

基測試題分析與教學策略

臺北市興雅國中 林壽福 董增萊

壹、前言

本文內容係分析最近 10 年（90 年～99 年）的基測考題，挑選值得探求解題策略的題目，徹底經歷一番解構和建構歷程，其中絕大多數是研究者的創新解法和策略運用，而且是研究者認為的「最佳解」，研究者並不使用一般常見的方法，最終目的是盼望能因此激發出教師們更多具創意的解題點子，未來實際運用在教學現場時，還能協助學生們順利形成他們自己專屬的解題策略，進而提升教與學的品質。

研究者的挑題原則是，若題目具有現成的解題模式，可直接進行解題者，將略過；沒有現成的解題模式可循，研究者才探求其中解題策略，如下頁流程圖所示。唯篇幅所限，每種策略之選題仍以不超過 25 題為原則。研究者建議教師們在參考使用這篇文章內容時，最好先不看解法，能自行解題，解完後再與研究者的解法相比較，這樣效果才會好，也較容易體會研究者的用心和解法的妙處。誠然，可能有教師對於某些題目，會有不同的妙解，研究者也期盼能拋磚引玉，達成真正回饋與交流的目的。

一、何謂數學學習題的解題策略？

◆探求數學學習題的答案時，所採取的途徑和方法。其方法是有層次性的，解題策略是最高層次的解題方法，是對解題途徑的概括性的認識。

二、波利亞《怎樣解題》提出解題思考四大步驟：1.弄清問題；2.擬訂計畫；3.

實現計畫；4.回顧。胡炳生解題思維三部曲：觀察、聯想、轉化。（參引書 2）

三、形成良好解題策略三個因素：1.知識結構；2.資訊加工方式；3.非智力因素。

四、如何提高解題策略的技能？

◆要與數學知識及一般解題方法密切結合。主要有以下六點：

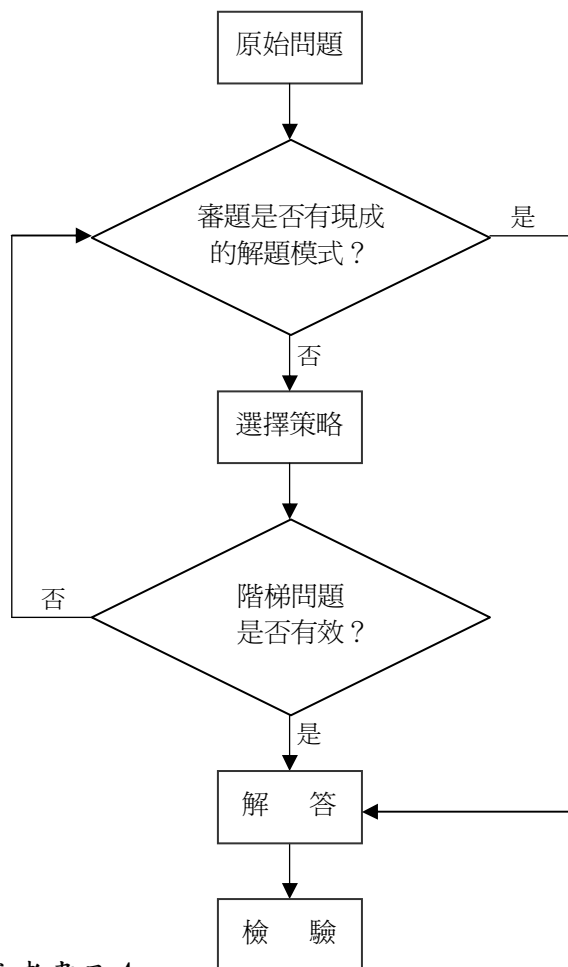
1. 授予學生基本理論、基本方法，使其具備良好的知識結構。

2. 強調數學術語和概念的精確化。
3. 善用積極且具探索性的教學方法。例如融入「延遲判斷」、「檢索聯想」和「慢鏡頭分解」等過程，以提高學生的思維能力。
4. 引導學生從整體把握問題，鼓勵大膽猜想。
5. 進行解題策略的分類與訓練。
6. 不斷揭示數學的簡潔性、對稱性和統一性，以提高學生的審美能力，同時擁有良好的學習態度和學習動機。

貳、基測試題分析與解題策略舉隅

1. 枚舉法
2. 模式識別
3. 問題轉化（化歸）
4. 特殊化（以退為進）
5. 一般化
6. 從整體看問題
7. 正難則反：（1）反證法（2）排除法（3）逆推法
8. 觀察法
9. 切割拼補
10. 對稱法

【解題流程圖】



※以上內容主要引述自參考書目 4

一、【枚舉法】：當問題中存在著大量的可能答案（或中間過程），而暫時又無法用邏輯方法來排除這些可能的選項時，就不得不採用逐一檢驗這些可能選項的策略，這叫枚舉法，又叫窮舉法。起源於原始的計數方法——數數，看起來顯得「笨拙」，但確實是基本的解題策略之一。

（例 1）.9901（19）：99 年第一次基測，第 19 題。

19. 自連續正整數 10～99 中選出一個數，其中每個數被選出的機會相等。求選出的數其十位數字與個位數字的和為 9 的機率為何？

(A) $\frac{8}{90}$

(B) $\frac{9}{90}$

(C) $\frac{8}{89}$

(D) $\frac{9}{89}$

新
聞

〈思路分析〉局部採用枚舉法，數字和為 9 的可能組合如下：

1+8、2+7、3+6、4+5、5+4、6+3、7+2、8+1、9+0 共 9 個，

10~99 共有 $99-10+1=90$ (個)，因此機率為 $9/90$ 。

9901(19)答案：(B)

(例 2) .9802 (23)：98 年第二次基測，第 23 題。

23. 已知一元二次方程式 $x^2 + ax - 16 = 0$ 的兩根均為整數， $a > 0$ 且 a 為二位數，求 a 的個位數字與十位數字相差為何？

(A) 0

(B) 1

(C) 4

(D) 6

〈思路分析〉將 -16 可能的分解組合都列出，同時要符合 $a > 0$ 條件：

$$-16 = (-1) \times 16, \quad (-1) + 16 = 15$$

$$= (-2) \times 8, \quad (-2) + 8 = 6$$

$$= (-4) \times 4, \quad (-4) + 4 = 0$$

同時要滿足 $a > 0$ 且 a 為二位數，故 $a = 15$ 。

9802(23)答案：(C)

(例 3) .9801 (13)：98 年第一次基測，第 13 題。

13. 有一益智遊戲分二階段進行，其中第二階段共有 25 題，答對一題得 3 分，答錯一題扣 2 分，不作答得 0 分。若小明已在第一階段得 50 分，且第二階段答對了 20 題，則下列哪一個分數可能是小明在此益智遊戲中所得的總分？

(A) 103 分

(B) 106 分

(C) 109 分

(D) 112 分

〈思路分析〉可能答案在 100~110 之間，且 $(110 - 2x)$ 一定為偶數，所以只能選 (B)。也可以列舉出所有可能答案，再輔以排除法，將一定為非的答案先排除掉。

$$50 + 20 \times 3 -$$

$$0 \times 2 = 110$$

$$1 \times 2 = 106$$

.....

$$5 \times 2 = 100$$

9801(13)答案：(B)

(例 4) .9801 (19)：98 年第一次基測，第 19 題。

19. 甲、乙各丟一次公正骰子比大小。若甲、乙的點數相同時，算兩人平手；若甲的點數大於乙時，算甲獲勝；若乙的點數大於甲時，算乙獲勝。求甲獲勝的機率是多少？

- (A) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{5}{12}$
(D) $\frac{7}{12}$

〈思路分析〉

（解法一）一樣局部採用枚舉法，總共有 $6 \times 6 = 36$ 種組合情形。

符合條件的組合有： $(6, 1)(6, 2) \cdots (6, 5)(5, 4)(5, 3) \cdots (2, 1)$ ，共有 $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ 種，所以機率為 $15/36 = 5/12$ 。

（解法二）因為和的機率 $1/6$ ，而甲勝率 = 乙勝率，所以 $\frac{1 - \frac{1}{6}}{2} = \frac{5}{12}$

9801(19)答案：(C)

（例 5）.9701（11）：97 年第一次基測，第 11 題。

11. 若大軍買了數支 10 元及 15 元的原子筆，共花費 90 元，則這兩種原子筆的數量可能相差幾支？

- (A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5

〈思路分析〉共花費 90 元，將可能組合列舉出來，再利用排除法檢核選項中的答案。

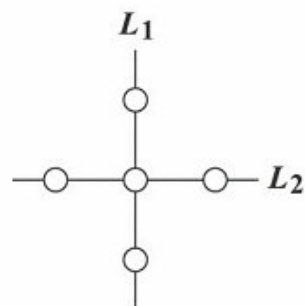
15 元	6	4	2	0
10 元	0	3	6	9
相差	6	1	4	9

9701(11)答案：(C)

（例 6）.9602（12）：96 年第二次基測，第 12 題。

12. 如圖(六)，將 2、4、6、8、10 五個數字分別填入圖中的五個圓圈中，使得 L_1 上三個數字和與 L_2 上三個數字和相等。請問中央的圓圈中不能填入下列哪一個數字？

- (A) 2
(B) 6
(C) 8
(D) 10



圖(六)

〈思路分析〉

(解法一) 將符合條件的組合都列舉出來：

- (1) $(2+10)$ 、 $(4+8)$ ，中間圓圈數為 6；
(2) $(2+8)$ 、 $(4+6)$ 中間圓圈數為 10；
(3) $(4+10)$ 、 $(6+8)$ 中間圓圈數為 2。故答案選 (C)

(解法二) 使用逆向思維策略，再善用排除法來解題：

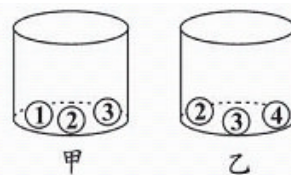
$$2+4+6+8+10=30,$$

$$(A) \frac{30-2}{2}=14; (B) \frac{30-6}{2}=12; (C) \frac{30-8}{2}=11 \text{ (不合)}; (D) \frac{30-10}{2}=10$$

9602(12)答案：(C)

(例 7) .9502 (26)：95 年第二次基測，第 26 題。

26. 如圖(十四)，在甲、乙兩個筒內各放入 3 個球，並將球分別標上 1、2、3 與 2、3、4。假設兩筒中每個球被取出的機會均相等。若阿友自甲筒取出一球，阿哲自乙筒取出一球，則阿友取出的球其號碼小於阿哲的機率是多少？



圖(十四)

- (A) $\frac{3}{9}$
(B) $\frac{4}{9}$
(C) $\frac{5}{9}$
(D) $\frac{6}{9}$

〈思路分析〉局部採用枚舉法，全部的可能組合情形有 $3 \times 3 = 9$ 種，

符合條件的有： $(1, 2)$ $(1, 3)$ $(1, 4)$ $(2, 3)$ $(2, 4)$ $(3, 4)$ 共 6 種，
所以機率為 $6/9$ 。

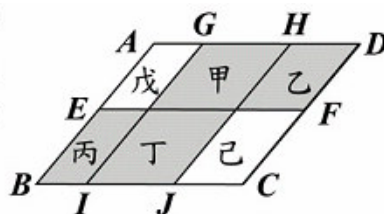
9502(26)答案：(D)

二、【模式識別】：解題者能從問題情境中認出某種熟悉（同時符合解題目標）的東西，喚起和解題有關的知識，這種解題策略便是模式識別。所謂「熟悉

的東西」就是一些幾何圖形或應用題類型等的模式，而喚起的知識就是定義、性質、定理、公理等。模式可以理解為知識結構，是內化到頭腦中的符號（表像、語言等）形式，也就是 Skemp 所說的 schema。

