0.09</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.00</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.67</td><td>鑑別度</td><td>0.48</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定四個算式，要求學生找出不成立的算式，評量學生是否理解分配律。
(二) 選項及學生表現說明
1. 本題鑑別度為 0.48，正確答案為選項 3，通過率為 67%，顯示近七成的學生已理解分配律。
2. 有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能在理解分配律上有誤。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table><tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr><tr><td>學習內容</td><td>N-6-5
解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。</td><td>N-7-4
數的運算規律：交換律；結合律；分配律；-(a+b)=-a-b；-(a-b)=-a+b。</td><td>N-8-1
二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td colspan="3">(一) 乘法的分配律運算。
1、先由情境說明分配律，
(1) 例如：「一包蘋果有 5 顆紅蘋果和 2 顆青蘋果，媽媽買了 3 包，一共買了幾顆？」
[方法一]先分別算紅蘋果有幾顆、青蘋果有幾顆，再算總共有幾顆？
因此得答案為$5\times 3+2\times 3$ 。</td></tr>
</table>

[方法二]先一包有幾顆，再算總共有幾顆？

因此得答案為$(5+2)\times3$。

因為總顆數是不變，所以兩種算法的答案相等，故$5\times3+2\times3=(5+2)\times3$。

(2) 例如：「A 套餐內容有漢堡、薯條和紅茶，一份 60 元，若不要飲料，則少 10 元。小鐘班上訂了 A 套餐，但不要飲料，共要付多少錢？」。

[方法一]套餐扣掉飲料的 30 份，共付$(60-10)\times30$

[方法二]先算套餐總價，再扣掉飲料總價，共付$60\times30-10\times30$

因為要付的價錢一樣，所以兩種算法的答案相等，故

$(60-10)\times30=60\times30-10\times30$

2、再利用直式、橫式觀察理解乘法分配律。

$$\begin{array}{r} 128+64 \\ \times) \quad 32 \\ \hline 128\times32+64\times32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128-64 \\ \times) \quad 32 \\ \hline 128\times32-64\times32 \end{array}$$

$(128+64)\times32=128\times32+64\times32$　　$(128-64)\times32=128\times32-64\times32$

(二) 除法的分配律運算。

1、甲農場送給學校 128 顆水果，乙農場送給學校 64 顆水果，學校 32 位同學每個人拿到的數量一樣，每個人可以拿到幾顆？

[方法一](一起分)總水果數均分給每位同學，每人可以拿到

$(128+64)\div32$ 顆

[方法二](分開分)每位同學分到甲、乙農場的水果，每人可以拿到

$128\div32+64\div32$ 顆

因為無論哪種分法，每人拿到的數量一樣所以兩種算法的答案相等，故

$(128+64)\div32=128\div32+64\div32$

2、128 顆水果贈送給甲校(64 人)和乙校(32 人)，每個人拿到的數量會是「水果數量除以總人數」，也就是$128\div(64+32)$。

想一想：可以寫成$128\div32+64\div32$表示嗎？

很明顯的，這是上一題中的[方法二]，跟這題的意思顯然不一樣了，因此$128\div(64+32)\neq128\div32+64\div32$

3、除法的運算可將算式先寫成分數型態，觀察是否具備分配律。

$$128\div(64+32)=\frac{128}{64+32}$$

$$\begin{aligned}(128+64)\div32&=\frac{128+64}{32}\\&=\frac{128}{32}+\frac{64}{32}\\&=128\div32+64\div32\end{aligned}$$

(三) 整合看見乘法分配律。以本題目說明解題步驟。

對部分學生而言，會主動將分配律中的「×」延伸至「÷」，因此在除法中

	的觀察結果，宜告訴學生分配律只能應用在「×」法，對於「÷」法，應將其轉換至乘法再進行計算較適合 $128\div(64+32)$ $(128+64)\div32$ $=128\times\frac{1}{64+32}$ $=(128+64)\times\frac{1}{32}$ $\neq128\times(\frac{1}{64}+\frac{1}{32})$ $=128\times\frac{1}{32}+64\times\frac{1}{32}$

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">5</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>數與量</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">5. 計算 $10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}=?$
① $-4\frac{1}{7}$
② 1
③ $8\frac{5}{7}$
④ 13</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.10</td><td>0.23</td><td>0.00</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.06</td><td>0.15</td><td>0.00</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.20</td><td>0.35</td><td>0.06</td></tr>
<tr><td>4*</td><td>0.64</td><td>0.26</td><td>0.94</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.00</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.64</td><td>鑑別度</td><td>0.68</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個負數與數的四則混合算式，要求學生算出答案，評量學生是否掌握數的四則混合運算。
(二) 選項及學生表現說明
1. 本題鑑別度為 0.68，正確答案為選項 4，通過率為 64%，顯示超過六成的學生已掌握數的四則混合運算。
2. 有 10%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生計算時可能未掌握先乘除後加減的計算規則，
$10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}=7\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}=-5+\frac{6}{7}=-4\frac{1}{7}$，得錯誤的結果。
3. 有 20%的學生選擇選項 3(低分組有 35%)，這些學生計算時可能未掌握先乘除後加減的計算規則，
$10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}=10+(\frac{-15}{7})+\frac{6}{7}=10+\frac{-9}{7}=8\frac{5}{7}$，得錯誤的結果。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>N-6-5
解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數</td><td>N-7-3
負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相</td><td>N-8-1
二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

		協助解題。	反數；數的四則混合運算。	

補救教學建議

(一) 複習四則運算先乘除後加減，其餘由左至右規則的由來。

以「10+3+3+3+3+7」為例。

原本的算式就是先寫什麼算什麼，所以由左至右計算，而其中的 3+3+3+3 可簡化成 3×4，因此算式可以改寫成「10+3×4+7」。

但不變的是計算結果，所以不能直接由左至右計算，而是把 3 的連加先算，之後再由左至右計算，也就是 10+3×4+7=10+12+7=22+7=29

<先乘>　<由左至右>

(二) 複習數的加、減、乘、除。

1、+、−的意義

"+"念成"加"：**給**的意思 ； "−"念成"減"：**拿走**的意思

"+"念成"正"：以**優點卡**表示 ； "−"念成"負"：相反的意義，以**缺點卡**表示，而且 1 張**優點卡**與 1 張**缺點卡**可抵消。

若拿走 1 張優點卡，可以改成給 1 張缺點卡 ； 同樣的，拿走 1 張缺點卡，也可以改成給 1 張優點卡。

2、兩數的加、減、乘、除。以(−5)與(−3)為例。

(1) $(-5)+(-3)$。

想法：5 張缺點卡給 3 張缺點卡，總共是 8 張缺點卡

所以 $(-5)+(-3)=-(5+3)=-8$

(2) $(-5)-(-3)$。

想法：①5 張缺點卡拿走 3 張缺點卡，還剩 2 張缺點卡

②拿走 3 張缺點卡，可以改成給 3 張優點卡，可與其中的 3 張缺點卡抵銷，最後剩 2 張缺點卡

所以 $(-5)-(-3)=(-5)+3=(-2)+(-3)+3=-2$

(3) $(-5)\times(-3)$。

想法：5 張缺點卡的負 3 倍，"負"是相反的意義，因此是優點卡，5 張的 3 倍就是 15 張，所以 $(-5)\times(-3)=5\times3=15$

(4) $(-5)\div(-3)$。

想法：5 張缺點卡是 3 張缺點卡的幾倍？

a 是 b 的幾倍？最好的情況是 b=1 時，例如 7 是 1 的 7 倍；

(−3)是 1 的−3 倍； $(-\frac{5}{7})$ 是 1 的 $(-\frac{5}{7})$ 倍

因此，設法讓除數經過放大縮小成為 1，當然這時的被除數也會相同的放大縮小。

$(-5)\div(-3)$

$\times(-\frac{1}{3})$ $\times(-\frac{1}{3})$

$=[(-5)\times(-\frac{1}{3})]\div 1$

$=(-5)\times(-\frac{1}{3})$

$=5\times\frac{1}{3}$

(三) 對負數與數的四則混合運算題目進行教學。以本題目說明解題步驟。

$10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}=?$

1、先處理乘除$3\times(-\frac{5}{7})$。3 的負$\frac{5}{7}$倍，也就是負的 3 的$\frac{5}{7}$倍，所以是$-(3\times\frac{5}{7})=-\frac{15}{7}$。

$10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}$

$=10-(-\frac{15}{7})+\frac{6}{7}$

2、算式中的$-(-\frac{15}{7})$唸成”減(負 7 分之 15)”，減=拿走，可以改成給=加相反的數，所以$-(-\frac{15}{7})=+\frac{15}{7}$唸成”加(7 分之 15)”。

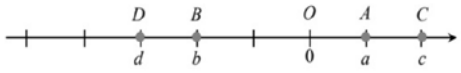
因此

$10-3\times(-\frac{5}{7})+\frac{6}{7}$

$=10-(-\frac{15}{7})+\frac{6}{7}$

$=10+\frac{15}{7}+\frac{6}{7}$

$=13$

題號	6		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $\|a-b\|$ 表示數線上兩點 a, b 的距離。		
試題內容	6. 數線上 $A(a)$、$B(b)$、$O(0)$、$C(c)$、$D(d)$ 五點的相對位置關係如下圖，下列敘述何者正確？  ① $\|a\| > \|b\|$ ② $\|d\| < \|c\|$ ③ $\|a-b\| < \|d-c\|$ ④ $\|a-d\| < \|b+c\|$		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.29	0.03
2	0.14	0.23	0.06
3*	0.51	0.22	0.81
4	0.20	0.25	0.11
未作答	0.00		
通過率	0.51	鑑別度	0.59
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定數線上數個點的相對位置，要求學生選出正確的選項，評量學生是否理解絕對值。 **(二) 選項及學生表現說明** 1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 3，通過率為 51%，顯示有五成的學生已具備理解絕對值。 2.有 15%的學生選擇選項 1(低分組有 29%)，這些學生可能未完全理解絕對值，直接由 $a>0$、$b<0$ 判斷 $\|a\| > \|b\|$。 3.有 14%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能未完全理解絕對值，直接由 D 點在最左邊、C 點在最右邊判斷 $\|d\| < \|c\|$。 4.有 20%的學生選擇選項 4(低分組有 25%)，這些學生可能未完全理解絕對值，直接由 $a-d$、$b+c$，認為相加恆大的迷失概念。		

