

央團數學月刊

九月創刊號

發行單位 教育部國教署 • 協辦單位 央團數學諮詢團隊



歡迎來到數學城堡

- 主廳:數學專業新知
- 糧倉:數學故事
- 磨坊:央團數學資訊
- 會議廳:跨領域對談
- 廣場:現場老師大聲說

央團數學資訊

- 歡迎來到魔數城堡，一個全國教師文字溝通的平台！
在這裡，你可以談教學甘苦談，可以談國家教育政策。
為了孩子好，孩子棒，老師們都是教育事業的偉大推手
- 數學月刊無限期徵稿，投稿信箱：
ajohnajohn2001@gmail.com

央團數學組織成員簡介

魔數堡主

林福來教授



七騎士諮詢團隊

林柏寬(組長)：台南市永康國中

阮正誼(副組長)：高雄市梓官國小

侯雪卿：嘉義縣興中國小

朱志青：新竹市竹科實小

劉建成：桃園市平鎮國中

范慧蘭：新竹市竹光國中

張煥泉：苗栗縣信德國小



央團數學九月份活動資訊：

- 1、四期活動師講師培訓(台北場)：9/8
四期活動師講師培訓(高雄場)：9/15
- 2、三階培訓—領導人研習(三峽)：9/17~9/19
- 3、三期活動師培訓(南投場)：9/29
- 4、數學奠基進教室工作坊：台北場、台中場、台南場開課
台北週三共六場(109.09.12開課)
台中周四共六場(107.09.20開課)
台南周五共六場(107.09.21開課)

平台，交流數學素養教育！

台灣師範大學名譽教授、央團數學召集教授

林福來教授



「十二年國教課綱跟九年一貫數學課綱看起來沒什麼不同！」這是十二年國教小學階段數學課程審議時，某位課審委員提出的疑惑！

是的，看起來的確沒太大差異。一方面是因為新課綱承襲了「能力本位課綱」所作修訂而來；二方面也因為從「內容」面向來看，小學的數學知識、能力，新舊課程本來就差異不多。那麼，數學素養課程跟過去能力課程的區別究竟是什麼？

研發十二年國教課程的主政單位，國家教育研究院同仁常用的說法是，素養教育不只是知識、能力的學習，更重要的是態度的養成。知識、能力與態度交織在一起的學習過程，這是素養教育的概略性說明。

因為正向學習態度習性的養成，不像知識、能力那般可以在學習內容具體分階段列舉，因此課審委員的疑惑反映了其真實感覺的評論。

針對數學素養課程的實施，我們一定有太多太多的疑惑，中央團數學諮詢團隊提供一個平台進行溝通交流，相互解惑學習，這樣的發想促成本數學月刊的創辦。

央團數學組長柏寬老師文筆精煉，報章上常拜讀他的高見，由他負責規畫此平台，期望能完全貼近數學教學現場所有教學互動的需求。

在數學月刊的平台上，所有老師可以談最上位的「素養教育」問題，例如：素養教育思潮的緣起與發展；國際素養教育的現況；素養教育跟能力本位教育有何關鍵性差異等等。當然，最實務的問題，例如：數學素養的教學案例；如何備課；教學問題的Q&A；如何評量等等，更是本數學月刊的主幹。

深深期盼第一線教學現場的老師們多多參與、交流，更歡迎踴躍投稿，大聲說出自己看見教學現場美妙風景的感受或疑惑，達到全國教師共好的境界。



數學奠基模組於2018年8月進軍韓國，儼然成為臺灣教育之光！

今年夏天，韓國邀請林福來教授進行一系列的數學教育演講，同時也邀請中央輔導團進行示範教學與教師研習，這不只是一場國際數學教育的饗宴，同時也是數學奠基模組在台灣發展五年的精采歷程。韓國的高度密切關注，力邀促成此次的雙方交流，更是一次臺灣數學教育，在國外發光的故事。

8月6日，第一站在慶尚南道舉行，這場慶南國際數學教育研討會中，林福來教授概述了臺灣的數學教育工程，下午則以七場對學生的示範課，讓觀課老師直接在教學現場了解數學奠基課程如何運作。隔天，慶尚南道的教育主管機關與林教授進行兩國的數學教育交流，從行政主管到現場老師，圍繞著「**數拋**」議題進行解決方式的討論。

8月8日，第二站來到了大田廣域市，韓國的廣域市類似台灣的直轄市，大田是韓國第五大城市。在大田人才開發院舉辦了為期四天的研討會，臺灣的Just do math計畫就是其中一天的主題。早上由林教授演講數學教育工程，探討臺灣學生高成就、低興趣的問題，這跟韓國 **數拋** 問題，本質及狀況上是一致的。從後設去看教師在各種不同程度下而有不同角色，環環相扣著，從增能、使用到研發，有系統地提升臺灣教師在數學教育上的知能。