（例 1）. 9902（18）：99 年第二次基測，第 18 題。

18. 圖（九）是 E 、 F 、 G 、 H 、 I 、 J 六點在菱形 $ABCD$ 四邊上的位置圖，其中 $\overline{EF}$ 、 $\overline{GI}$ 、 $\overline{HJ}$ 將菱形分成甲、乙、丙、丁、戊、己六個平行四邊形。若 $\overline{AG} : \overline{GH} : \overline{HD} = 5 : 10 : 9$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 5$ ，則下列哪一圖形與菱形 $ABCD$ 相似？



圖(九)

- (A) 甲
(B) 乙
(C) 丙
(D) 丁

〈思路分析〉識別為相似形概念基本題，透過圖示標記法找邊長比例關係。

〈解法一〉設 $\overline{AD} = \overline{AB} = 24t$ ，則 $\overline{AG} = 5t$ 、 $\overline{GH} = 10t$ 、 $\overline{HD} = 9t$ ， $\overline{AE} = 9t$ 、

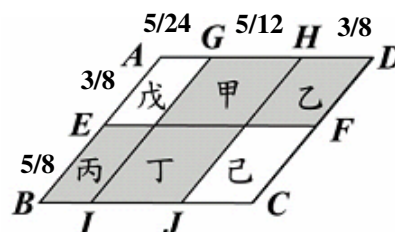
$\overline{BE} = 15t$ ，只有乙符合 $9t : 9t = 1 : 1$ 。

〈解法二〉分別設 $\overline{AG} = 5t$ 、 $\overline{GH} = 10t$ 、 $\overline{HD} = 9t$ ， $\overline{AE} = 3s$ 、 $\overline{BE} = 5s$ ，則菱形 $ABCD$ 的邊長比例為 $8s/24t = 1s/3t$ ，乙的邊長比例為 $3s/9t = 1s/3t$ ，故兩者相似。

〈解法三〉邊長比值標示如右圖：

$$5 + 10 + 9 = 24, 3 + 5 = 8,$$

只有乙邊長比例為 $1 : 1$



〈解法三〉 $\because \overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\therefore$ 設 $\overline{AB} = \overline{AD} = 24t$ ，

則甲邊長為 $10t$ 、 $9t$ 、 $10t$ 、 $9t$ （不合）；乙為 $9t$ 、 $9t$ 、 $9t$ 、 $9t$ （相符）；

丙為 $5t$ 、 $15t$ 、 $5t$ 、 $15t$ （不合）；丁為 $10t$ 、 $15t$ 、 $10t$ 、 $15t$ （不合）。

9902(18)答案：(B)

（例 2）. 9901（33）：99 年第一次基測，第 33 題。

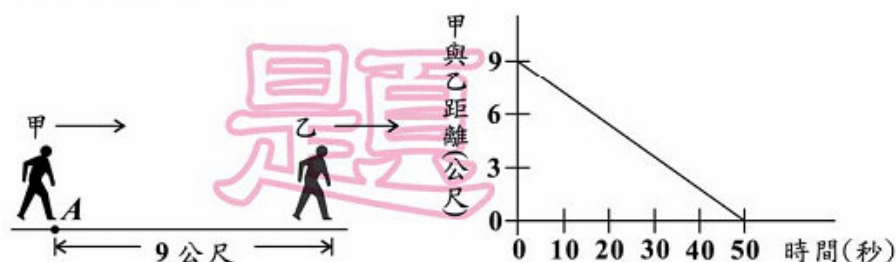
33. 如圖(十七)，在同一直線上，甲自 A 點開始追趕等速度前進的乙，且圖(十八)表示兩人距離與所經時間的線型關係。若乙的速率為每秒 1.5 公尺，則經過 40 秒，甲自 A 點移動多少公尺？

(A) 60

(B) 61.8

(C) 67.2

(D) 69



圖(十七)

圖(十八)

〈思路分析〉透過解題者識別其為追趕問題，配合關鍵的讀圖(函數圖形)能力，便能順利解決問題。類似圖(十八)之考型在 93 年第 1 次(930116)出現過。

(解法一) 50 秒後追到，且追了 9 公尺，列式如下：

$$(V_{\text{甲}} - 1.5) \times 50 = 9, \quad V_{\text{甲}} = \frac{84}{50}, \quad \frac{84}{50} \times 40 = 67.2。$$

(解法二) $\because$ 50 秒追到，而甲經歷 40 秒移動距離，除了算乙的距離外，要再加上超越的部分。

$$\therefore 1.5 \times 40 + 9 \times \frac{40}{50} = 67.2$$

9901(33)答案：(C)

(例 3) . 9901 (21) : 99 年第一次基測，第 21 題。

21. 已知 $456456 = 2^3 \times a \times 7 \times 11 \times 13 \times b$ ，其中 a 、 b 均為質數。若 $b > a$ ，則 $b - a$ 之值為何？

(A) 12

(B) 14

(C) 16

(D) 18

〈思路分析〉看穿關係，喚起解題者心中的特例模式 $7 \times 11 \times 13 = 1001$ ，知道任一個三位數乘以 1001，會等於本身重寫一次的六位數，因此 $8 \times a \times b = 456$ ，所以 $a \times b = 3 \times 19$ ，隨即解出答案，相當節省時間。

9901(21)答案：(C)

(例 4) . 9802 (14) : 98 年第二次基測，第 14 題。

14. 等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，若 $a_3 - a_2 = 6$ ，則 $a_{330} - a_{20} = ?$

- (A) 6
(B) 1854
(C) 1860
(D) 1866

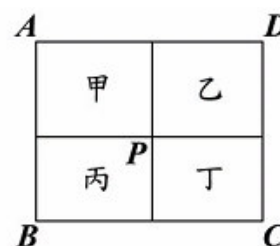
〈思路分析〉識別出是等差數列變化的關係，項數與公差個數間的關連，用「間隔數 $\times$ 公差」，很快就可以得出答案。 $(330 - 20) \times 6 = 1860$

9802(14)答案：(C)

(例5). 9801 (29)：98 年第一次基測，第 29 題。

29. 圖(十二)中，過 P 點的兩直線將矩形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個矩形，其中 P 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AP} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 3$ 。下列對於矩形是否相似的判斷，何者正確？

- (A) 甲、乙不相似
(B) 甲、丁不相似
(C) 丙、乙相似
(D) 丙、丁相似



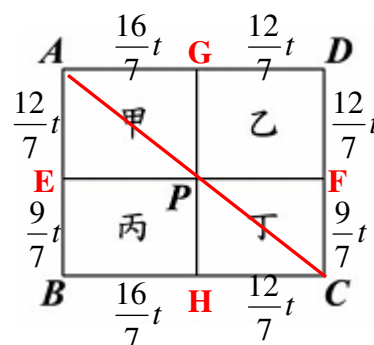
圖(十二)

〈思路分析〉比例推理加上相似形概念，找邊長比例關係。

設 $\overline{AD} = 4t$ ， $\overline{AB} = 3t$ ，則其餘線段長，

如圖示。甲、乙、丙、丁各矩形之長寬

比分別為 $4 : 3$ 、 $1 : 1$ 、 $16 : 9$ 、 $4 : 3$ 。

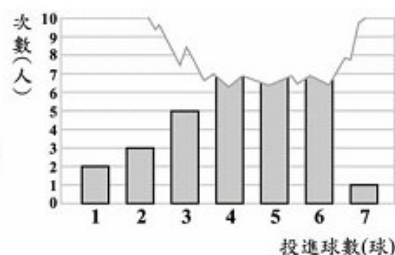


9801(29)答案：(A)

(例6). 9801 (34)：98 年第一次基測，第 34 題。

34. 圖(十四)為某班 35 名學生投籃成績的長條圖，其中上面部分破損導致資料不完全。已知此班學生投籃成績的中位數是 5，則根據右圖，無法確定下列哪一選項中的數值？

- (A) 3 球以下(含 3 球)的人數
(B) 4 球以下(含 4 球)的人數
(C) 5 球以下(含 5 球)的人數
(D) 6 球以下(含 6 球)的人數



圖(十四)

〈思路分析〉先找到中位數，第 18 位的成績即中位數，可確定最多 7 人，最少 6 人（圖示）。

9801(34)答案：(C)

（例 7）. 9701（26）：97 年第一次基測，第 26 題。

26. 關於方程式 $49x^2 - 98x - 1 = 0$ 的解，下列敘述何者正確？

- (A) 無解
- (B) 有兩正根
- (C) 有兩負根
- (D) 有一正根及一負根

〈思路分析〉

（解法一）掌握一元二次方程式根的判別模式，即可順利解出。

$$D = (-98)^2 - 4 \times 49 \times (-1) = 98^2 + 4 \times 49 > 0, \text{ 有相異兩根；}$$

$$\text{設兩根爲 } \alpha、\beta, \alpha\beta = \frac{-1}{49} < 0, \text{ 故兩根異號。}$$

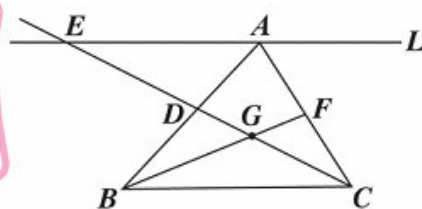
（解法二）利用配方法解題，得兩根 $1 \pm \sqrt{\frac{50}{49}}$ 。

9701(26) 答案：(D)

（例 8）. 9701（29）：97 年第一次基測，第 29 題。

29. 如圖(十二)， G 是 $\triangle ABC$ 的重心，直線 L 過 A 點與 $\overline{BC}$ 平行。若直線 CG 分別與 $\overline{AB}$ 、 L 交於 D 、 E 兩點，直線 BG 與 $\overline{AC}$ 交於 F 點，則 $\triangle AED$ 的面積：四邊形 $ADGF$ 的面積 = ？

- (A) 1 : 2
- (B) 2 : 1
- (C) 2 : 3
- (D) 3 : 2

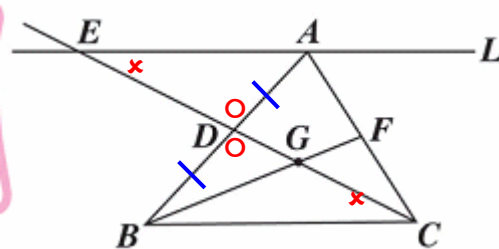


圖(十二)

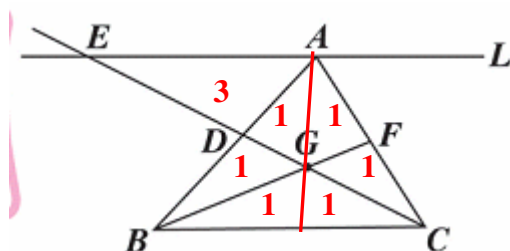
〈思路分析〉

〈解法一〉作圖示標記後，看到三角形的全等，再連結重心的性質，可以快速解出答案。

$\triangle BDC \cong \triangle ADE$ ，而 $\triangle BDC = 3\triangle ADG$ ，
四邊形 $ADGF = 2\triangle ADG$ ，
故 $\triangle BDC$ ：四邊形 $ADGF = 3 : 2$



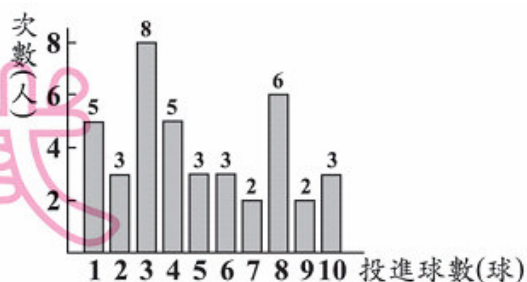
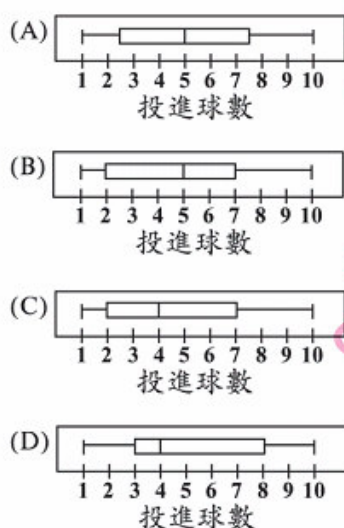
〈解法二〉如右圖所示，3：2。