教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	學習內容		N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以|a-b|表示數線上兩	

			點 a,b 的距離。 備註 絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。	

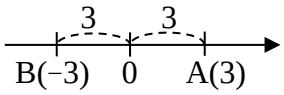
補救教學建議

(一) 複習絕對值。

絕對值的意義：

1. 表示點到原點的距離。

A(3)與 B(−3)在數線上與原點的距離都是 3，而 3 與−3 互為相反數。因此，我們將某點到原點的距離(也就是某點與原點的差距)，以絕對值符號「| |」表示。



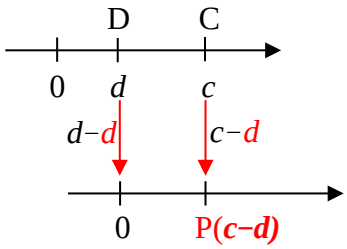
即 C(c)到原點的距離為$|c-0|=|c|$　B(−3)到原點的距離為$|(-3)-0|=|-3|=3$

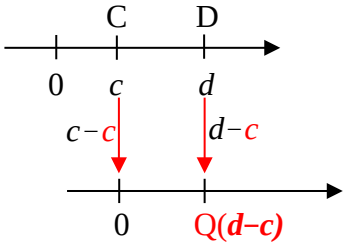
2. 兩點間的距離如何用絕對值表示。

若 C(c)、D(d)，C 到 D 兩點間的距離($\overline{CD}$)，當兩點坐標平移至其中一點的坐標為 0 時，那兩點間的距離就等於是點到原點的距離了。

接著我們探討以下幾種狀況：

(1) 兩數皆為正數





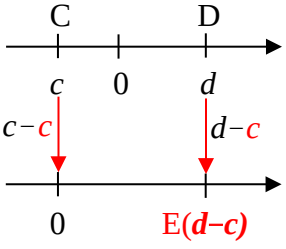
[狀況一]$\overline{CD}=P$點到原點的距離$=|(c-d)-0|=|c-d|$

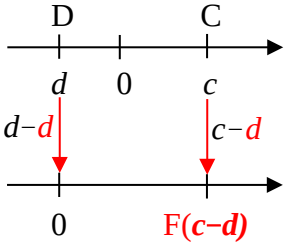
[狀況二]$\overline{CD}=Q$點到原點的距離$=|(d-c)-0|=|d-c|$

$c-d$ 與 $d-c$ 互為相反數，表示 P、Q 兩點到原點等距離，也就是

$\overline{CD}=|c-d|=|d-c|$

(2) 一正一負





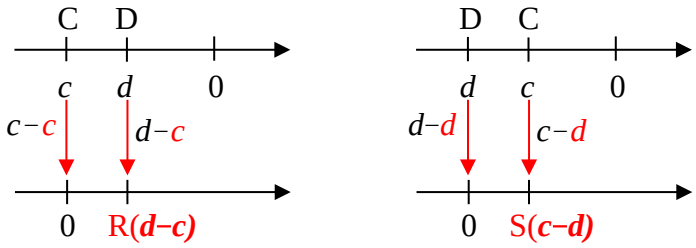
[狀況一]$\overline{CD}=E$點到原點的距離$=|(d-c)-0|=|d-c|$

[狀況二] $\overline{CD}$ = F點到原點的距離= $|(c-d)-0|=|c-d|$

$c-d$ 與 $d-c$ 互為相反數，表示 E、F 兩點到原點等距離，也就是

$\overline{CD}=|c-d|=|d-c|$

(3) 兩數皆為負數



[狀況一] $\overline{CD}$ = R點到原點的距離 $=|(d-c)-0|=|d-c|$

[狀況二] $\overline{CD}$ = S點到原點的距離= $|(c-d)-0|=|c-d|$

$c-d$ 與 $d-c$ 互為相反數，表示 R、S 兩點到原點等距離，也就是

$\overline{CD}=|c-d|=|d-c|$

結論：A(a)、B(b)，則 A、B 兩點間的距離 $\overline{AB}=|a-b|=|b-a|$

例如 A(3)、B(−3)，則 A、B 兩點間的距離 $\overline{AB}=|3-(-3)|$

(二) 以本題目說明解題步驟。

①a 到原點的距離小於與 b 到原點的距離，$\therefore|a|<|b|$

②d 到原點的距離大於與 c 到原點的距離，$\therefore|d|>|c|$

③a 到 b 的距離小於與 d 到 c 的距離，$\therefore|a-b|<|d-c|$

④$|b+c|=|b-(-c)|$，從數線上 b 與 c 的相對位置而言，b 與$-c$ 兩點的位置很接近，a 到 d 的距離大於與 b 到$-c$ 的距離，$\therefore|a-d|>|b+c|$

題號	7		
內容領域	數與量	認知歷程向度	解題思考
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $\|a-b\|$ 表示數線上兩點 a, b 的距離。		
試題內容	7. 數線上 A、B、C、P 四點的相對位置關係如下圖。  已知 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$，$P$ 為 $\overline{AB}$ 的中點，且 $\overline{PB}=3$，則 $\overline{AC}=?$ ① 5 ② 6 ③ 10 ④ 16		

選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.19	0.01
2	0.11	0.25	0.01
3	0.30	0.35	0.21
4*	0.50	0.21	0.78
未作答	0.00		
通過率	0.50	鑑別度	0.57

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定數線上數個點的相對位置，要求學生算出兩點間的距離，評量學生應用數線與絕對值的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 4，通過率為 50%，顯示五成的學生已具備應用數線與絕對值的能力。
2. 有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能對題意不了解，而選擇了錯誤的答案。
3. 有 30%的學生選擇選項 3(低分組有 35%)，這些學生可能對題意上未完全了解，將 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$ 看成 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:5=6:10$，而得到 $\overline{AC}=10$ 錯誤的答案。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容		N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以|a-b|表示數線上兩點 a,b 的距離。 備註	

			絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。	

補救教學建議

(一) 複習數線

① 一直線上任取一點為基準點，稱為原點 O，代表數字為 0。

② 箭頭表示正向。

③ 取適當長作為單位長，以原點為起點，每向右 1 個單位長標記為 1、2、…。每向左 1 個單位長標記為−1、−2、…。

將以上三點所繪製的這條直線，稱為數線。

(二) 數線上點的坐標

例如在數線上有一點 A，在原點右邊 3 個單位長的位置，即表示 A 點的坐標是 2，記為 A(2)。若是在原點左邊 2 個單位長的位置，即表示 B 點的坐標是−2，記為 B(−2) 。

(三) 數線上絕對值的意義

(請參閱第 6 題的教學建議)

(四) 以本題目說明解題步驟。

因為 $\overline{PB}=3$，我們可將 P 坐標設為原點，則 B 點坐標為 3。因為 P 是中點，所以 A 點坐標為−3，$\overline{AB}=|3-(-3)|=6$。又 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$，可得 $\overline{BC}=10$，故 C 點坐標為 13，得 $\overline{AC}=|13-(-3)|=16$。

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">8</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>數與量</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">8. 桌上有若干個大小不同的柱體容器，已知容量最小的柱體底面積為 24 平方公分，高為 8 公分，現將其裝滿水，接著把水倒進另一個柱體容器中並觀察水位高度。請問下列選項的敘述何者正確？
（柱體體積 = 底面積 × 柱高）
① 底面積 12 平方公分的柱體容器，水位高度會是 4 公分
② 不同柱體容器的「底面積」和「水位高度」會成反比
③ 不同柱體容器「底面積」和「水位高度」的比值皆為 3
④ 不管用哪一個柱體容器裝水，水位高度都會是 8 公分</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.18</td><td>0.30</td><td>0.03</td></tr>
<tr><td>2*</td><td>0.55</td><td>0.28</td><td>0.86</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.20</td><td>0.26</td><td>0.10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.07</td><td>0.15</td><td>0.01</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.00</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.55</td><td>鑑別度</td><td>0.58</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個給定底面積與高度並裝滿水的柱體容器，要求學生判斷將水倒進其他柱體容器的水位高度，評量學生是否理解正比與反比的概念。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 2，通過率為 55%，顯示超過五成的學生已具備應用正比與反比解題的能力。
2.有 18%的學生選擇選項 1(低分組有 30%)，這些學生可能誤以為這些柱體的底面積和高成正比，檢驗底面積和高的比得到 24：8=3：1，12：4=3：1，具有相同的比，故選此答案。
3.有 20%的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，這些學生不理解同容積的水裝到不同柱體容器時其底面積和水位高體成反比，而誤以為底面積：水位高度的比值為固定值得到 24：8=$\frac{24}{8}$=3。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>N-6-6
比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的</td><td>N-7-9
比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境</td><td>S-8-8
三角形的基本性質：等腰三角形兩底角相等；非等腰三角形大角對大邊，</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

		兩種倍數關係(比例思考的基礎)。解決比的應用問題。 **備註**：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。	應以有意義之比值為例。 **備註** 不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。	大邊對大角；三角形兩邊和大於第三邊；外角等於其內對角和。

補救教學建議

(一) 講解「正比」與「反比」的意義。

1. 正比：以媽媽到米店買米為例，說明正比的意義

假設媽媽買米的重量為 x，所花的錢為 y

米重 x(台斤)	1	2	3	4	5	6
買米的錢 y(元)	30	60	90	120	150	180
米重 x：買米的錢 y 的最簡整數比	1：30	2：60 =1：30	3：90 =1：30	4：120 =1：30	5：150 =1：30	6：180 =1：30
米重 x 與買米的錢 y 的比值(最簡分數)	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{60}=\frac{1}{30}$	$\frac{3}{90}=\frac{1}{30}$	$\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$	$\frac{5}{150}=\frac{1}{30}$	$\frac{6}{180}=\frac{1}{30}$

① 將每種米重和買米的錢的比化為最簡整數比之後，每種情形都是 1：30

② 將每種米重和買米的錢化為最簡分數的比值之後，每種情形都是 $\frac{1}{30}$

③ 由上可以得到 $x:y=1:30$，由內項乘積等於外項乘積得到 $y=30x$ 或者 $\frac{x}{y}=\frac{1}{30}$ 得到 $\frac{y}{x}=30$， $y=30x$