范慧蘭老師是其中一位受惠者，將數學奠基透過轉化，每週一節在課堂上進行，讓任教的愛因斯坦班醞釀出動人的故事。幾百位韓國老師，就在林教授與范老師的分享下，一步一步了解了數學奠基是怎麼一回事。下午，國小、國中、高中分三個場地進行教師增能課程，每場地限定20位老師，直接學習與討論數學奠基課程，正誼老師、雪卿老師和我就負責國小老師場次。





為了讓教師增能課程進行更加順暢，我們與口譯人員進行共備，讓口譯人員了解活動內容以及我們要跟韓國老師們溝通的數學概念。

正誼老師第一句話—歡迎來到數學新樂園，韓國老師居然馬上歡呼了起來，這是我們第一次和韓國老師在課堂上互動。老師相當熱情與活潑，我們講的一字一句，韓國老師幾乎都有回應。韓國人的口頭禪，「雷」！像極了日本綜藝節目，主持人每提出一個疑問，大家就會發出的聲音，這讓課堂變得活潑有趣，講師也非常來勁，互動相當愉快。正誼老師事前學了分數的韓語，在教師增能時，用韓語說出「三個三分之一等於三分之二」時，現場響起如雷的掌聲。

雪卿老師帶的是戰事無常，為了減少語言差異造成的問題，在教具上寫了八方位的韓語，讓韓國老師一目瞭然，也因為教具太過新鮮有趣，老師們不斷在拍照，並且詢問這是否有韓文版的？要在何處買？

我帶的是數學魔術旋轉乾坤，和口譯人員溝通時，口譯的韓國中文系的學生不斷地說，他討厭數學、數學很差。但是，三場共備後，他居然說：「這樣的數學，我會喜歡。」對於我來說，這非常重要。因為數學魔術有許多語言上的互動，我必須讓韓國老師清楚知道我在說什麼，也需要知道韓國老師的回答是什麼。口譯人員很喜歡這個課程，在翻譯的時候，說得神采飛揚，甚至還會提醒我，學習單最後一題，一定要上！一定要上！他覺得太好笑了，深怕時間有限而有遺珠之憾。

我跟他說，我深深感受到你因為喜歡數學而生的熱情，我覺得你已經不討厭數學了，可以來當數學老師了。議課時，韓國老師一致讚賞每位台灣老師帶來的課程，並表示會回去用在學生身上，更希望多學一點，多得到一點。韓國老師不斷詢問我們，何處可以取得這些課程內容與教具？

林教授回得妙，要學中國功夫，就要到少林寺。那學數學呢？



當ABC遇到123...

新北市新莊國中/中央輔導團英文組教師 曾麗娜



愛爾蘭詩人William Butler Yeats說，Education is not the filling of a pail, but the lighting of a fire.「教育不是填鴨，而是點燃學習的火苗」。

107年6月30日「數學活動師」的研習體驗，更堅定了我對這句格言的信念。

身為中央團員，肩負教育政策宣導及實踐的重責大任，任何新的教學理念，都必須當先鋒，為現場老師鋪路。今年為了發展跨領域教案設計，期望在跨領域對談時能聚焦，接受數學領域的邀約，參加「數學活動師培訓」，試著理解這個數學新思維。

數學一直是我求學生涯的惡夢，從小一直覺得人生如果沒有數學課，該有多美好。研習當天，懷著一顆不安的心，進入我最恐懼的學科，原本以為在整天的研習，我會向海倫凱勒一樣，聽不見也看不到，沒想到一開始的「將軍與傳令兵」、「三視圖」的奠基遊戲就燃起我的鬥志。同組學員在一次又一次的錯誤嘗試中，研究策略，想出溝通的共同模式，進而建構左視、右視、上視的核心概念。

接下來的「大家一起來數」更是有趣，感覺像在玩遊戲，不是上數學課。在黑白圍棋的廝殺中，歸納出機率的觀念。整個過程，沒有公式，沒有抽象無趣的講述，而是在競賽與實際操作中，歸納出結果，完全符合「自發」與「互動」的精神。





「骰子遇見疊疊樂」也是我很喜歡的活動，之前在英語課，嘗試過以疊疊樂搭配英語句型的活動，沒想到藉由紀錄兩個骰子出現的點數情形也可以探討點數和出現機率不一定等同的原因。在活動操作中體驗數學真的是很棒的學習經驗，不由得感嘆自己生不逢時，如果以前讀國中的時候，數學老師可以這樣上課，那麼，現在我的多元智能在邏輯思考這一方面，就不會有缺損了。