9701(29)答案：(D)

(例 9) . 9701 (30)：97 年第一次基測，第 30 題。

30. 若圖(十三)是某班 40 人投籃成績次數長條圖，則下列何者是圖(十三)資料的盒狀圖？



圖(十三)

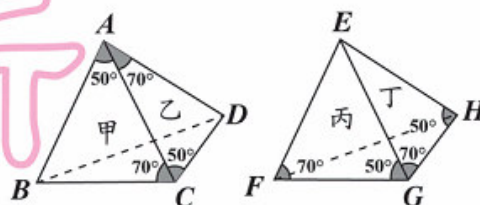
〈思路分析〉憶起盒狀圖的相關概念之意義，輔以圖示標記，即可順利解題。

9701(30)答案：(D)

(例 10) . 9701 (31)：97 年第一次基測，第 31 題。

31. 如圖(十四)，有兩個三角錐 $ABCD$ 、 $EFGH$ ，其中甲、乙、丙、丁分別表示 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle EFG$ 、 $\triangle EGH$ 。若 $\angle ACB = \angle CAD = \angle EFG = \angle EGH = 70^\circ$ ， $\angle BAC = \angle ACD = \angle EGF = \angle EHG = 50^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) 甲、乙全等，丙、丁全等
 (B) 甲、乙全等，丙、丁不全等
 (C) 甲、乙不全等，丙、丁全等
 (D) 甲、乙不全等，丙、丁不全等



圖(十四)

〈思路分析〉利用同一 $\triangle$ 大角對大邊，診斷教學、評量漂亮題。

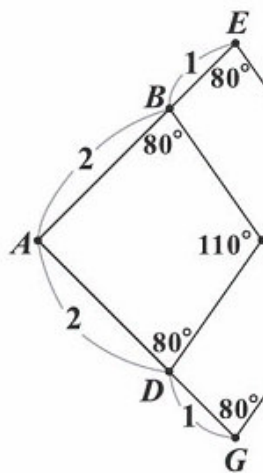
看出 $\overline{EH} > \overline{EG} > \overline{EF}$ ，即知丙、丁不全等。

9701(31)答案：(B)

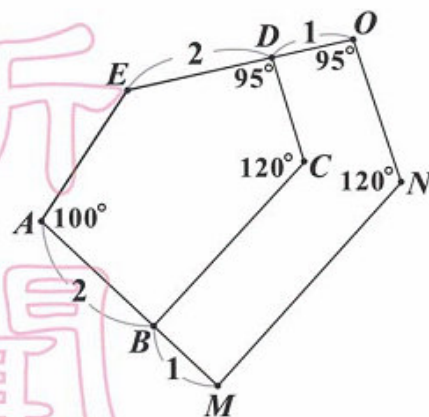
(例 11) . 9602 (32)：96 年第二次基測，第 32 題。(診斷教學、評量漂亮題)

32. 圖(十六)有兩個四邊形 $ABCD$ 與 $AEFG$ ，其中 B 、 D 分別在 $\overline{AE}$ 、 $\overline{AG}$ 上。

圖(十七)有兩個五邊形 $ABCDE$ 與 $AMNOE$ ，其中 B 、 D 分別在 $\overline{AM}$ 、 $\overline{EO}$ 上。



圖(十六)



圖(十七)

依據圖中的數據，比較上述的多邊形是否相似。下列判斷何者正確？

- (A) 兩個四邊形相似，兩個五邊形相似
- (B) 兩個四邊形相似，兩個五邊形不相似
- (C) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形相似
- (D) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形不相似

〈思路分析〉模式識別：(1) 直覺需要有一個投影點；(2) 對應邊需要成比例。

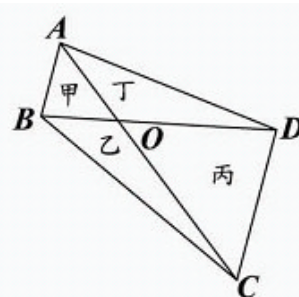
兩五邊形中， $\frac{\overline{AE}}{\overline{AE}} = 1 \neq \frac{\overline{DE}}{\overline{OE}} = \frac{2}{3}$ ，故不相似。

9602(32)答案：(A)

(例 12) . 9601 (31)：96 年第一次基測，第 31 題。

31. 如圖(十四)，不等長的兩對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 相交於 O 點，且將四邊形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個三角形。若 $\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{OB} : \overline{OD} = 1 : 2$ ，則此四個三角形的關係，下列敘述何者正確？

- (A) 甲丙相似，乙丁相似
- (B) 甲丙相似，乙丁不相似
- (C) 甲丙不相似，乙丁相似
- (D) 甲丙不相似，乙丁不相似



圖(十四)

〈思路分析〉識別為相似形概念解題。考的概念簡單，但易生迷思。(概念診斷漂亮題)

甲、丙相似 (SAS 相似性質)

乙、丁則不相似，證明如下：

$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{OB} : \overline{OD} = 1 : 2$ ，設 $\overline{OA} = a$ ， $\overline{OC} = 2a$ ， $\overline{OB} = b$ ， $\overline{OD} = 2b$ ，

$$\therefore \overline{AC} \neq \overline{BD} \rightarrow (a+2a) \neq (b+2b) \rightarrow a \neq b$$

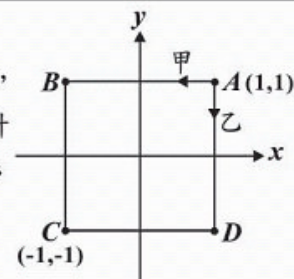
$$\therefore \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} \neq \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}}, \text{ 故 } \triangle ADO \text{ 和 } \triangle BCO \text{ 不相似。}$$

9601(31)答案：(B)

(例 13) . 9502 (30) (31) : 95 年第二次基測，第 30、31 題。

※請閱讀下列的敘述後，回答第 30 題和第 31 題

如圖(十九)，坐標平面有一正方形 $ABCD$ ， A 、 C 的坐標分別為 $(1,1)$ 、 $(-1,-1)$ 。已知甲、乙兩人在 A 點第 1 次相遇後，甲自 A 點以每秒 a 公尺的速率，沿著正方形的邊以逆時針方向等速行走；乙自 A 點以每秒 b 公尺的速率，沿著正方形的邊以順時針方向等速行走。



圖(十九)

30. 若 $a = 7b$ ，則甲、乙第 2 次相遇在何處？

- (A) $(1,0)$
- (B) $(1,1)$
- (C) $(0,1)$
- (D) $(-1,1)$

31. 若 $a \neq 7b$ ，且甲、乙第 2 次相遇在 D 點，則此兩人第 91 次相遇在何處？

- (A) A 點
- (B) B 點
- (C) C 點
- (D) D 點

〈思路分析〉題組。很快可以知道是比例推裡的相關題目，找出規律即可順利解題。

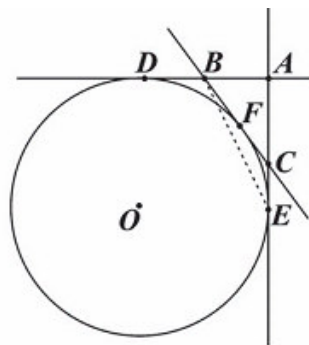
9502(30)答案：(A)

9502(31)答案：(C)

(例 14) . 9501 (21) : 95 年第一次基測，第 21 題。

21. 如圖(七), $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=5$ 。
若三直線 AB 、 AC 、 BC 分別與圓 O 切於 D 、 E 、 F 三點,
則 $\overline{BE} = ?$

- (A) 6
(B) $\frac{25}{3}$
(C) $\sqrt{45}$
(D) $\sqrt{72}$



圖(七)

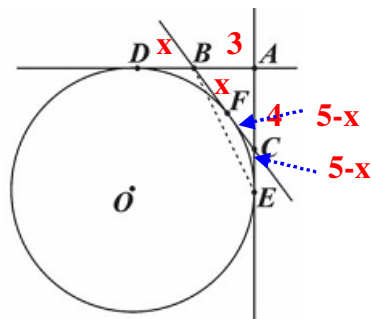
〈思路分析〉

(解法一) 直角三角形邊長關係, 看到相等關係, 應用畢氏定理即可解出。(漂亮題)

設 $\overline{DB} = \overline{BF} = x$, 則 $\overline{FC} = \overline{CE} = 5 - x$, 而 $\overline{AD} = \overline{AE}$

$\therefore x + 3 = 4 + (5 - x)$, $x = 3$, 因此 $\overline{AE} = 3 + 3 = 6$,

故 $\overline{BE} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$ 。



(解法二) $\because \overline{AD} = \overline{AE}$,

$$\begin{aligned} 2\overline{AE} &= \overline{AD} + \overline{AE} = (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) = (\overline{AB} + \overline{BF}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} + (\overline{BF} + \overline{CF}) = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \end{aligned}$$

$$\overline{AE} = \frac{3+4+5}{2} = 6, \quad \overline{BE} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$$

9501(21)答案：(C)

(例 15) . 9302 (11) : 93 年第二次基測, 第 11 題。

() 11. 已知花生糖 1 顆 2 元, 梅子糖 2 顆 1 元。若小詩買花生糖及梅子糖共 60 顆, 花了 60 元, 則此兩種糖果的數量關係如何?

- (A) 花生糖和梅子糖一樣多
(B) 花生糖比梅子糖多 30 顆
(C) 花生糖比梅子糖少 20 顆
(D) 花生糖比梅子糖少 30 顆

〈思路分析〉

(解法一) 閱讀完題目後, 知覺這是雞兔同籠問題, 不需要解聯立方程式即可得

出答案。花生糖顆數： $\frac{60 - \frac{1}{2} \times 60}{2 - \frac{1}{2}} = 20$ ，假設 60 顆全買梅子糖，則分

子所呈現的價差除以兩種糖果的價差，即為花生糖顆數。

而梅子糖顆數： $60 - 20 = 40$ ，故 $20 - 40 = -20$ 。

（解法二）特殊化策略，平均概念 + 槓桿原理，很快可以解出。

$$60 \div 60 = 1, 1 \div 2 = 0.5,$$

$$\begin{array}{ccc} & \text{1} & \text{0.5} \\ & \text{花} & \text{平均} & \text{梅} \\ & 2 & 1 & 0.5 \\ & 1 : 0.5 = 2 : 1 \end{array}$$

$$\text{花} 60 \times \frac{1}{1+2} = 20$$

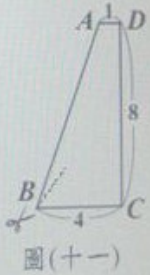
$$\text{梅} 60 \times \frac{2}{1+2} = 40$$

9302(11)答案：(C)

（例 16）. 9302（25）：93 年第二次基測，第 25 題。

25. 如圖(十一)，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，其中 $\overline{AD} = 1$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CD} = 8$ 。今自 B 點剪出 $\overline{BN}$ ，使得 $\overline{BN}$ 將梯形分成兩塊面積相等的圖形。若 N 在 $\overline{CD}$ 上，則 $\overline{DN} = ?$

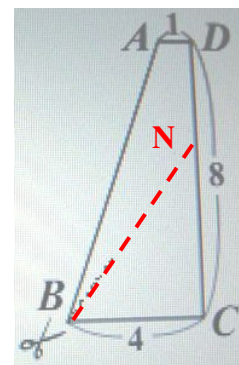
(A) 1
(B) 3
(C) 4
(D) 5



圖(十一)