④ 給定兩個變數 x、y，當 x 值改變時，y 值也隨著改變，保持 x 值與 y 值的最簡整數比數=1：k ($k\neq0$)，此時我們稱 x 與 y 成正比，再由比例式 $x:y=1:k$ 性質可以改寫成 $y=kx$ (或 $\frac{y}{x}=k$)。

2. 反比：以長方形的面積為 $60cm^2$ 為例，探討長與寬的關係為例，說明反比的意義

設長為 x (cm)，寬為 y (cm)

長 x (cm)	60	30	20	15	12	10
寬 y (cm)	1	2	3	4	5	6
長的倒數 $\frac{1}{x}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{30}=\frac{2}{60}$	$\frac{1}{20}=\frac{3}{60}$	$\frac{1}{15}=\frac{4}{60}$	$\frac{1}{12}=\frac{5}{60}$	$\frac{1}{10}=\frac{6}{60}$
長：寬	60：1	30：2 =15：1	20：3	15：4	12：5	10：6 =5：3
長的倒數：寬	$\frac{1}{60}:1$ $=1:60$	$\frac{1}{30}:2$ $=1:60$	$\frac{1}{20}:3$ $=1:60$	$\frac{1}{15}:4$ $=1:60$	$\frac{1}{12}:5$ $=1:60$	$\frac{1}{10}:6$ $=1:60$
長的倒數：寬比值(最簡分數)	$\frac{1}{60}:1$ $=\frac{1}{60}$	$\frac{1}{30}:2$ $=\frac{1}{60}$	$\frac{1}{20}:3$ $=\frac{1}{60}$	$\frac{1}{15}:4$ $=\frac{1}{60}$	$\frac{1}{12}:5$ $=\frac{1}{60}$	$\frac{1}{10}:6$ $=\frac{1}{60}$

① 將每種長和寬的比化為最簡整數比之後，沒有固定的比。但將每種長的倒數比和寬的比都化為最簡整數比之後，發現每種情形都是1：60。

② 將每種長的倒數和寬的比值都化為最簡分數之後，發現每種情形都是$\frac{1}{60}$。

③ 由上可以得到$\frac{1}{x}:y=1:60$，由內項乘積等於外項乘積得到$y=\frac{60}{x}$，故$xy=60$。或者$\frac{1}{x}:y=\frac{1}{60}$得到$\frac{1}{xy}=\frac{1}{60}$，故$xy=60$。

④ 給定兩個變數x、y，當x值改變時，y值也隨著改變，而且保持x值的倒數和y值最簡整數比=1:k ($k\neq0$)，此時我們稱x與y成反比。再由比例式性質可以改寫成

$\frac{1}{x}:y=1:k$，$y=k\times\frac{1}{x}$，最後得到$xy=k$。

寬(x)	1	2	3	4	6	8	12	24
面積(x)	6	12	18	24	36	48	72	144

(二) 以生活情境的例子說明「正比」的意義。例如：設一長方形的長固定為6單位，則長方形的面積會隨著長方形的寬的變化而改變，如下表所示：根據上表，引導學生發現「面積＝6×寬」，得到$y=6x$。

(三) 以生活情境的例子說明「反比」的意義。例如爺爺購買每斤x元的茶葉y斤，總價為1000元。

茶葉的重量(x)	1000	500	250	200	125	100
茶葉的總價(y)	1	2	4	5	8	10

題號	9		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
學習內容	N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律；$-(a+b)=-a-b$；　$-(a-b)=-a+b$。		
試題內容	9. 已知甲、乙、丙為三個整數，且 甲 + [(−98) + (−27)] = (−98)−[(−27) − 乙] = (−27)−[(−98) − 丙] 關於甲、乙、丙的大小關係，下列何者正確？ ① 甲 > 乙 > 丙 ② 甲 > 丙 > 乙 ③ 乙 > 丙 > 甲 ④ 丙 > 乙 > 甲		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.44	0.21	0.75
2	0.24	0.30	0.14
3	0.15	0.24	0.03
4	0.18	0.24	0.07
未作答	0.00		
通過率	0.44	鑑別度	0.54
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定三個具有未知數且等值的算式，要求學生比較三個未知數的大小關係，評量學生應用交換律、結合律及分配律計算的能力。 **(二) 選項及學生表現說明** 1.本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項 1，通過率為 44%，顯示超過四成的學生已具備應用交換律、結合律及分配律計算的能力。 2.有 24%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，這些學生可能將算式的值設為 0 甲＋[(－98)＋(－27)]=0，甲=98＋27 (－98)－[(－27)－乙]=0，乙=(－98)＋27 (－27)－[(－98)－丙]=0，丙=(－27)＋98 故得甲>丙>乙 3.有 15%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能直接比較常數的值： 甲=(－98)+ (－27) =－105 －乙=(－98)－(－27) =－71，得乙=71 丙= (－27)－(－98) =71，得丙=－71 故得乙>丙>甲 4.有 18%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能直接比較常數		

<table>
<tr><td></td><td>的值：
甲=(－98)+ (－27) =－105
乙=(－98)－(－27) =－71
丙= (－27)－(－98) =71
故得丙>乙>甲</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>N-6-3
分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。
N-6-4
小數的除法：整數除以小數、小數除以小數的意義。直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理商一定比被除數小的錯誤類型。
N-6-5
解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。</td><td>N-7-4
數的運算規律：交換律；結合律；分配律；-(a+b)=-a-b　；-(a-b)=-a+b。</td><td>N-8-1
二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。
備註：可使用乘法公式來化簡的根式，待乘法公式單元再提及。</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td>(一) 複習：(1) $-(a+b)=-a-b$；(2) $-(a-b)=-a+b$
例如：(1) $19-(7+8)=19-7-8$
(2) $19-(7-8)=19-7+8$
(二) 以「已知甲、乙、丙為三個整數，且甲+(–27)＝乙＋(–17)＝丙－(–27)，關於甲、乙、丙的大小關係，下列何者正確？」為例，說明如何幫助學生解題：
(1) 甲+(–27)＝乙＋(–17)，因為 –27＜–17，所以甲>乙
(2) 乙+(–17)＝丙－(–27)，乙+(–17)＝丙＋27，因為 –17＜27，所以乙>丙
(3) 由(1)及(2)，得到甲>乙>丙</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">10</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>數與量</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">N-7-8 科學記號：以科學記號表達正數，此數可以是很大的數（次方為正整數），也可以是很小的數（次方為負整數）。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">10. 地球與太陽的平均距離為 150000000 公里，換成以公尺表示是多少公尺？
（1 公里 =1000 公尺）
① 1.5×10^{5}
② 1.5×10^{7}
③ 1.5×10^{10}
④ 1.5×10^{11}</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.13</td><td>0.18</td><td>0.09</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.27</td><td>0.45</td><td>0.06</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.17</td><td>0.23</td><td>0.08</td></tr>
<tr><td>4*</td><td>0.42</td><td>0.13</td><td>0.77</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.00</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.42</td><td>鑑別度</td><td>0.64</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個距離量，要求學生轉換單位並以科學記號表示，評量學生以科學記號表達正數的能力。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.64，正確答案為選項 4，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備以科學記號表達正數的能力。
2.有 13%的學生選擇選項 1(低分組有 18%)，這些學生可能在轉換單位時誤以為距離為 $\frac{150000000}{1000}=150000=1.5\times10^{5}$ (公里)。
3.有 27%的學生選擇選項 2(低分組有 45%)，這些學生可能以為科學記號 10 的次方直接計算原數後面有幾個零，故得 $150000000=1.5\times10^{7}$ (公里)。
4.有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能知道如何將公里轉換成公尺得到 $150000000\times1000=150000000000$ (公尺)，但誤以為科學記號 10 的次方直接計算原數後面有幾個零得到 1.5×10^{10} (公尺)</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>無</td><td>N-7-8
科學記號：以科學記號表達正數，此數可以是很大的數（次方為正整數），也可以是很小的數（次方為</td><td>無</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

			負整數)。 備註 本條目旨在科學記號的了解與使用，例如 1 奈米等於 10-9 公尺，其中含有負數次方的部分，可以使用小數與之轉換來解釋，不宜牽涉到其他底數的負次方，也不宜涉及科學記號的四則運算。	

補救教學建議

(一) 介紹 10 進位的數值表

位名	千	百	十	個	十分	百分	千分
位值	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
10 的指數形式	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
指數次方	3	2	1	0	−1	−2	−3

由上面我們可以歸納出：

(1) 當 n 為正整數時，$(\frac{1}{10})^n = 10^{-n}$　　(2) $10^0 = 1$

(二) 以「請將 2,560,000 以科學記號表示」為例，說明如何幫助學生用科學記號表示大於 1 的數。

位名	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
10 的指數形式	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
指數次方	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
各位數字	2	5	6	0	0	0	0

由表可知最高位 2 代表 2 個百萬，也就是 2 個10^6，2,560,000 可表示為 2.56 個10^6我們可以從個位的指數次方(0 次方)數到最高位數的指數次方(6 次方)，得到 2,560,000 可用科學記號表示為2.56×10^6 。

(三) 再以「請將 0.000234 以科學記號表示」為例，說明如何幫助學生用科學記號表示小於 1 的數。

位名	個	十分	百分	千分	萬分	十萬分	百萬分
10 的指數形式	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
指數次方	**0**	**−1**	**−2**	**−3**	**−4**	**−5**	**−6**
各位數字	0	0	0	0	2	3	4

