數學教學活動設計－－「平方根的意義」 活動說明

設 計 者：梁崇惠

參考資料：《Mathematics in Context.》

數學主題：「平方根的意義」

適用範圍：國中數學第三冊

教學方式：全班活動及異質分組合作學習。

設計理念：

一、希望學生能點算或用公式算出方格紙上的正方形面積。

二、希望學生能學會操作簡易型計算器。

三、能由計算正方形面積熟悉 1 到 400 的完全平方數。

四、能具體感受到$\sqrt{144}$、$\sqrt{72}$、$\sqrt{36}$、$\sqrt{18}$、$\sqrt{9}$、$\sqrt{3}$等的意義、長度或近似值。

五、能使用計算器按出$\sqrt{72}$、$\sqrt{18}$、$\sqrt{3}$的近似值，並確實認識到按出的值並非是精確值。

六、能識別**求一正數的平方**與**求它的平方根**是*互逆*的。

活動器材：準備方格紙（1mm 或 5mm）兩本，每小組 4 張；膠水 10 罐，每小組 1 罐；剪刀 10~20 把，每小組 1~2 把；計算器 10~20 個，每小組 1~2 個

教學流程：2 節（每節 45 分鐘）

一、暖身活動：勇敢說出來。（3 分鐘）

2,8,9,10 四個數，去掉其中一個數，讓其它三個數具有某個共同性質或符合某個關係式。

二、發展活動：剪紙（摺紙）、算面積，找邊長。（35 分鐘）

(1)請各組器材管理員出來領取上課的材料與工具。（每組 2 份工作單、4 張方格紙、1~2 把剪刀、1 罐膠水）

(2)請某小組發言人唸工作單第 1 小題的內容後，各小組分工完成**工作單**上第 1 小題指定的正方形後，再剪一個邊長爲 12 公分的正方形。（巡視各小組）

(3)在黑板上畫出第 2 小題的表格（或張貼畫好表格的海報），並請各小組回報該組所填的數據。

小結論：第 2 小題的表列出了邊長分別爲 1~20 公分的正方形，其面積的值，這些數都是完全平方數。

(4)徵求某小組的一位成員拿出剪好的 12 公分正方形方格紙，示範第 4 小題的摺法，再從旁解說問題的內容。

(5)請各小組分工並記錄**工作單**上第 5、6 小題的結果

(6)並在黑板上呈現第 6 小題的表格，並輔以圖示解說。

(7)請各小組先猜“面積爲 72 平方公分的正方形之邊長”，會比較接近 8.4 公分，還是比較近 8.5 公分？把學生猜測結果的統計表畫在黑板上。

(8)請小組長代表該組回報該小組測量的結果，在黑板上呈現統計全班的結果。並請學生與先前大家猜測結果統計作一比較。

(9) 請各小組討論第 9 小題，並寫出小組的共識與理由。

(10)檢討第 10 小題的問題後，收各小組的工作單並引導學生回顧本節活動所學重點。

小結論：

在第 6 小題的表中，我們可以發現：已知正方形面積分別爲 144、36、9 平方公分時，可輕易地找出其邊長分別爲 12、6、3 公分，這是因爲 144、36、9 都是完全平方數，故可輕易找出其邊長值；當正方形面積分別爲 72、18 平方公分時，其邊長不可能爲整數，故我們只能以近似值來推測其長度，或者以√72、√18 來代表其邊長。

三、評量（延伸）活動：操作計算器、勇敢說出來（7 分鐘）

(1)指派評量小組作業，每小組至少發一個簡易型計算器。

(2)發一份回家研讀的參考資料：***巴比倫人估計平方根的方法***。

平方根的意義 活動單

第_____組　姓名：_____日期：_____

1. 每小組先在方格紙上畫一個正方形，剪下來貼在下方空白處。第一組畫邊長爲 1 公分的正方形；第二組畫邊長爲 2 公分的正方形；…；第 8 組畫邊長爲 8 公分的正方形。**每組再另剪一個邊長爲 12 公分的正方形（不必貼）。**

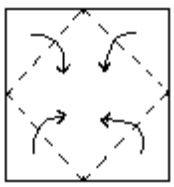
2. 完成下表，已知正方形之邊長，求其面積。（先填自己小組，再填其它小組）

組別 / 正方形	第一組	第二組	第三組	第四組	第五組	第六組	第七組	第八組	第　組	第　組
邊長 (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
面積 (cm^2)										

組別 / 正方形	第一組	第二組	第三組	第四組	第五組	第六組	第七組	第八組	第　組	第　組
邊長 (cm)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
面積 (cm^2)										