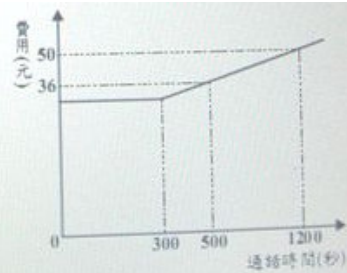
〈思路分析〉圖示標記後，可以看出最快的解題模式，即用面積相減方式，不需要假設未知數。

$$\text{梯形 } ABCD = \frac{1+4}{2} \times 8 = 20, \triangle BCN = 20 \div 2 = 10, \overline{CN} = \frac{10 \times 2}{4} = 5, \overline{DN} = 8 - 5 = 3。$$



(例 17) . 9302 (26) : 93 年第二次基測，第 26 題。

26. 圖(十二)是某電信公司的通話費計算方式：300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元？
- (A) 26
(B) 28
(C) 30
(D) 32



圖(十二)

〈思路分析〉運用平行線截等比例性質。

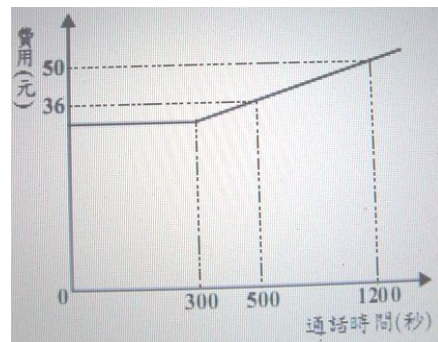
(解法一) 假設基本費 x 元，則

$$\frac{36-x}{50-36} = \frac{500-300}{1200-500}, \quad 36-x=4, \quad x=32。$$

(解法二)

$(300, a)$ $(1200, 50)$ $(500, 36)$

$$\frac{300-1200}{1200-500} = \frac{a-50}{50-36}, \quad a=32。$$



9302(26)答案：(D)

(例 18) . 9202 (22) : 92 年第二次基測，第 22 題。

22. 某一組資料有八個正整數，已知其中七個數為 1, 6, 3, 5, 2, 2, 6。下列哪一個數不可能是這一組資料的中位數？
- (A) 3
(B) 3.5
(C) 4
(D) 4.5

〈思路分析〉中位數問題。

(解法一) 七個數由小而大排列後，1、2、2、3、5、6、6， $\therefore$ 選項值皆在 3~5 之間， $\therefore$ 可以直觀檢核選項，分別假定第八個數可能為：

(1) 3，則中位數 $\frac{3+3}{2} = 3$ ；4，則中位數 $\frac{3+4}{2} = 3.5$ ；5，則中位數 $\frac{3+5}{2} = 4$ 。

(解法二) 設第 8 個數為 x ，則

(1) $x < 2$ ，中位數 $\frac{2+3}{2} = 2.5$ (2) $x > 5$ ，中位數 $\frac{3+5}{2} = 4$

(3) $2 \leq x \leq 5$ ，中位數 $\frac{x+3}{2}$ ， $\frac{2+3}{2} \leq \frac{x+3}{2} \leq \frac{5+3}{2}$ ， $2.5 \leq \frac{x+3}{2} \leq 4$

9202(22)答案：(D)

(例 19) . 9101 (4)：91 年第一次基測，第 4 題。

4. 已知 $a = \sqrt{210}$ 、 $b = \sqrt[3]{-10.648}$ ，利用乘方開方表，如表(一)，求出 $a+b$ 的近似值為何？(四捨五入到小數點第一位)

表(一)

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N^3	$\sqrt[3]{N}$	$\sqrt[3]{10N}$	$\sqrt[3]{100N}$
21	441	4.582576	14.49138	9261	2.758924	5.943922	12.80579
22	484	4.690416	14.83240	10648	2.802039	6.036811	13.00591
23	529	4.795832	15.16575	12167	2.843867	6.126926	13.20006

- (A) 11.5
(B) 12.3
(C) 16.7
(D) 26.6

〈思路分析〉方根查表問題。 $a = \sqrt{210} \doteq 14.49138 \doteq 14.5$ ，

$$b = \sqrt[3]{-10.648} = \sqrt[3]{-\frac{22^3}{10^3}} = -2.2, a+b = 14.5 + (-2.2) = 12.3$$

9101(4)答案：(B)

(例 20) . 9101 (30)：91 年第一次基測，第 30 題。

30. 某公司每天晚上必須派保全人員留守，表(四)是甲、乙、丙、丁、戊五位保全人員的留守值班表。該公司排班的規則如下：

1. 按甲、乙、丙、丁、戊的順序，各排一天班。

2. 五人排完之後再以原順序排班。

表(四)

星期	一	二	三	四	五	六	日
週次	...	...	...	...	...	...	...
第1週	甲	乙	丙	丁	戊	甲	乙
第2週	丙	丁	戊	甲	乙	丙	丁

請問『丙』先生在下列週次中的哪一週必須留守兩次？

(A) 第 38 週

(B) 第 39 週

(C) 第 40 週

(D) 第 41 週

〈思路分析〉分析後知道這是找 pattern 問題。整體每 5 週會有一個循環，也就是說第 6 週排班會出現和第 1 週相同情形，依此類推…。而丙在每個循環的第 2 週、第 4 週必須留守兩次， $39 \div 5 = 7 \cdots 4$ ，故選 B。

9101(30)答案：(B)

(例 21) . 9102 (29)：91 年第二次基測，第 29 題。

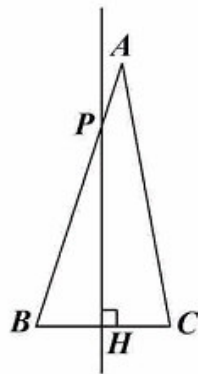
29. 如圖(十七)，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC}$ 的中垂線分別與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 交於 P 、 H 兩點。若 $\overline{BP} = 9$ 、 $\overline{AP} = 3$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{PH} = 6\sqrt{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？

(A) 27

(B) 36

(C) $6\sqrt{2}$

(D) $24\sqrt{2}$



圖(十七)

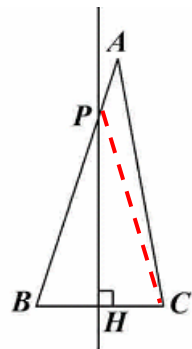
〈思路分析〉分析後，知道解題模式可為比例推理或相似性質的運用。

(解法一) 如右圖所示， $\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$ ，

$$\triangle ABC = 18\sqrt{2} \times \frac{9+3}{9} = 24\sqrt{2}。$$

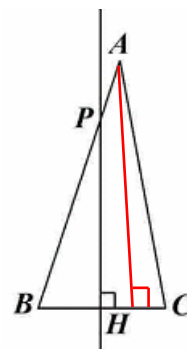
(解法二) 設 $\triangle ABC$ 的高為 x ，則

$$\frac{6\sqrt{2}}{x} = \frac{9}{12}，x = 8\sqrt{2}，6 \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 24\sqrt{2}。$$



(解法三) $\triangle PBH$ 與 $\triangle ABC$ 之高比 $= 9 : 12 = 3 : 4$ ，底比 $= 1 : 2$ ，

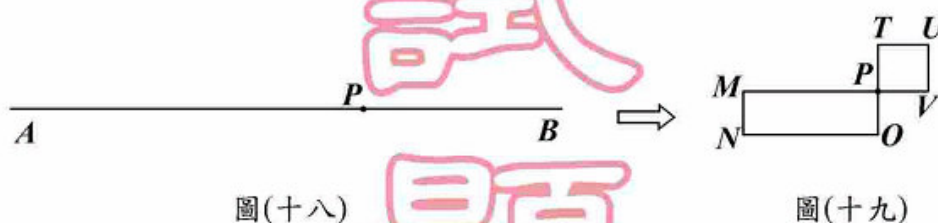
$$\therefore \text{面積比} = 3 \times 1 : 4 \times 2 = 3 : 8, \quad \frac{3 \times 6\sqrt{2}}{2} \times \frac{8}{3} = 24\sqrt{2}。$$



9102(29)答案：(D)

(例 22) . 9102 (30) : 91 年第二次基測，第 30 題。

30. 如圖(十八)，在長度為 28 的 $\overline{AB}$ 上取一點 P 。用 $\overline{AP}$ 圍成一個長方形 $PMNO$ ，其中 $\overline{PM} = 3\overline{PO}$ ，再用 $\overline{BP}$ 圍成一個正方形 $PVUT$ ，如圖(十九)。已知 $\overline{PO} = t$ 時，長方形與正方形的面積和有最小值 s ，則 $s = ?$



- (A) 14
(B) 21
(C) 28
(D) 49

〈思路分析〉分析後，知為二次函數求極值問題。已知 $\overline{PO} = t$ ，則 $\overline{AP} = 8t$ ，

$$\overline{PB} = (28 - 8t), \quad (28 - 8t) \div 4 = 7 - 2t,$$

列式為 $3t^2 + (7 - 2t)^2 = 7(t^2 - 4t) + 49 = 7(t - 2)^2 + 21$ ，當 $t = 2$ 時，最小值為 21。

9102(30)答案：(B)

(例 23) . 9002 (25) : 90 年第二次基測，第 25 題。

25. 坐標平面上直線 $4x + 3y = 12$ 交 x 軸於 A 點，交 y 軸於 B 點。若 O 為原點， I 為 $\triangle AOB$ 之內心，則 $\triangle AIB$ 的面積 = ?

- (A) 2
(B) $\frac{5}{2}$
(C) 4
(D) 5

〈思路分析〉

(解法一) 是與內心相關之求面積問題。知道內心到三邊等距離(即高相等)，因此三角形的面積比就等於底邊比，再用比例關係推求結果即可。

$$A(3, 0)、B(0, 4), \overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \Delta AOB = \frac{3 \times 4}{2} = 6,$$

$$\Delta AIB : \Delta BIO : \Delta AIO = \overline{AB} : \overline{OB} : \overline{OA} = 5 : 4 : 3,$$

$$\text{故 } \Delta AIB = 6 \times \frac{5}{5+4+3} = \frac{5}{2}。$$

(解法二) 利用一般求 Δ 內切圓半徑的方法：

$$r = \frac{3+4-5}{2} = 1, \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}。$$

9002(23)答案：(B)

三、【問題轉化】(化歸)：發現問題難以入手，而將問題轉化成為另一個比較熟悉、比較容易解決的問題(包括變形、變式等)，通過對新問題的解決，達到解決原問題的目的。

(例1) . 9802 (33)：98年第二次基測，第33題。

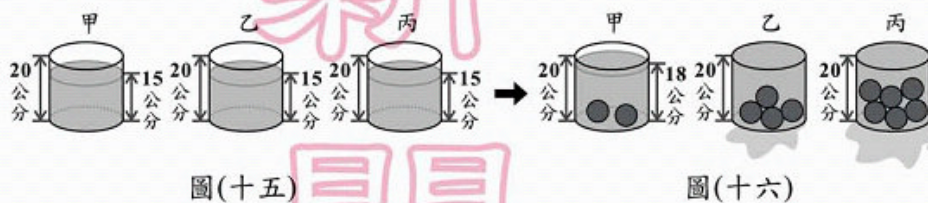
33. 如圖(十五)，有甲、乙、丙三個大小相同的圓柱形杯子，杯深 20 公分，且各裝有 15 公分高的水。如圖(十六)，將大小相同的彈珠丟入三個杯中(甲杯 2 顆，乙杯 4 顆，丙杯 6 顆)，結果甲的水位上升到 18 公分，乙、丙兩杯水滿溢出。求丙溢出的水量是乙溢出的幾倍？

(A) 1.5

(B) 2

(C) 3

(D) 4



圖(十五)

圖(十六)