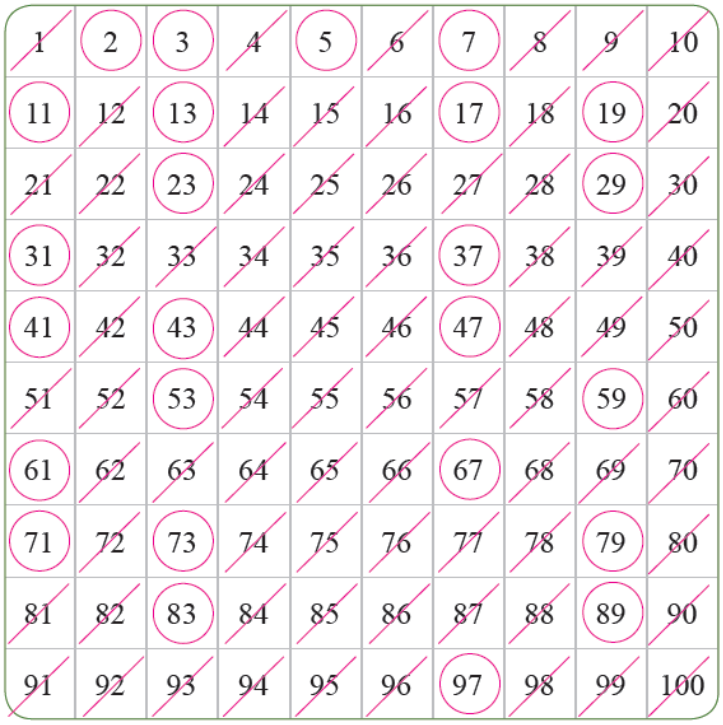
由表可知最高位 2 代表 2 個萬分之一$(\frac{1}{10000})$，也就是 2 個10^{-4}，0.000234 可表示為 2.34 個10^{-4}我們可以從個位的指數次方(0 次方)數到最高位數的指數次方(−4 次方)，得到 0.000234 可用科學記號表示為2.34×10^{-4} 。

題號	11		
內容領域	數與量	認知歷程向度	解題思考
學習內容	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。		
試題內容	11. 已知 $a=2^x\times3^3\times5^2$、$b=2^2\times3^y\times5$，且 a 和 b 的最小公倍數為 $2^3\times3^3\times5^z$，其中 x,y,z 為正整數或零。請問下列何者**不可能**是 $x+y+z$ 之值？ ① 9 ② 8 ③ 6 ④ 5		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.40	0.20	0.67
2	0.15	0.21	0.06
3	0.17	0.24	0.08
4	0.28	0.33	0.19
未作答	0.01		
通過率	0.40	鑑別度	0.47
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定兩個含有未知數指數次方的標準分解式，要求學生根據兩數的最小公倍數判斷標準分解式及最小公倍數的質因數次方，評量學生應用標準分解式求因數及倍數的問題的能力。 **(二) 選項及學生表現說明** 1.本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項 1，通過率為 40%，顯示成的學生已具備應用標準分解式求因數及倍數的問題的能力。 2.有 15%的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，這些學生可能不了解如何用標準分解式求最小公倍數。 3.有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能誤解題意要求最小公倍數，得到 $x=3,y=3,z=2$ ， $x+y+z=8$ 4.有 28%的學生選擇選項 4(低分組有 33%)，這些學生可能以為 $x=3,z=2$ ，但誤以為 y 至少大於 0，故以為 $x+y+z>5$		
教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	學習內容	N-6-1 **20 以內的質數和質因數分解**：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。	

		備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。 N-6-2 **最大公因數與最小公倍數**：質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。 **備註**：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。		
補救教學建議	(一) 下面以「找出 30 和 36 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生用質因數分解法解題。 步驟一：先將 30 及 36 進行質因數分解：30＝2×3×5；36＝2×2×3×3。 步驟二：幫助學生看到 2×2×3×3 再乘上 5 就是 30 的倍數，所以 2×2×3×3×5 就是 30 和 36 的最小公倍數。 步驟三：透過觀察下面的分解式 $30=\square\times 2\times 3\times\square\times 5$ $36=2\times 2\times 3\times 3\times\square$ 幫助學生發現 30 和 36 的最小公倍數，除了納入共同質因數，還要將非共同質因數都納入，即為兩數的最小公倍數。此時最小公倍數[30,36]的標準分解式（即 $2\times2\times3\times3\times5=2^2\times3^2\times5$），質因數 2 和 3 的指數次方剛好是 30 的標準分解式（即 $2\times3\times5$）及 36 的標準分解式（即 $2^2\times3^2$）取兩者共同質因數次方的最大者，最後還要將非共同質因數都納入。因此[30,36]＝$2\times2\times3\times3\times5$ ＝$2^2\times3^2\times5$ (二) 下面以「已知 $a=2^x\times3^2\times5$，$b=2^2\times3^y\times5^2$，且 a 和 b 的最小公倍數為 $2^3\times3^2\times5^z$，其中 x, y, z 為正整數或零。請問 $x+y+z$ 的最小值為何？」為例，說明如何幫助學生解題： $x+y+z$ 的最小值=3+0+2=5			

質因數	a 的質因數其指數次方	b 的質因數其指數次方	a 和 b 的最小公倍數其質因數指數次方	結論
2	x	2	3	$x=3$
3	2	y	2	$0\leqq y\leqq 2$
5	1	2	z	2

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">12</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>數與量</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">N-7-1 100 以內的質數：質數和合數的定義；質數的篩法。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">12. 今年是西元 2021 年，$2021 = 43 \times 47$ 恰好可以分解為兩個連續質數的乘積，請問滿足「可以分解為兩個連續質數乘積」的下一次西元年是幾年呢？(例如：$15 = 3 \times 5$ ，3 和 5 為連續質數，故 15 可分解為兩個連續質數的乘積)
① 3127
② 2491
③ 2397
④ 2023</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.21</td><td>0.23</td><td>0.20</td></tr>
<tr><td>2*</td><td>0.34</td><td>0.23</td><td>0.51</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.27</td><td>0.29</td><td>0.21</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.17</td><td>0.25</td><td>0.07</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.34</td><td>鑑別度</td><td>0.28</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個可分解成兩連續質數相乘的數字，要求學生算出下一個可以分解成兩連續質數相乘法的數字，評量學生是否理解質數的定義。
(二) 選項及學生表現說明
1. 本題鑑別度為 0.28，正確答案為選項 2，通過率為 34%，顯示超過三成的學生已理解質數的定義。
2. 有 21%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生以為找尋 43、47 之後的兩個質數 53、59 的乘積，得到 53x59=3127。
3. 有 27%的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能誤以為 51 為質數，得到 47x51=2397。
4. 有 17%的學生選擇選項 4(低分組有 25%)，這些學生誤解題意，以為要找質數年並誤以為 2023 為質數。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>N-6-1
20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。</td><td>N-7-1
100 以內的質數：質數和合數的定義；質數的篩法。</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
</table>

		備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。		
補救教學建議	(一) 複習國小質數及合數的定義： (1)質數：除了 1 和自己以外沒有其它因數的整數稱為質數，也就是只有 2 個因數的整數稱為質數。 例如：2、3、5、7 的因數都只有 1 和本身，所以 2、3、5、7 都是質數。 (2)合數：一個大於 1 的整數，除了 1 和本身之外，還有其他的因數，則稱此數為合數。 例如：6 的因數有 1、2、3、6，所以 6 是合數。 (二) 說明判斷 2、3、5 倍數的方法。 (三) 透過「埃拉托賽尼篩法」，幫助學生察覺如果 100 以內的正整數不是 2、3、5、7 的倍數，它就是質數。  		

題號	13		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
學習內容	N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方；$a\neq 0$ 時 a^0=1；同底數的大小比較；指數的運算。		
試題內容	13. 甲 $=(-0.5)^0$、乙 $=(-0.5)^1$、丙 $=(-0.5)$ 大小關係為何？ ① 甲 > 乙 > 丙 ② 丙 > 乙 > 甲 ③ 甲 > 丙 > 乙 ④ 丙 > 甲 > 乙		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.17	0.29	0.05
2	0.25	0.36	0.11
3*	0.26	0.14	0.52
4	0.30	0.21	0.32
未作答	0.00		
通過率	0.26	鑑別度	0.39
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定三個同底數的指數，要求學生比較三數的大小關係，評量學生比較同底數指數大小關係的能力。 **(二) 選項及學生表現說明** 1. 本題鑑別度為 0.39，正確答案為選項 3，通過率為 26%，顯示二成五的學生已具備比較同底數指數大小關係的能力。 2. 有 17%的學生選擇選項 1(低分組有 29%)，這些學生可能誤解算式如下： 甲$=(-0.5)^0=(-0.5)\times 0=0$ 、乙$=(-0.5)^1=(-0.5)\times 1=-0.5$ 、 丙$=(-0.5)^2=(-0.5)\times 2=-1$ 故得甲>乙>丙 3. 有 25%的學生選擇選項 2(低分組有 36%)，這些學生可能誤解算式如下： 甲$=(-0.5)^0=(-0.5)\times 0=0$ 、乙$=(-0.5)^1=0.5\times 1=0.5$ 、 丙$=(-0.5)^2=0.5\times 2=1$ 故得丙>乙>甲 4. 有 30%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能誤解算式如下： 甲$=(-0.5)^0=(-0.5)\times 0=0$ 、乙$=(-0.5)^1=-0.5$ 、丙$=(-0.5)^2=0.25$ 故得丙>甲>乙		

<table>
<tr><td rowspan="2">教材地位分析</td><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>N-6-1
20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。
備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。</td><td>N-7-6
指數的意義：指數為非負整數的次方；$a\neq 0$ 時 $a^0=1$；同底數的大小比較；指數的運算。</td><td>N-8-6
等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。
備註：不處理「已知等比數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公比」，例如：給定 a_5 和 a_9 的值，求首項和公比。</td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td colspan="4">(一) 復習指數的定義：
$7+7+7+7+7+7$，6 個 7 相加可以記成 7×6，
$7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7$，6 個 7 相乘可以記成 7^6，
$a+a+a+a+a$，5 個 a 相加可以記成 $a\times 5$，
$a\times a\times a\times a\times a$，5 個 a 相乘可以記成 a^5
(二) 任何正數乘以真分數或小於 1 的正小數其值會變小
(三) 復習除法指數律：
舉一些同底指數相除的例子，以 $7^6\div 7^2$ 為例，幫助學生察覺：
$7^6\div 7^2=(7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7)\div(7\times 7)=\dfrac{7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7}{7\times 7}=7^{6-2}=7^4$
$7^2\div 7^2=(7\times 7)\div(7\times 7)=\dfrac{7\times 7}{7\times 7}=7^{2-2}=7^0$，此時 $7^2\div 7^2=1$，故定義 $7^0=1$
由上可知：(1) 如果 $a\neq 0$，m、n 為任意兩個正整數（$m>n$），$a^m\div a^n=a^{m-n}$
(2) 如果 $a\neq 0$，$a^0=1$
(四) 以「已知甲=$(-\dfrac{1}{3})^0$，乙=$(-\dfrac{1}{3})^1$，丙=$(-\dfrac{1}{3})^2$，則甲、乙、丙三數的大小關係為何？」為例，說明如何幫助學生解題：
甲=$(-\dfrac{1}{3})^0=1$，　乙=$(-\dfrac{1}{3})^1=-\dfrac{1}{3}$，　丙=$(-\dfrac{1}{3})^2=(-\dfrac{1}{3})\times(-\dfrac{1}{3})=\dfrac{1}{9}$
故得甲>丙>乙</td></tr>
</table>