總而言之，「數學活動師」真是個超優質的研習活動，儘管在假日，還是吸引許多現場教師自動自發報名，整個過程沒有枯燥的講述，只有講師技巧性的引導大家體驗、思考、討論、歸納結果，強調自己動手做。而且以講師固定學習站的方式，讓學員流動，也是很不錯的設計，學員可以接觸更多不同講師帶領風格。忍不住想要大聲疾呼「請趕快申請數學奠基模組」到校服務，這麼好康的活動簡直是天上掉下來的禮物。

回歸到參與活動的重點就是設計跨領域教案的可能性，由於活動過程都是在生活情境中進行，並無艱澀的專業術語，所以在跨領域課程設計的語言向度與學科向度中，可以使用簡易的祈使句進行指令，例如，「大家一起來數」的活動，就可以結合英語Pick 6 pieces from the bag. Write down the number of black pieces and white pieces on the worksheet....etc. 至於，後續較艱深的概念澄清就得仰賴數學專業囉！最後，希望英語組與數學領域的合作，不只是交集，還能激發出聯集，不是句點，而是驚嘆號！



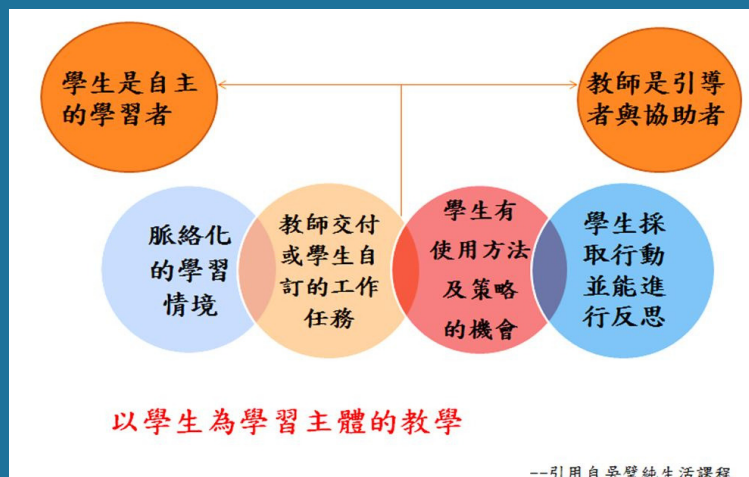


數學領域素養導向教學 經驗分享

臺中市潭子國中 蔡玉玲校長

十二年國教新課綱將於108學年度實施，讓我們先回顧之前九年一貫課程的重點。九年一貫課程強調能力導向，要讓學生有帶得走的能力，而不是背不動的書包。課綱內容提出了十大基本能力：「了解自我與發展潛能」、「欣賞、表現與創新」、「生涯規劃與終身學習」、「表達、溝通與分享」、「尊重、關懷與團隊合作」、「文化學習與國際了解」、「規劃、組織與實踐」、「運用科技與資訊」、「主動探索與研究」、「獨立思考與解決問題」。而十二年國教強調素養導向，總綱提出了九項核心素養：「身心素質與自我精進」、「系統思考與解決問題」、「規劃執行與創新應變」、「符號運用與溝通表達」、「科技資訊與媒體素養」、「藝術涵養與美感素養」、「道德實踐與公民意識」、「人際關係與團隊合作」、「多元文化與國際理解」。可以看出事實上有許多類似及延續之處，教師們不必過於擔心，最重要仍然是教學活動的掌握。十二年國教新課綱強調素養導向教學，由教育部的說帖了解到素養導向教學的基本成分--「學生是自主的學習者」、「教師是引導者與協助者」、「脈絡化的學習情境」、「教師交付或學生自訂的工作任務」、「學生有使用方法及策略的機會」、「學生採取行動並能進行反思」，由此進行「以學生為學習主體的教學」，如附圖一。因此，總括而言，教學重視以生活情境問題的導入，學生在解決問題過程中形成概念，最後能運用所學概念及思維去解決周遭所遇到的問題。