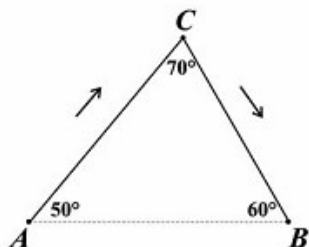
〈思路分析〉將原問題條件轉化成水高和彈珠數間的比例(倍數)關係。

甲： $(18-15) \div 2 = 1.5$ ；乙： $4 \times 1.5 - 5 = 1$ ；丙： $6 \times 1.5 - 5 = 4$ 。 $4 \div 1 = 4$ 。

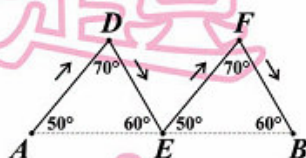
9802(33) 答案：(D)

(例2) . 9801 (11)：98年第一次基測，第11題。

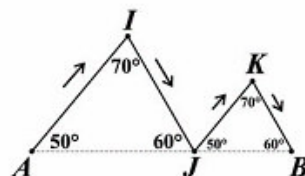
11. 圖(三)、圖(四)、圖(五)分別表示甲、乙、丙三人由 A 地到 B 地的路線圖。已知甲的路線為： $A \rightarrow C \rightarrow B$ 。
乙的路線為： $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ ，其中 E 為 $\overline{AB}$ 的中點。
丙的路線為： $A \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow B$ ，其中 J 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AJ} > \overline{JB}$ 。
若符號「 $\rightarrow$ 」表示「直線前進」，則根據圖(三)、圖(四)、圖(五)的數據，判斷三人行進路線長度的大小關係為何？



圖(三)



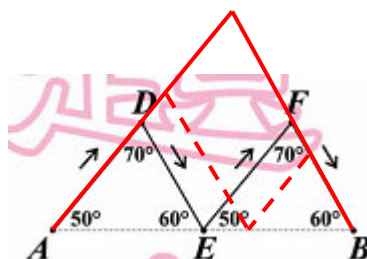
圖(四)



圖(五)

- (A) 甲 = 乙 = 丙
(B) 甲 < 乙 < 丙
(C) 乙 < 丙 < 甲
(D) 丙 < 乙 < 甲

〈思路分析〉利用平移方法將三個圖形放在一起比較，就可以找到彼此間的關連，再作性質聯想。三圖形平移後，利用平行四邊形的對邊等長概念，將發現三者的周長相等。如右下圖所示。



9801(11) 答案：(A)

(例 3) . 9802 (29)：98 年第二次基測，第 29 題。

29. 如圖(十三)，有一菱形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 4$ ，面積為 $2\sqrt{2}$ 。若 $\overline{AD}$ 上有一點 M ，則 M 到直線 BC 的距離為何？

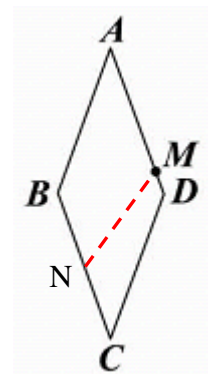
- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $2\sqrt{2}$
(D) $8\sqrt{2}$



圖(十三)

〈思路分析〉因為菱形是平行四邊形的一種，利用轉化策略，知道可以使用平行四邊形面積公式，求出高（距離）。

$$2\sqrt{2} = 4 \times \text{高}, \text{求得高} = \frac{\sqrt{2}}{2}。$$



9802(29) 答案：(B)

(例4) . 9601 (20) : 96 年第一次基測，第 20 題。

20. 甲、乙、丙、丁四人一起到冰店買紅豆與桂圓兩種冰棒。四人購買的數量及總價分別如表(二)所示。若其中一人的總價算錯了，則此人是誰？

表(二)

	甲	乙	丙	丁
紅豆冰棒 (枝)	18	15	24	27
桂圓冰棒 (枝)	30	25	40	45
總 價 (元)	396	330	528	585

- (A) 甲
(B) 乙
(C) 丙
(D) 丁

〈思路分析〉

〈解法一〉可以將原問題轉化為奇偶數運算問題：

- (1) 若兩種冰棒的價格均為奇，則：奇 $\times$ 奇=奇，奇 $\times$ 偶=偶且奇+奇=奇，偶+偶=偶， $\therefore$ 只有丁不合。
- (2) 若兩種冰棒的價格均為偶，則偶+偶=偶， $\therefore$ 也只有丁不合。
- (3) 兩種冰棒的價格不可能一奇、一偶，因為會讓甲丙的總價均為偽，產生矛盾。

故答案為 (D)

〈解法二〉一般解法，列二元一次方程式再化簡觀察得：

甲： $3x+5y=66$ ；乙： $3x+5y=66$ ；丙： $3x+5y=66$ ；丁： $3x+5y=65$ (不合)。

〈解法三〉特殊化策略。不列方程式，直接在表格上化簡，如右下表所示，觀察分析即可找出不一致的丁。

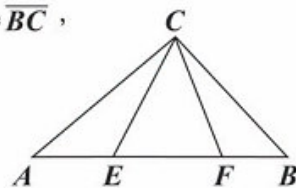
	甲	乙	丙	丁
紅豆冰棒 (枝)	3	3	3	3
桂圓冰棒 (枝)	5	5	5	5
總 價 (元)	66	66	66	65

9601(20) 答案：(D)

(例5) . 9402 (32) : 94 年第二次基測，第 32 題。

32. 如圖(二十), $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 102^\circ$, $\overline{AF} = \overline{AC}$ 、 $\overline{BE} = \overline{BC}$, 求 $\angle ECF = ?$

- (A) 34°
(B) 39°
(C) 45°
(D) 56°

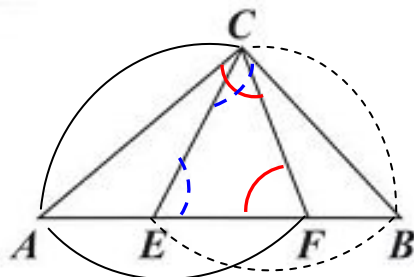


圖(二十)

〈思路分析〉透過圖示標記後，看穿關係，將問題轉化成角度符號間的關係。

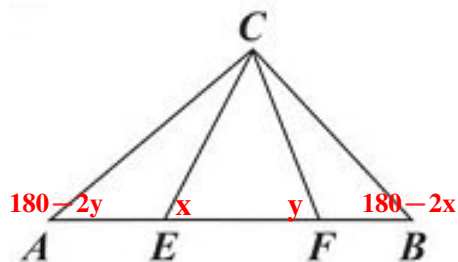
(解法一) $\overset{\text{red}}{\curvearrowright} + \overset{\text{blue}}{\curvearrowleft} - \angle ECF = 102^\circ$,

$$(180^\circ - \angle ECF) - \angle ECF = 102^\circ, \\ \therefore 2\angle ECF = 78^\circ, \text{ 故 } \angle ECF = 39^\circ.$$



(解法二) 如右下圖所示：

$$\because (180 - 2x) + (180 - 2y) + 102 = 180, \\ \therefore 282 = 2x + 2y, \text{ 化簡得 } x + y = 141, \text{ 故 } 180 - 141 = 39.$$



9402(32) 答案：(B)

(例6) . 9902 (24)：99 年第二次基測，第 24 題。

24. 若 a 滿足 $(383 - 83)^2 = 383^2 - 83 \times a$ ，則 a 值為何？

- (A) 83
(B) 383
(C) 683
(D) 766

〈思路分析〉觀察、分析後，發現可用平方差公式轉化問題，將式子變形快速解題。

$$-83a = (383 - 83)^2 - 383^2 = 683 \times (-83), \text{ 故 } a = 683.$$

9902(24) 答案：(C)

(例7) . 9802 (28)：98 年第二次基測，第 28 題。

28. 估算 $2009 \times \left(-\frac{2009}{2008}\right)$ 的值最接近下列哪一數？

- (A) -2008
- (B) -2009
- (C) -2010
- (D) -2011

〈思路分析〉將式子變形，變成比較容易解決的簡單形式。(漂亮的估算題)

$$2009 \times \left(-1 - \frac{1}{2008}\right) = -2009 - \frac{2009}{2008} = -2009 - \left(1 + \frac{1}{2008}\right) = -2010 - \frac{1}{2008}$$

9802(28) 答案：(C)

(例 8) . 9702 (8) : 97 年第二次基測，第 8 題。

8. 計算 $(320^2 - 160^2) \times \frac{1}{160}$ 之值為何？

- (A) 3
- (B) 160
- (C) 320
- (D) 480

〈思路分析〉原式 $= 480 \times 160 \times \frac{1}{160} = 480$ 。

9702(8) 答案：(D)

(例 9) . 9602 (21) : 96 年第二次基測，第 21 題。

21. 若三個正數 a 、 b 、 c 的關係式為 $a + \frac{a}{101} = b - \frac{b}{87} = c$ ，則 a 、 b 、 c 的大小關係為何？

- (A) $a > b > c$
- (B) $c > b > a$
- (C) $a > c > b$
- (D) $b > c > a$

〈思路分析〉利用變形策略轉化問題。

$$a \left(\frac{102}{101} \right) = b \left(\frac{86}{87} \right) = c, \text{ 故 } b > c > a。$$

9602(21) 答案：(D)

(例 10) . 9602 (26) : 96 年第二次基測，第 26 題。

26. 下列四個式子，哪一個值最大？

- (A) $777^2 - 27^2$
- (B) $852^2 - 48^2$
- (C) $1001^2 - 599^2$
- (D) $1006^2 - 604^2$

〈思路分析〉利用變形策略轉化問題成為相同的數字形式，答案顯而易見。

(A) $804 \times 750 = 1500 \times 402$ ；(B) $900 \times 804 = 1800 \times 402$ ；(C) 1600×402 ；(D) 1610×402 。

9602(26) 答案：(B)

(例 11) . 9601 (6)：96 年第一次基測，第 6 題。

6. 已知 $119 \times 21 = 2499$ ，求 $119 \times 21^3 - 2498 \times 21^2 = ?$

- (A) 431
- (B) 441
- (C) 451
- (D) 461

〈思路分析〉利用變形策略轉化式子。

原式 $= 2499 \times 21^2 - 2498 \times 21^2 = 21^2 \times 1 = 441$ 。

9601(6) 答案：(B)

(例 12) . 9501 (17)：95 年第一次基測，第 17 題。

17. $(69\frac{17}{23}) \times (70\frac{6}{23}) = a + b$ ，若 a 為正整數且 $0 < b < 1$ ，則 $a = ?$

- (A) 3583
- (B) 3584
- (C) 4899
- (D) 4900

〈思路分析〉觀察、分析後，將式子變形即可。

原式 $= \left(70 - \frac{6}{23}\right) \left(70 + \frac{6}{23}\right) = 70^2 - \left(\frac{6}{23}\right)^2 = 4899 + b$

9501(17) 答案：(C)

(例 13) . 9402 (27)：94 年第二次基測，第 27 題。

27. 若 $\frac{3x-2y}{6} + \frac{2x-4y}{3} - \frac{x-2y}{2} = 10^5$ ，則 $x-y=?$

(A) 0

(B) 1

(C) 10^5

(D) 1.5×10^5

〈思路分析〉觀察後，將式子化簡變形，很容易看出正確答案。

$$\frac{2(x-y)}{3} = 10^5, \quad x-y = \frac{3}{2} \times 10^5 = 1.5 \times 10^5。$$

9402(27) 答案：(D)

(例 14) . 9402 (20) : 94 年第二次基測，第 20 題。

20. 計算 $\frac{1}{389} + \frac{390 \times 388}{389} - 379$ 之值為何？

(A) 1

(B) 10

(C) $\frac{1}{389}$

(D) $\frac{12}{389}$

〈思路分析〉觀察、分析後，令 $x=289$ ，將式子變形為：

$$\frac{1}{x} + \frac{(x^2-1)}{x} - (x-10) = 10$$

9402(20) 答案：(B)