題號	14		
內容領域	座標幾何	認知歷程向度	程序執行
學習內容	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。		
試題內容	14. 直角坐標平面上，A 點坐標為 $(1,1)$。已知從 P 點向下走 2 單位、向右走 3 單位可以走到 A 點。下列何者為 P 點的坐標？ ① $(4,3)$ ② $(-2,3)$ ③ $(-2,-1)$ ④ $(4,-1)$		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.20	0.02
2*	0.58	0.35	0.82
3	0.10	0.20	0.02
4	0.21	0.24	0.13
未作答	0.00		
通過率	0.58	鑑別度	0.47

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定直角坐標平面上兩點(一點已知、一點未知)並描述兩點間的位置關係，要求學生算出未知點的坐標，評量學生是否能掌握在直角坐標平面上運用方位距離標定位置的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1.本題鑑別度為 0.47，正確答案為選項 2，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備在直角坐標平面上運用方位距離標定位置的能力。

2.有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能在計算從 A 點逆向走回 P 點的過程中僅將上下方向相反，從 A(1,1)向上走 2 單位、向右走 3 單位而到達(4,3)。

3.有 10%的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，這些學生可能在計算從 A 點逆向走回 P 點的過程中僅將左右方向相反，從 A(1,1)向下走 2 單位、向左走 3 單位而到達(-2,-1)。

4.有 21%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能不理解題意，直接從 A(1,1)向下走 2 單位、向右走 3 單位而到達(4,-1)。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-6-2 解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫	G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 A(a,b)和 B(c,d)的距離為線段 AB=

		的比相等。	軸、象限)。	$\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$ ；生活上相關問題。
補救教學建議	(一) 先複習平面直角坐標系，確認學生能運用直角坐標來標定位置，並能在直角坐標系上描出已知坐標對應的點，例如：A(1,-3)、B(-2,0)。 1. 先利用班級座位舉例，例如第五排第三個可記錄為(5,3)，讓學生理解坐標紀錄方式是先看橫坐標、再看縱坐標。 2. 從班級座位過渡到第一象限，先讓學生熟悉坐標記錄方式，再擴展到其他象限。 (二) 加入方位指令，逐步幫助學生能運用方位距離來標定位置。 1. 先以原點為起點，確認學生理解方位指令。 Q：以原點為起點，向右走 3 單位，向下走 4 單位後，其坐標為何？ 2. 以任意一點為起點，加入方位指令，請學生在坐標平面上實際操作一次。 Q：以 A(1,-3)為起點，向右走 3 單位，向下走 4 單位後，其坐標為何？ 3. 以任意一點為終點，加入方位指令，請學生在坐標平面上實際操作一次。 Q：以 B 點為起點，向右走 3 單位，向下走 4 單位後會走到 A(1,-3)，則 B 點坐標為何？ 這裡需逆向由 A 走回 B，透過實際操作讓學生理解方位指令在逆向操作的過程中會上下顛倒、左右相反。			

題號	15		
內容領域	代數	認知歷程向度	概念理解
學習內容	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。		
試題內容	15. 王老師有一個可以猜中同學生日的數學魔術，作法如下： 「請同學將出生月份乘於 4 ，加上 9 ，將結果乘以 25 ，再加上出生的日期，只要告訴老師最後的答案，老師就知道同學的生日是幾月幾日。」 若小櫻的生日是 x 月 y 日出生，最後得到的數字是 432 ，根據上述作法列出二元一次方程式，下列選項何者正確？ ① $(4x+9)\times 25+y=432$ ② $4x+9\times 25+y=432$ ③ $4(x+9)+y=432\times 25$ ④ $4x+9+y=432\times 25$		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.73	0.40	0.98
2	0.11	0.24	0.01
3	0.09	0.22	0.00
4	0.06	0.14	0.00
未作答	0.00		
通過率	0.73	鑑別度	0.58
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定一個包含兩個未知數 x、y 的情境，要求學生透過未知數間的關係列出二元一次方程式，評量學生在具體情境中列出二元一次方程式的能力。 **(二) 選項及學生表現說明** 1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 1，通過率為 73%，顯示超過七成的學生已具備在兩個未知數的具體情境中列出二元一次方程式的能力。 2. 有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 24%)，這些學生可能在依照題意列式時僅由左而右進行紀錄，但忽略了算式需滿足四則運算規則，因此未將 $4x+9$ 補上括號。		

教材地位分析		先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
	學習內容	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出	

		一次方程式。	二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。	
補救教學建議	(一) 面對應用問題，可先以實際數字請學生代入計算，確認學生了解題意。以本題為例，假設生日是 2 月 5 日，請學生計算代入後的結果。 $2\times4=8$ $8+9=17$ $17\times25=425$ $425+5=430$ (二) 請學生將上述的多步驟運算，改為透過四則運算的形式表為單一算式。 1. 此時學生可能發生的錯誤是，僅依照題意列式由左而右進行紀錄，但忽略了算式需滿足四則運算規則，因此誤將算式紀錄為：$2\times4+9\times25+5=430$。 2. 教師宜先確認學生是否了解四則運算的規則，接著從學生的錯誤紀錄 $2\times4+9\times25+5$ 和學生討論，請學生依照四則運算規則再算一次，讓學生和原來的算式比較看看有哪裡不一樣。 3. 若要維持原算式想呈現結果，應該如何在算式「$2\times4+9\times25+5=430$」中進行修改？引導學生補上括號，修改為 $(2\times4+9)\times25+5=430$ (三) 熟悉數字代入的運算後，請學生改以 x、y 代入，並以單一算式呈現。 1. 若學生以未知數列式有困難，教師宜多寫幾個實際數字的例子，讓學生觀察，例如： 2 月 5 日，$(2\times4+9)\times25+5=430$ 2 月 6 日，$(2\times4+9)\times25+6=431$ 3 月 5 日，$(3\times4+9)\times25+5=530$ 3 月 6 日，$(3\times4+9)\times25+6=531$ 2. 從上述算式中，將月、日抽換成代數符號，列出二元一次方程式。 x 月 y 日 $\rightarrow (x\times4+9)\times25+y=432$			

題號	16		
內容領域	代數	認知歷程向度	程序執行
學習內容	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。		
試題內容	16. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x=3y+4 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ 的解為 $x=a$、$y=b$。 求 $a+b=?$ ① -6 ② 0 ③ 8 ④ 24		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.12	0.24	0.01
2*	0.60	0.23	0.95
3	0.19	0.34	0.03
4	0.08	0.17	0.01
未作答	0.00		
通過率	0.60	鑑別度	0.72

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個二元一次聯立方程式，要求學生解出 x、y 的值，評量學生是否能掌握二元一次聯立方程式的解題。

(二) 選項及學生表現說明

1.本題鑑別度為 0.72，正確答案為選項 2，通過率為 60%，顯示有六成的學生已具備利用加減消去法或代入消去法解二元一次聯立方程式的能力。

2.有 12%的學生選擇選項 1(低分組有 24%)，這些學生可能在利用加減消去法解題時，未將第(1)式的 $3y$ 移項到左式，便直接兩式相減，因而求出 $y=5$，接著代入第(2)式求出 $x=-11$，$-11+5=-6$。

3.有 19%的學生選擇選項 3(低分組有 34%)，這些學生可能在利用代入消去法解題的過程中發生疏漏，由(1)代入(2)先求出 $y=1$(正確應為 $y=-1$)，接著將 y 代入第(1)式求出 $x=7$，$1+7=8$。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。	

補救教學建議	(一) 複習一元一次方程式的解 (二) 複習二元一次方程式解的意義 1. 給定二元一次式，未知數先用□和○挖空，例如：2×□－○，□和○給定不同數字，請學生計算代入後的值。 2. 將□和○換成 x、y，強調 $2\times x-y$ 簡記為 $2x-y$ 的過程，再給定幾組 x、y，請學生計算代入後的值。 3. 給定二元一次方程式，例如：$x+2y=5$，先由教師給定 x(或 y)，讓學生算 y(或 x)，最後再由學生自行找到一組 x、y 的解。 (三) 複習代入消去法解二元一次聯立方程式 1. 先舉實例列式，學生在「以一個未知數代入換掉另一個未知數」的過程會較有感，例如： 好吃麵店一碗牛肉麵比一碗香辣麵多 10 元，老師請全班同學吃麵，全班吃了 10 碗牛肉麵、20 碗香辣麵，共花了 2200 元，請問一碗牛肉麵多少元？ 列式 $\begin{cases}牛=辣+10\\10牛+20辣=2200\end{cases}$， 當全班都吃同一種麵時，價格就很容易算出來，因此我們可以這麼做：假設全班都改吃香辣麵，於是我們拿牛肉麵去跟老闆換成香辣麵，每「一碗牛肉麵」可以換回「一碗香辣麵和 10 元」，因此第 2 式中的「牛」我們改以「辣+10」代換： 列式 $\begin{cases}牛=辣+10\\10牛+20辣=2200\end{cases}$ 此時第 2 式變成 10(辣+10)+20 辣=2200，30 辣+100=2200，30 辣=2100，可得香辣麵一碗 70 元，牛肉麵一碗 70+10=80 元。 2. 將牛肉麵、香辣麵的價格設未知數 x、y，再操作一次上述例題，幫助學生以代數符號進行解題。 $\begin{cases}x=y+10\\10x+20y=2200\end{cases}$，將 $x=y+10$ 代入第 2 式 (也就是用 $y+10$ 換掉 x)， 可得 $10(y+10)+20y=2200$，$30y=2100$，$y=70$，$x=70+10=80$。 3. 以本題進行練習，讓學生使用代入消去法進行解題。