3. 請各組拿出剪好邊長 12 公分的正方形方格紙。**這個正方形的面積是多少**？

4. 把這個正方形的四個直角均摺向正中心後，會變成**什麼形狀？面積是多少**？（提示：可將紙翻面，算算方格的數目或其它方法。）



5. 重複前一步驟，再把四個頂點均摺往正中心後，這次會**變成什麼形狀？面積又是多少**？

6. 同樣的步驟，摺到第四次後完成下表。

狀態 / 形狀 / 項　目	剛開始	第一次摺完後	第二次摺完後	第三次摺完後	第四次摺完後	…
	正方形					
面積(cm^2)						
邊長 (cm)	12					

7. 在上表中，我們遇到兩個問題，「**面積 72 平方公分的正方形，邊長是多少呢？**」，以及「**面積爲 18 平方公分的正方形，邊長是多少呢？**」。

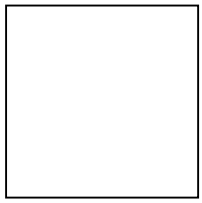
先猜這兩個問題的答案會各是多少？然後以***直尺量一量邊長***各約是多少公分？

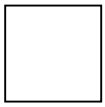
8. 有甲、乙兩人測量了“面積爲 **72 平方公分**的正方形”之邊長，甲量得的邊長爲 8.4 公分，乙量得的結果爲 8.5 公分，你們量得的結果與誰比較接近？

9. 丙說：「我認爲 8.4 與 8.5 公分都不夠精確，因爲如果我們取多一位小數的話，就可以得到更精確的長度，例如 8.45 介於 8.4 與 8.5 之間，應該就是一個比較好的答案。」

你們同意丙的說法嗎？爲什麼？該如何檢驗呢？

10."面積爲 72 平方公分的正方形"，其邊長應該是多少公分呢？"面積爲 18 平方公分的正方形"，其邊長又是多少公分呢？





小組評量作業

第___組　姓名：_____日期：

1. 以下這些數分別代表某些不同正方形的面積，有哪些是你很熟悉 且可輕易找出它們的邊長呢？請將這些數圈起來，然後寫出其邊長。

24,　49,　121,　120,　81,　72,　1 ,　64,

2.5,　225 ,　525,　36,　144,　289,　0.25,　6.25,

324,　10000,　10.24,　98.01

2. 拿計算器按一按，將每個正方形的邊長找出來。哪些是你們無法一眼就看出其邊長是個確定值，藉助計算器才發現的呢？
哪些是其邊長根本不是確定值，藉助計算器找出其近似值的呢？

3. 大於 **100**，小於 **300** 的正整數中，哪些數當作正方形的面積，其邊長會剛好爲整數呢？

4. 勇敢說出來：**36, 45, 81, 100** 四個數，去掉其中一個數，讓其它三個數具有某個共同性質或符合某個關係式。（找越多越好）

研讀參考資料：巴比倫人估計平方根的方法

古巴比倫人用一種非常簡單的方法來估計平方根，以$\sqrt{17}$爲例，步驟如下：

①先估計最接近$\sqrt{17}$的整數，是 4，因爲$4^2=16$。

②把 17 除以 4（可以寫作$\frac{17}{4}$）。

③取 4 和$\frac{17}{4}$的平均值，

$\frac{1}{2}(4+\frac{17}{4})=\frac{1}{2}(\frac{33}{4})=\frac{33}{8}=4\frac{1}{8}$(或 4.125)。

這個結果是 4.125，應該就是$\sqrt{17}$的**合理估計值**。

④檢查看看$(4.125)^2$有沒有很接近 17？雖然古巴比倫人必須用手計算 4.125 的平方，但你可以使用計算器來驗算，發現$(4.125)^2$=17.015625 很接近 17。假如你想要求得更精確些，可以繼續重複上述的步驟，把 17 除以 4.125，然後再求該數與 4.125 的平均值。

這個方法為什麼是可行的呢？

因爲 4（$\frac{17}{4}$）= 17。既然 4 比 17 的平方根來得小，而$\frac{17}{4}$又比 17 的平方根大，

所以取 4 和$\frac{17}{4}$的平均值，顯然是$\sqrt{17}$較好的估計值。

1.使用**巴比倫人**的方法來估計$\sqrt{15}$。

①猜一個最接近$\sqrt{15}$的整數。_____

②將 15 除以這個數。_____

③算出①與②的平均值，便得到$\sqrt{15}$的**估計值**。_____

④將所得**估計值**平方，檢驗看看。_____

2.使用計算器上的開平方根按鍵，找出$\sqrt{15}$的估計值。_____

3.比較③得到的估計值與使用計算器求得的值差多少？

4.你認爲①所猜的整數與得出的估計值有關係嗎？一開始試著猜猜不同的整數，然後完成後續步驟，所得到的估計值會更精確還是更不精確？