(例 15) . 9202 (13) : 92 年第二次基測，第 13 題。

13. 求 $2001 \times 2002 - 1999 \times 2004$ 之值為何？

(A) 6

(B) 16

(C) 26

(D) 36

〈思路分析〉觀察、分析後，令 $x=1999$ ，將式子變形。

$$\text{原式} = (x+2)(x+3) - x(x+5) = (x^2+5x+6) - (x^2+5x) = 6$$

9202(13) 答案：(A)

(例 16) . 9202 (9) : 92 年第二次基測，第 9 題。

9. 比較 $\frac{5}{2}$, $\sqrt{\frac{5}{2}}$, $\frac{5}{\sqrt{2}}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 四數的值，何者最大？

(A) $\frac{5}{2}$

(B) $\sqrt{\frac{5}{2}}$

(C) $\frac{5}{\sqrt{2}}$

(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

〈思路分析〉觀察、分析後，將四數變形：

$$\frac{5}{2} = \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{10}{4}}$$

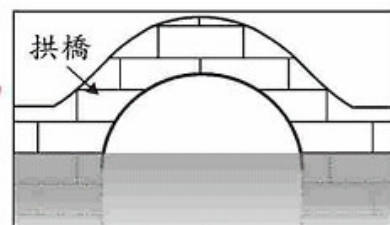
$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{50}{4}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

9202(9) 答案：(C)

(例 17) . 9101 (31) : 91 年第一次基測，第 31 題。

31. 圖(十六)為一拱橋的側面圖，其拱橋下緣呈一弧形，若洞頂為橋洞的最高點，且知當洞頂至水面距離為 90 公分時，量得洞內水面寬為 240 公分。後因久旱不雨，水面位置下降，使得拱橋下緣呈現半圓，這時，橋洞內的水面寬度變為多少公分？



圖(十六)

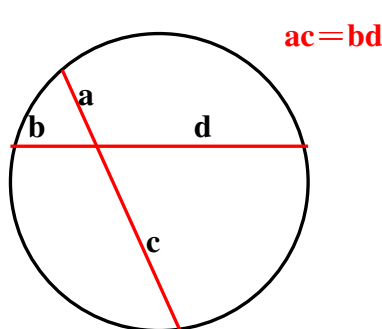
(A) 240

(B) 250

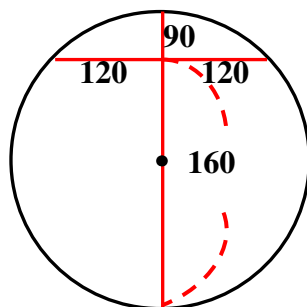
(C) 260

(D) 270

〈思路分析〉思考問題後，會發現利用相似形原理勝過畢氏定理。圖示轉化後運用內幕性質即可順利解出。



$$ac = bd$$



$$\frac{240}{2} = 120$$

$$\frac{120 \times 120}{90} = 160$$

$$90 + 160 = 250$$

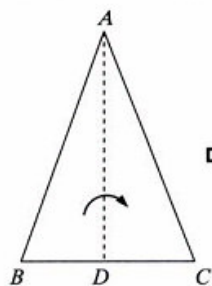
9101(31) 答案：(B)

(例 18) . 9001 (32) : 90 年第一次基測，第 32 題。

32. 如圖(十八)， $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$

(1) 將 $\overline{AB}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，使得 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 重合，出現摺線 $\overline{AD}$ ，如圖(十九)。

(2) 將 $\overline{CD}$ 向 $\overline{AC}$ 方向摺過去，如圖(廿)，使得 $\overline{CD}$ 完全疊合在 $\overline{AC}$ 上，出現摺線 $\overline{CE}$ ，如圖(廿一)，則 $\triangle AEC$ 的面積為何？



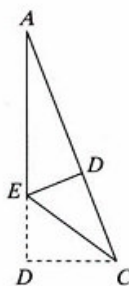
圖(十八)



圖(十九)



圖(廿)



圖(廿一)

(A) 15

(B) $\frac{65}{4}$ (C) 20

(D) $\frac{65}{3}$

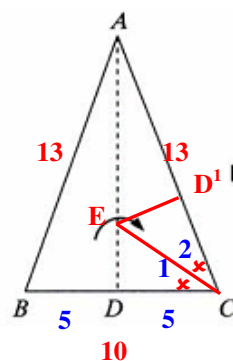
〈思路分析〉將問題適當轉化後，清楚看到面積與邊長間的關係。

$$10 \div 2 = 5, \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\angle 1 = \angle 2, \overline{AE} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{DC} = 13 : 5$$

($\triangle AEC$ 與 $\triangle EDC$ 同高， $\therefore$ 面積比 = 底邊比)

$$\triangle ACD = \frac{5 \times 12}{2} = 30, \triangle AEC = 30 \times \frac{13}{13 + 5} = \frac{65}{3}$$



※心得：幾何問題的解題速度：(1) 全等；(2) 面積或相似（平行）；(3) 畢氏定理。

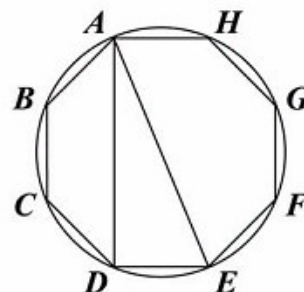
9001(32) 答案：(D)

四、【特殊化】(以退為進)：先退到最容易看清楚問題的地方，分析透了，鑽研深了，然後再上去，這就是以退為進的策略。常見的情形有：從一般退到特

殊，從複雜退到簡單，從抽象退到具體，從多退到少，從整體退到部分等。
輔助工具有圖示標記分割、代入極端例、動態幾何操作等。

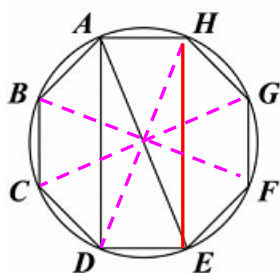
(例1) . 9901 (32) : 99 年第一次基測，第 32 題。

32. 如圖(十六)，有一圓內接正八邊形 $ABCDEFGH$ ，若 $\triangle ADE$ 的面積為 10，則正八邊形 $ABCDEFGH$ 的面積為何？
- (A) 40
(B) 50
(C) 60
(D) 80



圖(十六)

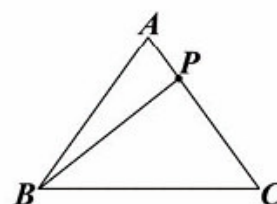
〈思路分析〉將圖形分割標記，看得出來 $\overline{AE}$ 、 $\overline{DH}$ 都是直徑。由圓心向八邊形各頂點作連接線段，可以得到八個面積相等的三角形（等底同高），而 $\triangle ADE$ 占兩塊面積。八邊形面積 $= 4 \times \triangle ADE = 40$ 。



9901(32)答案：(A)

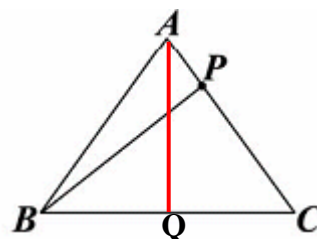
(例2) . 9901 (25) : 99 年第一次基測，第 25 題。

25. 如圖(十一)， $\triangle ABC$ 中，有一點 P 在 $\overline{AC}$ 上移動。若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$ 的最小值為何？
- (A) 8
(B) 8.8
(C) 9.8
(D) 10



圖(十一)

〈思路分析〉關鍵在看出變量與不變量（特殊性），再利用三角形面積公式輔助解題。 $\overline{AP} + \overline{CP} = \overline{AC}$ （值不變）， $\overline{BP}$ 的長度會改變，但當 $\overline{BP}$ 垂直 $\overline{AC}$ 時，其值最小，此時 $\overline{BP}$ 即是 $\overline{AC}$ 上的高。 $5 \times \overline{BP} = 6 \times 4$ ， $\therefore \overline{BP} = 4.8$ ，

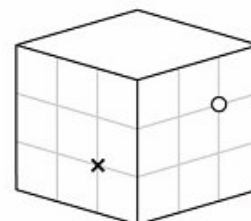


故最小值為 $5 + 4.8 = 9.8$ 。

9901(25)答案：(C)

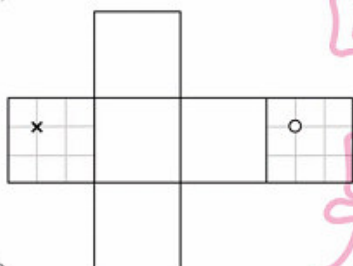
(例 3) . 9902 (29)：99 年第二次基測，第 29 題。

29. 將圖(十五)正方體的相鄰兩面上各畫分成九個全等的小正方形，並分別標上○、×兩符號。若下列有一圖形為此正方體的展開圖，則此圖為何？

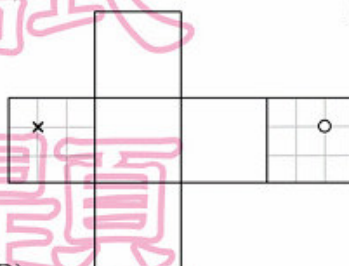


圖(十五)

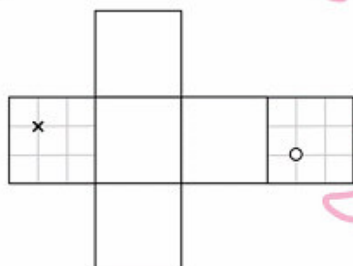
(A)



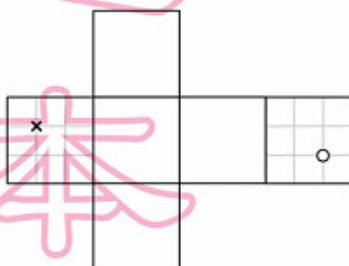
(B)



(C)



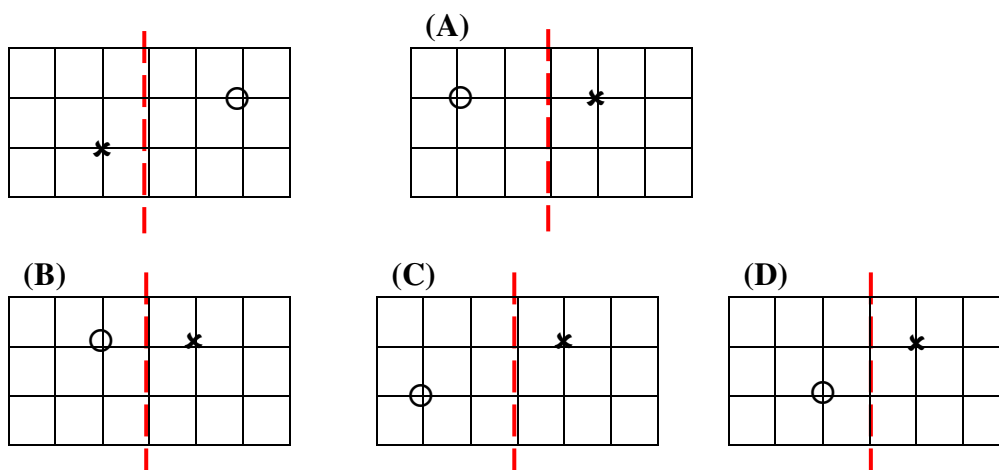
(D)



〈思路分析〉

(解法一) 將試卷倒轉 180° 後，看出○、×在格子中的相對位置，即可正確判讀。

(解法二) 從正面觀看○、×兩符號的相對位置，如下圖所示：



(解法三) 使用排除法，先將 (A)、(B) 排除，因為在同一條直線上，和已知不同；再利用相對位置關係排除 (D) 即可。

9902(29)答案：(C)