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">17</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">17. 小婷全家去壽司店用餐，餐廳只使用白色盤子和紅色盤子裝壽司販賣，白色盤子裝的壽司每盤 60 元、紅色盤子裝的壽司每盤 40 元。已知小婷全家吃掉 30 盤的壽司，總共消費 1600 元。請問小婷全家吃掉多少盤白色盤子裝的壽司？
① 10
② 15
③ 20
④ 25</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.12</td><td>0.20</td><td>0.04</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.11</td><td>0.25</td><td>0.01</td></tr>
<tr><td>3*</td><td>0.68</td><td>0.36</td><td>0.94</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.08</td><td>0.17</td><td>0.01</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.68</td><td>鑑別度</td><td>0.58</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個包含兩個未知量及兩個關聯訊息的具體情境，要求學生算出其中一個未知量的值，評量學生在具體情境中應用二元一次聯立方程式解題的能力。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 3，通過率為 68%，顯示近七成的學生已具備在兩個未知量的情境中列出二元一次聯立方程式並解題的能力。
2.有 12%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能在列出二元一次聯立方程式並求出其解之後，將 x、y 的值代回情境時紀錄相反，原本是白盤子 20 個、紅盤子 10 個，誤紀錄成白盤子 10 個、紅盤子 20 個。
3.有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能不理解題意，直接猜測紅、白盤子各 15 個。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>A-7-3
一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗</td><td>A-7-5
二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
</table>

		算；應用問題。	法；應用問題。	
補救教學建議	建議教師以下列教學步驟幫助學生解題： (一) 複習一元一次方程式的列式 1. 從情境轉化為數學式的過程中，若學生對代數符號較為陌生，可先以情境中的文字列式，待熟悉之後再轉換為代數符號，例如： 哥哥比弟弟多 5 歲，列式：哥=弟+5、哥-5=弟、哥-弟=5，讓學生熟悉相同情境下不同的算式間的轉換。 2. 練習以代數符號進行列式。 (二) 複習一元一次方程式的解(這部分可參考第 16 題的教學建議) (三) 複習二元一次方程式解的意義(這部分可參考第 16 題的教學建議) (四) 複習二元一次聯立方程式的列式與解題 本題的情境正好適合拿來說明加減消去法的過程，教學步驟如下： 1. 先幫助學生理解題意，發現有兩個未知量(白盤子、紅盤子)，並能找到描述紅、白盤子數量之間關係的兩個句子。 2. 將這兩個描述關係的句子以數學式表達，未知量先用文字代替，列式 $\begin{cases} 白+紅=30 \\ 60白+40紅=1600 \end{cases}$ 3. 接著引導學生思考，如果假設白、紅盤子一盤都是 60 元，會花多少錢？ 生：總共吃 30 盤，花 $60\times30=1800$ 元。 師：但是我們有花 1800 元嗎？ 生：沒有，只花了 1600 元。 師：那麼多出來的 200 元是什麼？ 生：是紅盤子多算的，紅盤子只要 40 元。 師：所以紅盤子一盤 40 元，我們卻算 60 元，一盤多算了 20 元，現在多算了 200 元，表示什麼？ 生：表示紅盤子應該有 $200\div20=10$ 個。 師：很好，那麼你能算白盤子了嗎？ 生：全部盤子有 30 個，白盤子有 30-10=20 個。 師：很好，那麼我們把剛剛的過程用算式紀錄下來看看。 4. 上述過程就是加減消去法的歷程，先引導學生在情境中思考，學生先有感之後，再幫助學生以數學算式進行解題紀錄。 (1) 假設每一盤都是 60 元→第 1 式乘以 60 60 白+60 紅=1800 (2) 1800 比 1600 多 200，多的是紅盤子多算的錢 →第 1 式乘以 60－第 2 式 60 白+60 紅=1800 －)60 白+40 紅=1600 20 紅=200			

	(3) 紅盤子一盤多算了 20 元，總共多算 200 元，所以紅盤子有 10 個→ 20 紅=200，紅=10 (4) 總共 30 個盤子，所以白盤子有 30-10=20 個→ 紅=10 代入第 1 式，白+10=30，白=30-10=20 5. 設白盤子 x 個、紅盤子 y 個，將上述歷程再紀錄一次，讓學生熟悉加減消去法的計算過程。 $\begin{cases} x+y=30 \\ 60x+40y=1600 \end{cases}$，第 1 式乘以 60 (假設每一盤都是 60 元) $\begin{cases} 60x+60y=1800 \\ 60x+40y=1600 \end{cases}$，兩式相減(紅盤子多算錢，因此求兩式價差) $20y=200$ ，$y=10$ (紅盤子有 10 個) $x=30-10=20$ (白盤子有 20 個)

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">18</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">18. 下列哪一個選項是方程式 $2[(x-1)-(2x+1)]=6-(3x+2)$ 的解？
① 2
② 4
③ 6
④ 8</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.13</td><td>0.22</td><td>0.03</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.19</td><td>0.29</td><td>0.05</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.14</td><td>0.27</td><td>0.03</td></tr>
<tr><td>4*</td><td>0.53</td><td>0.21</td><td>0.89</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.53</td><td>鑑別度</td><td>0.68</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一個較為複雜(需多步驟去括號和化簡)的一元一次方程式，要求學生解出 x 的值，評量學生是否能掌握一元一次方程式的解題。

(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.68，正確答案為選項 4，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備解較為複雜(需多步驟去括號和化簡)的一元一次方程式的能力。
2.有 13%的學生選擇選項 1(低分組有 22%)，這些學生可能不熟練多步驟的方程式解題，在去括號、移項...等過程中發生疏漏，因而求得錯誤答案。
3.有 19%的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，這些學生可能在去括號時左式發生疏漏(沒變號)，誤算為 $2(x-1-2x+1)=6-3x-2$，解得 $x=4$。
4.有 14%的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能不熟練多步驟的方程式解題，在去括號、移項...等過程中發生疏漏，因而求得錯誤答案。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>R-5-3
以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經</td><td>A-7-3
一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。</td><td>A-8-7
一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

		驗。應併入其他教學活動。		次方程式根的近似值。
補救教學建議	建議教師以下列教學步驟幫助學生解題： (一) 複習一元一次式的化簡： 1. 去括號：$-(a+b)=-a-b$、$-(a-b)=-a+b$，可舉實例感受，而非淪於背誦。 2. 分配律：$a(b+c)=ab+ac$，以買東西結帳時「分開買」和「一起買」舉例。 3. 同類項合併：學生常見的錯誤是，各項之間換位置時，僅將數字或符號交換，而忽略了正負號，建議教師教學中先消滅減法，將減一個數改成加上該數的相反數表示，讓學生理解換位置時負號要帶著走的觀念，例如： $3x+2-x-5=3x+2+(-x)+(-5)=3x+(-x)+2+(-5)=2x+(-3)=2x-3$ (二) 複習一元一次方程式的解 1. 一元一次方程式解的意義。 2. 等量公理解一元一次方程式：對於學習成就低落的學生，建議老師以等量公理進行單步驟解題的教學，移項法則待學生較熟悉之後再介紹。 3. 練習二步驟的解題，例如：$3x+2=5$； 練習單邊去括號解題，例如：$3(x-2)=5$； 練習左右兩式都有 x 的解題，例如：$-3x+2=5x-3$，循序漸進。 4. 練習多步驟解題，以本題為例，較複雜的題型可教學生先將左右兩式視為兩個一元一次式，先分別將其化簡，降低學生的負荷： 左式$=2[(x-1)-(2x+1)]=2[x-1-2x-1]=2(-x-2)=-2x-4$ 右式$=6-(3x+2)=6-3x-2=4-3x$ 左式=右式，$-2x-4=4-3x$ $3x-2x=4+4$，$x=8$			

題號	19		
內容領域	代數	認知歷程向度	解題思考
學習內容	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。		
試題內容	19. 小歐在解一道卡牌問題，每張卡牌都只有一個數字。已知他只知道以下三個訊息： 訊息一：卡牌總共有 10 張 訊息二：卡牌上的數字只有 3 種，分別為：0 、2 、5 訊息三：所有卡牌的數字的總和為 30 則卡牌中數字是 0 的有多少張？ ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.51	0.26	0.79
2	0.18	0.28	0.07
3	0.16	0.26	0.06
4	0.14	0.20	0.08
未作答	0.01		
通過率	0.51	鑑別度	0.53

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個包含三個未知量及三個關聯訊息的具體情境，要求學生算出其中一個未知量的值，評量學生在具體情境中應用二元一次聯立方程式解題的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1.本題鑑別度為 0.53，正確答案為選項 1，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備將三個未知量以兩個未知數表示，且能依題意列出二元一次方程式，並求出符合題意之整數解的能力。

2.有 18%的學生選擇選項 2(低分組有 28%)，有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能不理解題意，或是因為無法列出兩個二元一次方程式而誤以為無法解題(本題僅能列出一個二元一次方程式，須從該方程式的多組正整數解中，找到滿足題意的其中一組解)，因此只好從選項中進行猜測。

教材地位分析

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去	

<table>
<tr><td></td><td>算；應用問題。</td><td>法；應用問題。</td><td></td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td colspan="3">
建議教師以下列教學步驟幫助學生解題：
(一) 複習一元一次方程式
(二) 複習二元一次方程式解的意義與列式
(三) 以本題為例，進行解題說明：
首先分析題目給的三個條件，選擇適當的未知數進行假設與列式：
1. 卡牌總共有 10 張、卡片數字有三種，分別為：0、2、5。
→訊息一、二其實只提供了一種卡牌數量間的關係，即「卡牌數量總和為 10」
2. 卡牌數字總和為 30。
→數字總和由 2 和 5 提供，從這裡可以決定本題優先考慮 2 和 5 的卡牌數量。
3. 綜合上述分析，設數字 2 有 x 張，數字 5 有 y 張，數字 0 有 10-x-y 張，列式 $2x+5y=30$，然後...就沒有然後了，多數學生會卡在這裡，因為無法列出第二個二元一次方程式，因此無法解聯立。
4. 此時教師宜提醒學生，二元一次方程式沒有解嗎？不，它有無限多解，那麼滿足題意的解有幾組呢？引導學生注意到，本題 x、y 是張數，必須是正整數解，且張數皆小於 10，因此先一一列出 $2x+5y=30$ 的正整數解
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>…</td><td>5</td><td>10</td></tr>
<tr><td>y</td><td>不是正整數</td><td>不是正整數</td><td>…</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td><td>×</td></tr>
</table>
張數不合題意
故可得 $x=5$ 、$y=4$，因此數字 0 有 10-5-4=1 張。
</td></tr>
</table>