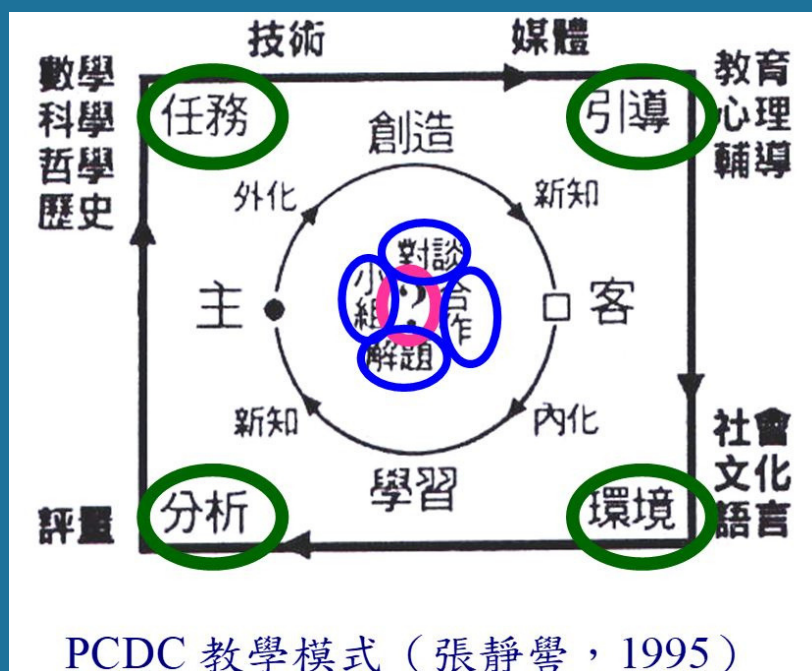
從這樣的角度看來，其實十二年國教新課綱與九年一貫課程並無違背或相異，而是延續，且在知識、技能、情意上更重視情意及態度的培養。因此，我認為對於教學現場的老師來說，並不是一個新的政策要老師重新開始一個不同的教學方法，而是將之前九年一貫課程的實施中，老師們已經在做的一學生情意或態度養成方面，更加重視並更明確地將其融入教學活動當中，努力去提升及落實。



那麼，素養導向教學到底要如何教呢？這是許多老師心中的疑問。大家要瞭解到：素養導向教學要從「領域課程」或「跨領域課程」兩種不同課程設計去思考。對於我們數學領域，如何能做到素養導向教學？



我以使用了將近二十年的「問題中心雙環教學模式」(Problem Centered Double Cycles, 簡稱PCDC。張靜馨, 1995)向大家說明。如附圖二：老師的教學設計以脈絡化的生活情境問題為中心，以學生為學習主體。依據學生的舊經驗，教師設計富含數學概念的情境任務讓學生用多元的策略進行小組合作解題，在解決問題過程當中形成數學概念，繼而將所學之概念及思維運用在日後問題的解決，以理性分析、解決問題的態度面對未來生活，而老師在教學過程當中則是引導的角色。這樣的教學模式符合了素養導向教學的成分，並且有實徵研究的驗證與成效（李復芝, 2003；蔡佩芬, 2002；顏富明, 2002；簡順樑, 2002；蕭雅慧, 2002；蔡玉玲、張靜馨, 2003, 2004a, 2004b, 2004c, 2008；Chang & Tsai, 2005；Tsai & Chang, 2005, 2007）。



我教學年資超過31年，但從民國88年開始—九年一貫課程之前，到九年一貫課程實施，到目前要進行的素養導向教學，快二十年了，每年使用PCDC模式進行公開課，後來並將教學活動歸納為六個步驟來進行：「給予情境脈絡問題」、「學生小組合作對談解題」、「學生使用不同策略逐步數學化」、「老師巡迴引導小組討論」、「學生上臺發表小組共識」、「老師主持討論達成全班共識」，如附圖三。我感受到教學的愉快及成就感，當然，學生所表現的學習成就也讓我非常滿意。尤其，學生在課室中所形成的民主素養、分析、探究、討論協商形成共識、欣賞、表達以及解決問題等等的態度，更令我印象深刻！

素養導向教學並不難，甚至它是老師們之前在九年一貫課程時期已經在努力改變的教學方式，只要再多一點與「生活情境問題解決」的結合，讓學生多一點討論與發表的機會，相信在領域內的核心素養、基本概念的建立，甚至態度的養成，會讓老師們感受到教學的愉快與成就感的。



(一)給予情境脈絡問題。



(二)小組合作對談解題。



(三)使用不同策略，逐步數學化。



(四)教師巡迴引導小組討論。



(五)學生上臺發表小組共識。



(六)老師主持討論達成全班共識。

附圖三：PCDC 教學活動六步驟(蔡玉玲，2004)。



PURE MATHEMATICS IS, IN ITS WAY, THE POETRY OF LOGICAL IDEAS.

純粹數學，就其本質而言，是邏輯思想的詩篇。——愛因斯坦



NATURE'S GREAT BOOK IS WRITTEN IN MATHEMATICAL SYMBOL.

自然這一巨著是用數學符號寫成的。——伽里略

MATHEMATICS IS THE QUEEN OF THE SCIENCES, AND ARITHMETIC THE QUEEN OF MATHEMATICS.

數學是科學的女王，而數論是數學的女王。——高斯