(例 4) . 9801 (31)：98 年第一次基測，第 31 題。

31. 下列哪一個函數，其圖形與 x 軸有兩個交點？

(A) $y = 17(x + 83)^2 + 2274$

(B) $y = 17(x - 83)^2 + 2274$

(C) $y = -17(x - 83)^2 - 2274$

(D) $y = -17(x + 83)^2 + 2274$

〈思路分析〉

(解法一) 利用 x 軸上的點其 y 座標為 0：

(A) $0 = 17(x + 83)^2 + 2274$ 無解；(B) $0 = 17(x - 83)^2 + 2274$ 無解

(C) $0 = -17(x - 83)^2 - 2274$ 無解；

(D) $0 = -17(x + 83)^2 + 2274$ ， $(x + 83)^2 = \frac{2274}{17}$ = 解。

(解法二) 利用排除法：

(A) 頂點 $(-83, 2274)$ 在第二象限，開口朝上，故與 x 軸沒有交點；

(B) 頂點 $(83, 2274)$ 在第一象限，開口朝上，故與 x 軸沒有交點；

(C) 頂點 $(83, -2274)$ 在第四象限，開口朝下，故與 x 軸沒有交點；

(D) 頂點 $(-83, -2274)$ 在第三象限，開口朝下，故與 x 軸有兩個交點。

9801(31)答案：(D)

(例 5) . 9801 (27)：98 年第一次基測，第 27 題。

27. 已知 1~99 中有 49 個偶數，從這 49 個偶數中取出 48 個數，其平均數為 $49\frac{5}{12}$ ，則未取的數字為何？

(A) 20

(B) 28

(C) 72

(D) 78

〈思路分析〉

(解法一) 掌握解題關鍵，奇數個等差數列的平均數即為中間項的值。因此：

$$50 \times 49 - \left(49 + \frac{5}{12} \right) \times 48 = 2 \times 49 - 4 \times 5 = 78。$$

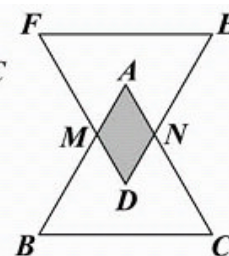
(解法二) 算術解法： $\frac{2+98}{2} - 49\frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ ， $50 + \frac{7}{12} \times (49 - 1) = 78。$

9801(27)答案：(D)

(例 6) . 9802 (27)：98 年第二次基測，第 27 題。

27. 如圖(十二)， D 、 A 兩點分別是兩正三角形 ABC 、 DEF 的重心，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{DF}$ 相交於 M 點， $\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 N 點。若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的面積均為18，則四邊形 $AMDN$ 的面積為何？

- (A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 6



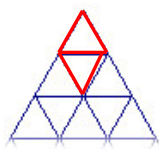
圖(十二)

〈思路分析〉將四邊形 $AMDN$ 中的 $\triangle AMN$ 畫成標準型，看出其特殊性，即 $\triangle AMN = 1/9 \triangle ABC$ 。

(解法一) $\because \triangle AMN$ 也是正 $\triangle$ ，高 $=1/3$ ($\triangle ABC$ 之高)，
 $\therefore \triangle AMN = 1/9 \triangle ABC = 1/9 \times 18 = 2$ ， $2 \times 2 = 4$ 。

(解法二)

$$18 \times \frac{2}{9} = 4, \text{ 如右圖所示。}$$

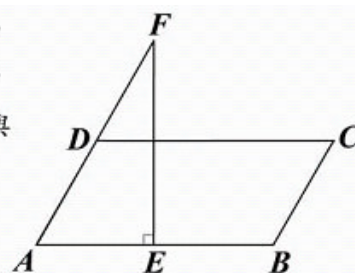


9802(27)答案：(C)

(例7) . 9802 (25)：98年第二次基測，第25題。

25. 圖(十一)為平行四邊形 $ABCD$ 與 $\triangle AEF$ 的重疊情形，其中 E 是 $\overline{AB}$ 的中點， D 在 $\overline{AF}$ 上。若 $\overline{AB} = 2\overline{AD}$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle AEF = 90^\circ$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 與 $\triangle AEF$ 的面積比為何？

- (A) $\sqrt{3} : 1$
(B) $2 : 1$
(C) $3 : 2$
(D) $2\sqrt{3} : 3$

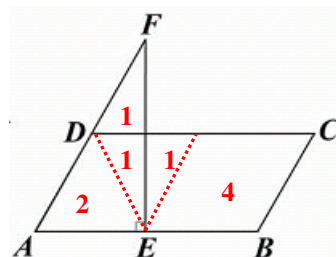


圖(十一)

〈思路分析〉

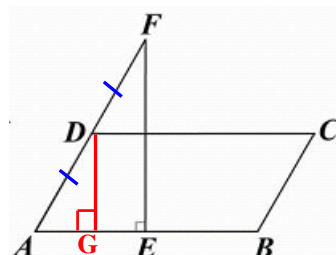
(解法一) 掌握條件，看穿面積關係，標示簡單的數字，很快可以解出，如右下圖示：

$$(4 \times 2) : (2 + 1 + 1) = 2 : 1。$$



(解法二) 作 $\overline{DG} \perp \overline{AB}$ ，由相似性質知

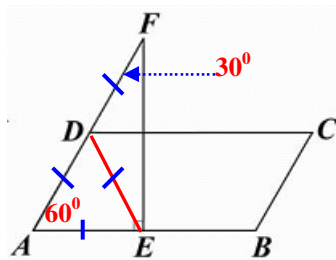
$\overline{DG} : \overline{EF} = 1 : 2$ ，因此 $ABCD$ 和 $\triangle AEF$ 高的比 $1 : 2$ 、
 底邊比 $2 : 1$ ， $\therefore$ 面積比 $2 \times 1 : 1 \times 2 \times 1/2 = 2 : 1$ 。



(解法三) 認出幾何圖形模式，利用特殊三角形 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 邊長關係，可以順利解題，標記如右下圖示： $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AF}$ ，所以 D 是 $\overline{AF}$ 中點。

設 $\overline{AE} = x$ ，則

$$\frac{1}{2} \times x \times \sqrt{3}x : 2 \times x \times \frac{\sqrt{3}x}{2} = 1:2。$$



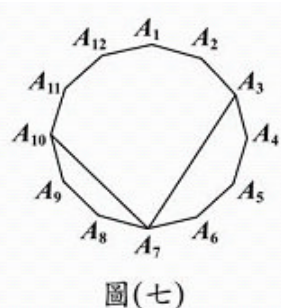
9802(27)答案：(C)

(例 8) . 9802 (19)：98 年第二次基測，第 19 題。

19. 圖(七)為正十二邊形，其頂點依序為 $A_1, A_2, \dots, A_{12}$ 。

若連接 $\overline{A_3A_7}$ 、 $\overline{A_7A_{10}}$ ，則 $\angle A_3A_7A_{10} = ?$

- (A) 45°
- (B) 60°
- (C) 75°
- (D) 90°



圖(七)

〈思路分析〉

(解法一) $\because$ 十二個頂點共圓， $\therefore \frac{5}{12} \times 360^\circ \times \frac{1}{2} = 75^\circ$ (圓周角等於所對弧度數的一半)

(解法二) $\angle A_3A_7A_{10} = 180 \times \frac{5}{3+4+5} = 75^\circ$

9802(19)答案：(C)

(例 9) . 9701 (25)：97 年第一次基測，第 25 題。

25. 某段隧道全長 9 公里，有一輛汽車以每小時 60 公里到 80 公里之間的速率通過該隧道。下列何者可能是該車通過隧道所用的時間？

- (A) 6 分鐘
- (B) 8 分鐘
- (C) 10 分鐘
- (D) 12 分鐘

〈思路分析〉代入極端值觀察。

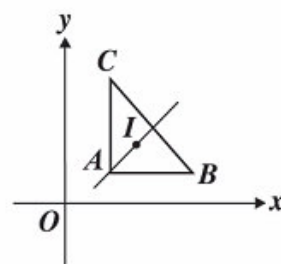
$\frac{9}{60} \times 60 = 9$ (分鐘)； $\frac{9}{80} \times 60 = 6.75$ (分鐘)，通過的時間介於兩者之間。

9701(25)答案：(B)

(例 10) . 9702 (33)：97 年第二次基測，第 33 題。

33. 如圖(十四)，座標平面上， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，其中 $\overline{AB}$ 平行 x 軸， $\angle CAB = 90^\circ$ ，且 A 的座標為 $(2, 1)$ 。求直線 AI 與 y 軸的交點座標為何？

- (A) $(0, -\frac{1}{2})$
 (B) $(0, -1)$
 (C) $(0, -\frac{3}{2})$
 (D) $(0, -2)$



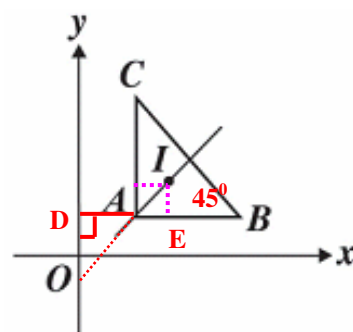
圖(十四)

〈思路分析〉

作 $\triangle ADO \sim \triangle AEI$ ，

$\because$ 兩者皆為等腰直角三角形 (I 是內心， $\overline{IE} = \overline{EA}$)

$\therefore \overline{AD} = \overline{DO} = 2$ ，故 $1 - 2 = -1$ 。



(例 11) . 9601 (33) : 96 年第一次基測，第 33 題。

33. 如圖(十五)，在地面上有一個鐘，鐘面的 12 個粗線刻度是整點時時針(短針)所指的位置。根據圖中時針與分針(長針)的位置，該鐘面所顯示的時刻在下列哪一範圍內？

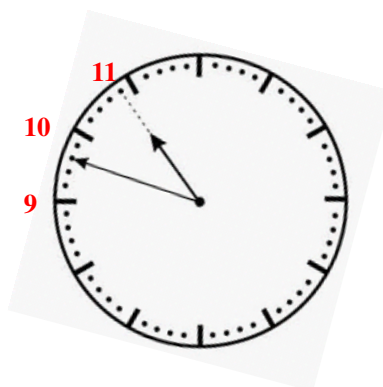
- (A) 3 點 ~ 4 點
 (B) 6 點 ~ 7 點
 (C) 8 點 ~ 9 點
 (D) 10 點 ~ 11 點



圖(十五)

〈思路分析〉能利用特殊的方法快速解出問題

(解法一) 順時針旋轉鐘面約 195° 後和手錶對照，並且知道時針每走一小格是 12 分鐘的意涵，共走了 4 小格等於 48 分鐘，即可快速解出答案。



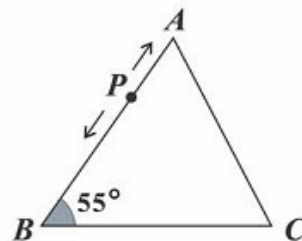
(解法二) 顯示的時間為 x 又 $\frac{4}{5}$ 小時， $\frac{4}{5}$ 小時 $= \frac{4}{5} \times 60$ 分 $= 48$ 分，所以長針應指向 x 小時 48 分位置。

9601(33)答案：(D)

(例 12) . 9602 (28) : 96 年第二次基測，第 28 題。

28. 如圖(十四)，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC}$ 、 $\angle B = 55^\circ$ 。若有一點 P 在 $\overline{AB}$ 上移動，則 $\angle BPC$ 可能是下列哪一個角度？

- (A) 55°
(B) 60°
(C) 80°
(D) 130°



圖(十四)

〈思路分析〉代入極端值觀察。

$\angle BPC$ 是 $\triangle APC$ 的外角，而 $\angle A = \frac{180^\circ - 55^\circ}{2} = 62.5^\circ$ ， $\therefore \angle BPC > 62.5^\circ$ ，