題號	20		
內容領域	代數	認知歷程向度	
學習內容	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。		
試題內容	20. 化簡 $\frac{2x+5}{3}-\frac{3x-1}{2}=?$ ① $\frac{-5x+13}{6}$ ② $\frac{-5x+7}{6}$ ③ $\frac{-5x+6}{6}$ ④ $-5x+13$		
選答率 / 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.53	0.21	0.87
2	0.22	0.29	0.07
3	0.14	0.29	0.01
4	0.11	0.19	0.04
未作答	0.00		
通過率	0.53	鑑別度	0.66

試題品質分析

(一) 評量目標說明

本題給定一個一元一次的算式，要求學生化簡，評量學生掌握化簡一元一次式的能力。

(二) 選項及學生表現說明

1.本題鑑別度為 0.66，正確答案為選項 1，通過率為 53%，顯示超過五成的學生已具備化簡一元一次式的能力。

2.有 22%的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，這些學生可能尚未具備掌握化簡一元一次式的能力，或者在運算$\frac{2x+5}{3}-\frac{3x-1}{2}=\frac{2\times(2x+5)-3\times(3x-1)}{6}$去括號時變號錯誤，得到$\frac{4x+10-9x-3}{6}=\frac{-5x+7}{6}$的錯誤答案。

3.有 14%的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能尚未具備掌握化簡一元一次式的能力，或者在運算$\frac{2x+5}{3}-\frac{3x-1}{2}=\frac{2\times(2x+5)-3\times(3x-1)}{6}$使用分配律去括號時變號錯誤，得到$\frac{2x+5-9x+1}{6}=\frac{-5x+6}{6}$的錯誤答案。

4.有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 19%)，這些學生可能尚未具備掌握化簡一元一次式的能力，或者在運算時未使用通分直接乘以 6 去分母做運算，而得到錯誤的答案。

<table>
<tr><td rowspan="2">教材地位分析</td><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>R-6-1
數的計算規律：小學最後應認識（1）整數、小數、分數都是數，享有一樣的計算規律。(2）整數乘除計算及規律，因分數運算更容易理解。（3）逐漸體會乘法和除法的計算實為一體。併入其他教學活動。
備註：須理解小數和分數乘除混合計算時，常用的約分規則。在生活解題上，乘法和除法意義不同，但在計算上兩者實為一體，學生因此可提高數學認識之抽象層次。乘法和除法視為一體的好處是計算規律大為簡化。本條目不須另立獨立單元教學。</td><td>A-7-1
代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。</td><td>A-8-1
二次式的乘法公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$；$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$；$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$。
A-8-2
多項式的意義：一元多項式的定義與相關名詞（多項式、項數、係數、
常數項、一次項、二次項、最高次項、升冪、降冪）。</td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td colspan="4">(一) 先複習分配律與分式的運算。
(二) 以本題來說
1.先舉幾個分配律和去括號的例子，2(3x+2)=2×3x+2×4，-(3x-1)=-3x+1讓學生熟悉。
2.以$\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\neq 4-3$，來說明$\frac{2x+5}{3}-\frac{3x-1}{2}\neq 2(2x+5)-3(3x-1)$，用以說明等量公理可在方程式中使用，多項式不適用。
3.舉幾個例子說明同類項合併，
$5x+3-2x-2=(5x-2x)+(3-2)=(5-3)x+(3-2)=2x+1$
4.化簡本題說明$\frac{2x+5}{3}-\frac{3x-1}{2}=\frac{2\times(2x+5)}{2\times3}-\frac{3\times(3x-1)}{3\times2}=\frac{2\times(2x+5)-3\times(3x-1)}{6}=$
$\frac{2\times2x+2\times5-3\times3x+3\times1}{6}=\frac{4x+10-9x+3}{6}=\frac{(4x-9x)+(10+3)}{6}=\frac{-5x+13}{6}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">21</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">21. 老師將一些糖果分給幾位同學，若每人分到 4 顆，會剩下 2 顆；
若每人分到 5 顆，會不夠 4 顆。請問糖果一共有幾顆？
① 30
② 26
③ 22
④ 18</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.12</td><td>0.25</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>2*</td><td>0.63</td><td>0.31</td><td>0.94</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.13</td><td>0.24</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.12</td><td>0.20</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.63</td><td>鑑別度</td><td>0.63</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定兩種不同分法最後剩餘或不足的條件，要求學生利用一元一次方程式列式算出糖果總數，評量學生應用一元一次方程式解決問題的能力。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項 2，通過率為 63%，顯示超過六成的學生已具備應用一元一次方程式解決問題的能力。
2.有 12%的學生選擇選項 1(低分組有 25%)，這些學生可能尚未具備應用一元一次方程式解決問題的能力。
3.有 13%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能尚未具備應用一元一次方程式解決問題的能力。
4.有 12%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能尚未具備應用一元一次方程式解決問題的能力。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td></td><td>A-7-3
一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。</td><td>A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二
次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>的近似值。</td></tr>
<tr><td>補救教學
建議</td><td>(一) 複習等量公理解一元一次方程式
(二) 澄清問題中的已知與未知，運用不變找到關係列式解題。
(三) 以本題為例
<table><tr><th>已知</th><th>未知</th></tr><tr><td>若每人分到 4 顆，會剩下 2 顆；
若每人分到 5 顆，會不夠 4 顆</td><td>糖果總數
同學人數</td></tr></table>不變的數可以拿來列等式，未知也是不變的數，因此，可以拿來做假設，也可以拿來列等式，有兩個未知數，一個拿來做假設，另一個拿來列等式。
假設同學有 x 人，糖果有 4x + 2 個←若每人分到 4 顆，會剩下 2 顆
糖果有 5x - 4 個←若每人分到 5 顆，會不夠 4 顆
4x + 2 = 5x - 4，2 + 4 = 5x - 4x，x = 6，
4x + 2 =4×6 + 2 = 26，所以有 6 位同學，26 顆糖果。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">22</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">22. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases}3x+2y=-9\\x-y=2\end{cases}$ 圖形的交點為 P，請問 P 點在哪一個象限？
① 第一象限
② 第二象限
③ 第三象限
④ 第四象限</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.11</td><td>0.20</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.20</td><td>0.34</td><td>0.06</td></tr>
<tr><td>3*</td><td>0.54</td><td>0.26</td><td>0.85</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.15</td><td>0.19</td><td>0.07</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.54</td><td>鑑別度</td><td>0.59</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定一組二元一次聯立方程式，要求學生求出圖形交點在第幾象限，評量學生是否理解二元一次聯立方程式幾何意義。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 3，通過率為 54%，顯示超過五成的學生已具備理解二元一次聯立方程式幾何意義的能力。
2.有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能尚未具備理解二元一次聯立方程式幾何意義的能力。
3.有 20%的學生選擇選項 2(低分組有 34%)，這些學生可能尚未具備理解二元一次聯立方程式幾何意義的能力。
4.有 15%的學生選擇選項 4(低分組有 19%)，這些學生可能尚未理具備解二元一次聯立方程式幾何意義的能力。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td></td><td>A-7-6
二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂</td><td>F-8-2
一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

			線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。	

補救教學建議

(一) 二元一次方程式的圖形

以 y=x 為例

X	0	1	2	3	4	5	6	7
Y	0	1	2	3	4	5	6	7

1.在座標平面上描繪出來，可觀察出二元一次方程式的圖形為一直線，再多舉幾個例子，使學生相信 ax + by = c 的圖形皆為一直線。

2.強調線上每一點都是方程式的一組解。

3.二元一次聯立方程式兩條直線，兩條直線的交點就是共同解。

(二) 複習象限的意義、二元一次聯立方程式解法，帶入消去法或加減消去法。

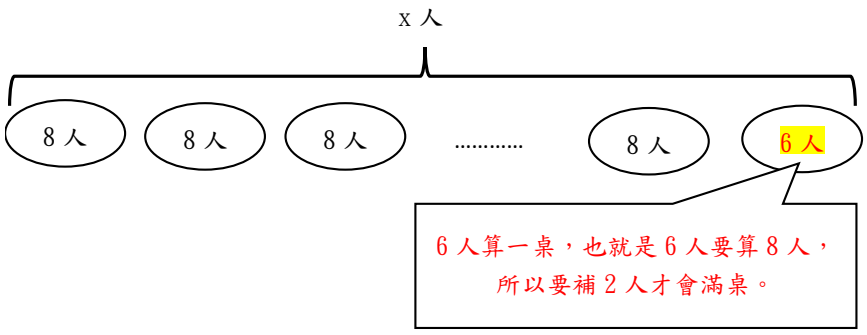
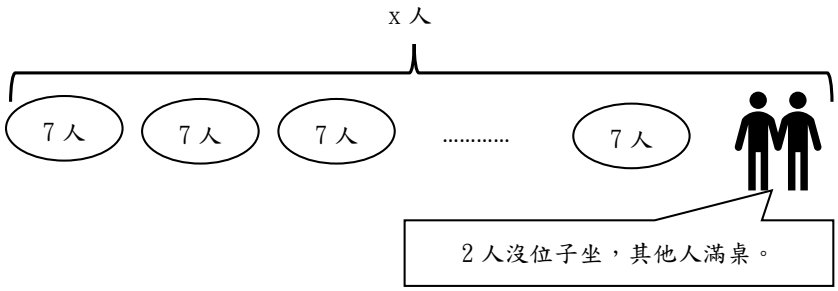
(三) 以本題來說

$\begin{cases} 3x+2y=-9 \ldots (1) \\ x-y=2 \ldots\ldots (2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+2y=-9 \ldots (1) \\ 2x-2y=4 \ldots\ldots (3) \end{cases}$

(1)+(3) $5x=-5$，$x=-1$ 代入(2)$-1-y=2$，$y=-3$

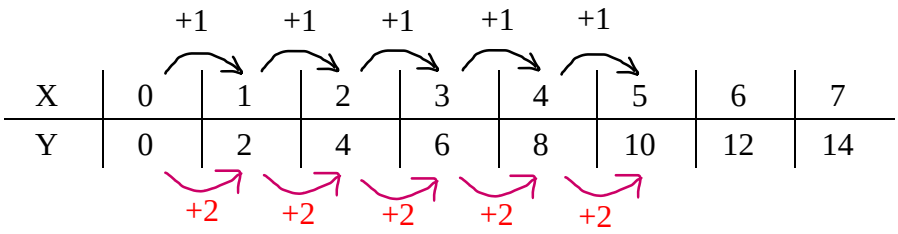
P(-1，-3)在第三象限

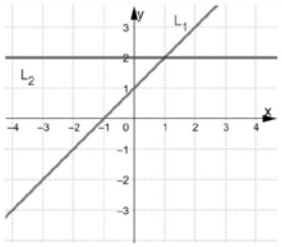
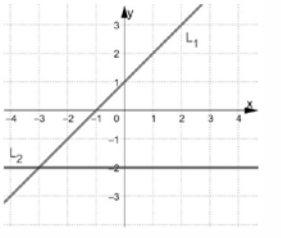
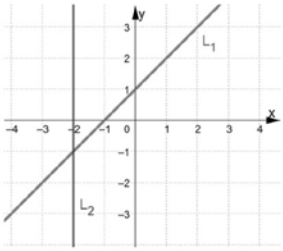
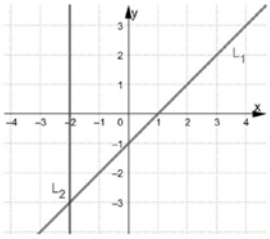
<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">23</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>概念理解</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">23.「全班師生去餐廳聚餐，餐廳保留固定桌數給他們，如果每桌坐滿 8 人，則會有 1 桌只坐 6 人；如果每桌只坐 7 人，則會有 2 人無空位可坐。」假設師生全部有 x 人，依題意可以列出下列哪個一元一次方程式？
① $\frac{x+2}{8}=\frac{x-2}{7}$
② $\frac{x+6}{8}=\frac{x-2}{7}$
③ $\frac{x+6}{8}=\frac{x+2}{7}$
④ $\frac{x-6}{8}=\frac{x+2}{7}$</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1*</td><td>0.29</td><td>0.18</td><td>0.49</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.28</td><td>0.32</td><td>0.19</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.19</td><td>0.26</td><td>0.09</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.23</td><td>0.22</td><td>0.22</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.29</td><td>鑑別度</td><td>0.31</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定兩組不同的座位安排並假設一個未知數，要求學生列出一元一次方程式，評量學生運用一元一次方程式列式的能力。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.31，正確答案為選項 1，通過率為 29%，顯示近三成的學生已具備運用一元一次方程式列式的能力。
2.有 28%的學生選擇選項 2(低分組有 32%)，這些學生可能尚未具備運用一元一次方程式列式的能力，過程中錯將全部人數加上 6 人當成坐滿的桌次。
3.有 19%的學生選擇選項 3(低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備運用一元一次方程式列式的能力，過程中錯將全部人數加上 6 人當成坐滿的桌次的人數，並將全部的人數加上沒座位的 2 人當成坐滿桌次的人數。
4.有 23%的學生選擇選項 4(低分組有 22%)，這些學生可能尚未具備運用一元一次方程式列式的能力，過程中將全部人數減去 6 人算出來少加 6 人那一桌，並錯將全部的人數加上沒座位的 2 人當成坐滿桌次的人數。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table><tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr><tr><td>學習內</td><td>R-5-3</td><td>A-7-2</td><td>F-8-1</td></tr></table></td></tr>
</table>

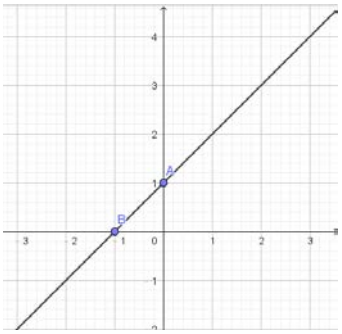
	容	以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。 備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。	一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。	一次函數：透過對應關係認識函數(不要出現 f (x)的抽象型式)、常數函數（y = c）、一次函數（y = ax + b）。 F-8-2 一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。	
補救教學建議	(一) 可適當的利用圖形輔助思考。 (二) 以本題來說 用下列圖示說明  滿桌總人數為 x+2 人，8 人一桌，共有$\frac{x+2}{8}$桌。  滿桌總人數為 x-2 人，7 人一桌，共有$\frac{x-2}{7}$桌。 桌數相同所以得到列式 $\frac{x+2}{8}=\frac{x-2}{7}$			

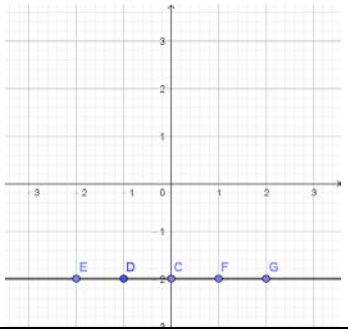
<table>
<tr><td>題號</td><td colspan="3">24</td></tr>
<tr><td>內容領域</td><td>代數</td><td>認知歷程向度</td><td>解題思考</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。</td></tr>
<tr><td>試題內容</td><td colspan="3">24. 坐標平面上，直線 $L_1: x-y=a$ 和直線 $L_2: 2x-3y=b$ 的圖形交點在第四象限。下列何者正確？
① $a>0$ 且 $b>0$
② $a>0$ 且 $b<0$
③ $a<0$ 且 $b>0$
④ $a<0$ 且 $b<0$</td></tr>
<tr><td>選答率
選項</td><td colspan="3">答題反應比率（＊表正確答案）</td></tr>
<tr><td></td><td>整體</td><td>低分組</td><td>高分組</td></tr>
<tr><td>1*</td><td>0.30</td><td>0.20</td><td>0.51</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.30</td><td>0.30</td><td>0.24</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.21</td><td>0.28</td><td>0.13</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.17</td><td>0.21</td><td>0.11</td></tr>
<tr><td>未作答</td><td>0.01</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>通過率</td><td>0.30</td><td>鑑別度</td><td>0.31</td></tr>
<tr><td>試題品質分析</td><td colspan="3">(一) 評量目標說明
本題給定兩不完整的直線方程式與其交點在第幾象限，要求學生判斷兩方程式中未知係數的正負，評量學生運用二元一次聯立方程式的幾何意義解題的能力。
(二) 選項及學生表現說明
1.本題鑑別度為 0.31，正確答案為選項 1，通過率為 30%，顯示成的學生已具備運用二元一次聯立方程式的幾何意義解題的能力。
2.有 30%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，這些學生可能尚未具備運用二元一次聯立方程式的幾何意義解題的能力。
3.有 21%的學生選擇選項 3(低分組有 28%)，這些學生可能尚未具備運用二元一次聯立方程式的幾何意義解題的能力。
4.有 17%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能尚未具備運用二元一次聯立方程式的幾何意義解題的能力。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td colspan="3"><table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td></td><td>A-7-6
二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂</td><td>F-8-2
一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

			線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。	

補救教學建議	(一) 複習象限的意義。 (二) 以圖形意義來說 1. 二元一次方程式的圖形為一直線 以 y=2x 為例  (1) 先在座標平面上描繪出來，可觀察出二元一次方程式的圖形為一直線。 (2) 分析從(0，0)開始，x 每增加 1，y 就會增加 2。 (3) 比較 y=2x+3 和 y=2x 的差別，得到 y=2x+3 是從(0，3)開始，x 每增加 1，y 就會增加 2，y=2x+3 是將 y=2x 向上平移 3 單位，建立平移概念。 2. 說明二元一次聯立方程式兩條直線，兩條直線的交點就是共同解。 (三)以本題來說 1. x-y=a 可以調整為 y=x-a，是從 y=x 開始平移到 y=x-a，換言之是從(0，0)平移到(0，-a)，因為交點在第四象限，所以要往下平移，因此-a<0，得到 a>0 2x-3y=b 可以調整為 3y=2x-b，是從 3y=2x 開始平移到 3y=2x-b，換言之是從(0，0)平移到(0，-b)，因為交點在第四象限，所以也要往下平移，因此-b<0，得到 b>0 2.因為交點在第四象限，座標符號為(+，-)，即 x>0，y<0， a=x−y>0，b=2x−3y>0

題號	25		
內容領域	代數	認知歷程向度	程序執行
學習內容	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。		
試題內容	25. 已知兩條直線 L_1 、L_2 的方程式分別為 $x-y+1=0$、$y=-2$ ，則下列哪一個選項可能為直線 L_1、L_2 的圖形？ ①  ②  ③  ④ 		
選答率 選項	答題反應比率（＊表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.18	0.02
2*	0.56	0.27	0.87
3	0.17	0.27	0.05
4	0.17	0.26	0.06
未作答	0.02		
通過率	0.56	鑑別度	0.59
試題品質分析	**(一) 評量目標說明** 本題給定兩條二元一次方程式，要求學生判斷兩方程式中在座標平面上的圖形，評量學生是否理解二元一次聯立方程式的幾何意義。 **(二) 選項及學生表現說明** 1.本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 2，通過率為 54%，顯示超過五成的學生已具備理解二元一次聯立方程式的幾何意義的能力。 2.有 10%的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，這些學生可能尚未具備理解二元一次聯立方程式的幾何意義的能力。 3.有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能尚未具備理解二元一次聯立方程式的幾何意義的能力，或誤解 y=-2 為鉛垂線。 4.有 18%的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能尚未具備理解二元一次聯立方程式的幾何意義的能力，或誤解 y=-2 為鉛垂線，也誤		

<table>
<tr><td></td><td>判 x-y+1=0 的圖形。</td></tr>
<tr><td>教材地位分析</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>先備的知識</td><td>本題所需的知識</td><td>延伸的知識</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td></td><td>A-7-6
二元一次聯立方程式的幾何意義：$ax+by=c$ 的圖形；$y=c$ 的圖形（水平線）；$x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。</td><td>F-8-2
一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>補救教學建議</td><td>
(一) 二元一次方程式的圖形為一直線
以 y=x+5 為例
1. 先在座標平面上描繪出來，可觀察出二元一次方程式的圖形為一直線。
2. 因為兩點決定一直線，所以，取兩點即可畫出圖形。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>-5</td></tr>
<tr><td>y</td><td>5</td><td>0</td></tr>
</table>
(二) 讓學生有足夠多的時間描繪並觀察鉛直線與水平線，中 x 值與 y 值的變化，再做歸納，以加深學生印象。
(三) 以本題為例
x-y+1=0
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>


y=-2
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td></tr>
</table>


</td></tr>
</table>