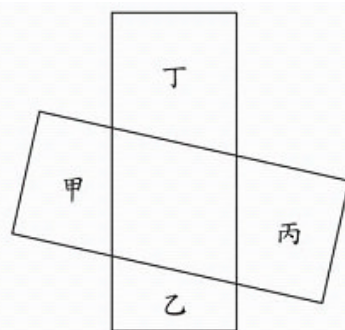
但 $\angle BPC < 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

9602(28)答案：(C)

(例 13) . 9401 (22) : 94 年第一次基測，第 22 題。

22. 圖(十二)是兩全等長方形玻璃板放置的情形，其中分成甲、乙、丙、丁四塊梯形及一塊平行四邊形。若甲、乙、丙、丁的面積比為 $4:3:5:6$ ，則此四梯形的關係，下列敘述何者正確？

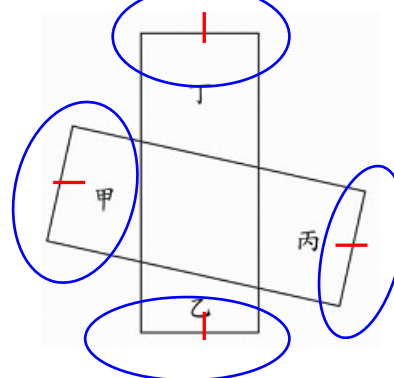
- (A) 甲乙相似
(B) 甲丙相似
(C) 乙丁相似
(D) 甲乙丙丁均不相似



圖(十二)

〈思路分析〉

甲、乙、丙、丁都有兩個直角，和夾一邊等長，要全等才會相似，即面積 $1:1$ 才會相似。



9401(22)答案：(D)

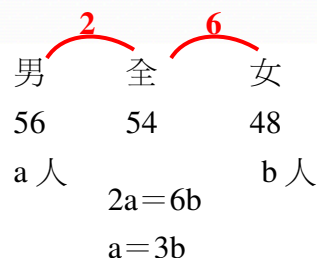
(例 14) . 9301 (27) : 93 年第一次基測，第 27 題。

27. 三年一班有男生 a 人、女生 b 人；男生體重的算術平均數是 56 公斤，女生體重的算術平均數是 48 公斤；若全班體重的算術平均數是 54 公斤，則 a 與 b 的數量關係為何？

- (A) $a=3b$
(B) $3a=b$
(C) $7a=6b$
(D) $6a=7b$

〈思路分析〉

(解法一) 利用槓桿原理，如右圖，很快可以解出。



(解法二) $(a+b) \times 54 = 56a + 48b$, $2a = 6b$, $\therefore a = 3b$ 。

9301(27)答案：(A)

(例 15) . 9302 (27)：93 年第二次基測，第 27 題。

在圖 (十三) 的方格中，填入適當的數，使得每行、每列以及對角線上的數字和是相同的，則★的值為何？(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13

〈思路分析〉

16		14
★	13	15
12		

16		14
★		15
12		

圖 (十三)

(解法一) 應用等量公理先觀察得出， $16 + 12 = \text{中間格} + 15$ ， $\therefore \text{中間格} = 13$ ，故★ = $(14 + 13) - 16 = 11$ 。

(解法二) 利用等差中項公式

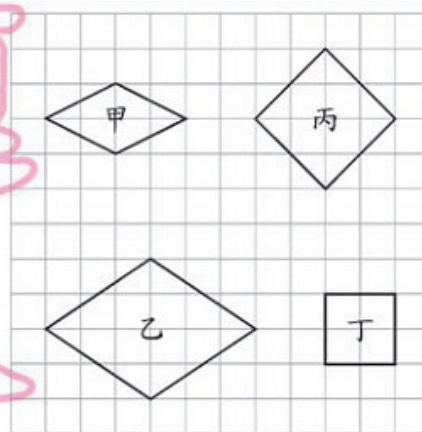
$$\frac{* + 15}{2} = \frac{12 + 14}{2} = 13, \therefore \star = 11$$

9302(27)答案：(C)

(例 16) . 9202 (19)：92 年第二次基測，第 19 題。

19. 如圖(七)，四邊形甲、乙、丙、丁的四邊各自等長。請問下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 甲與乙相似
(B) 甲與丙相似
(C) 乙與丙相似
(D) 丙與丁相似

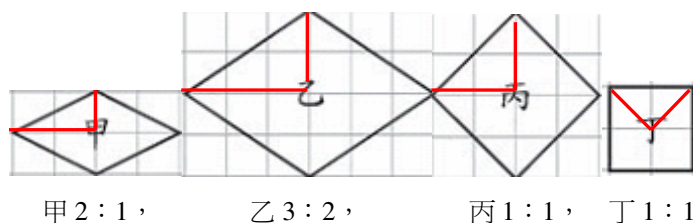


圖(七)

〈思路分析〉

(解法一) 從正方形和菱形的區分著手，前者有 4 條對稱軸，後者有 2 條。甲、乙一組——兩圖形之對角線不成比例，所以不相似；丙丁一組——都是正方形一定相似。

(解法二) 甲乙之對應邊相等(成比例)，但對應角不相等(由角度所佔格子的比例看出，如下圖所示)。



甲 2 : 1,

乙 3 : 2,

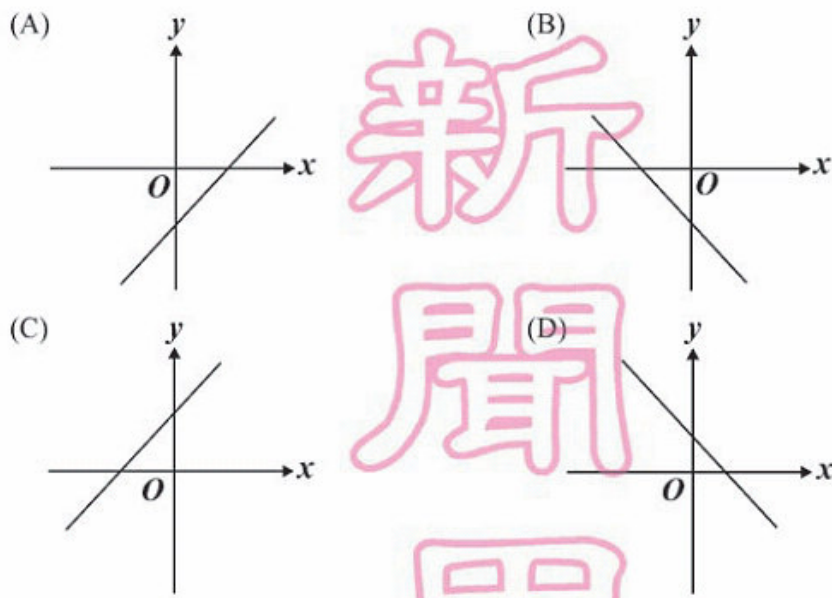
丙 1 : 1,

丁 1 : 1

9202(19)答案：(D)

(例 17) . 9202 (23) : 92 年第二次基測，第 23 題。

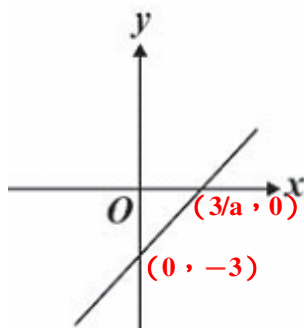
23. 若一次函數 $f(x) = ax - 3$ ，其中 $a > 0$ ，則下列哪一個選項可能是此函數圖形？



〈思路分析〉

x	0	$\frac{3}{a}$
y	-3	0

其中 $\frac{3}{a} > 0$ ，故如右圖所示。



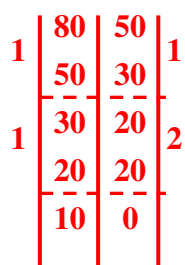
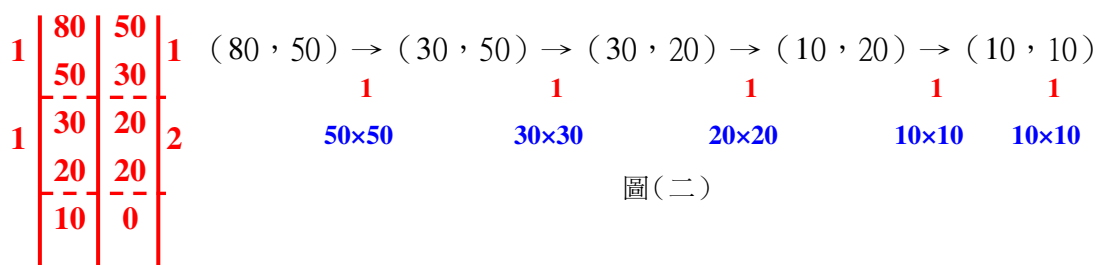
9202(23)答案：(A)

(例 18) . 9102 (24) : 91 年第二次基測，第 24 題。

24. 小方拿了一張長 80 公分，寬 50 公分的紙張，剛好剪出 n 個正方形(其面積大小可以不相同)。請問 n 的最小值是多少？

- (A) 3
(B) 5
(C) 10
(D) 40

〈思路分析〉利用圖示法、輾轉相除法(圖一)或更相減損術(圖二)皆可輕易看出答案。 $1+1+1+2=5$ 。



9102(24)答案：(B)

(例 19) . 9101 (14)：91 年第一次基測，第 14 題。

14. 小健全班在週末至墾丁與鵝鑾鼻郊遊，38 人共租了 16 輛協力車。同學協議每輛只能兩人共騎或三人共騎。請問在這 16 輛協力車中，由兩人共騎的有幾輛？

- (A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12

〈思路分析〉先每輛車分配 2 人，所剩人數一定為 3 人座。
 $38-16 \times 2=6$ ， $16-6=10$ 。

9101(14)答案：(C)

(例 20) . 9101 (28)：91 年第一次基測，第 28 題。

28. 超快網路咖啡店，提供順暢的上網服務，其收費標準如下：

- (1) 基本費用：每次 50 元(可使用 t 分鐘)
 (2) 超過 t 分鐘時：超過的部分每分鐘收費 s 元(不足 1 分鐘以 1 分鐘計)

小賢第一次至此店上網 120 分鐘，花了 130 元；第二次到同一家店上網 150 分鐘，花了 160 元。請問 t 為多少？

- (A) 25
 (B) 30
 (C) 35
 (D) 40

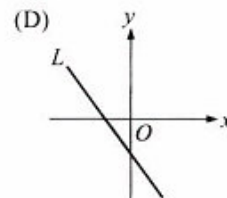
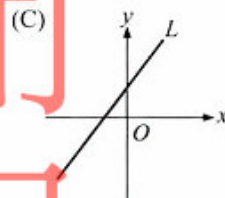
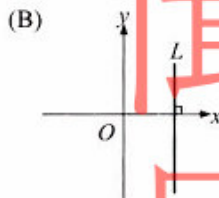
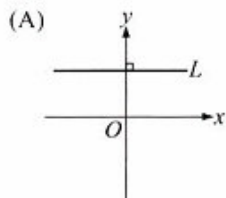
〈思路分析〉雖然一般會以列聯立方程式解題，但此題可以特殊化處理，先求出每分鐘的收費。

$$\frac{160-130}{150-120}=1 \text{ (元/分)}, \frac{130-50}{1}=80 \cdots \text{超出部分}, 120-80=40 \cdots t。$$

9101(28)答案：(D)

(例 21) . 9001 (16)：90 年第一次基測，第 16 題。

16. 已知 $ab > 0$ ，下列哪一個選項可能為方程式 $x+ay=b$ 的圖形？



〈思路分析〉

x	0	b
y	$\frac{b}{a}$	0

$\because ab > 0, \therefore \frac{b}{a} > 0$ ，過 $(0, \frac{b}{a})$ 故為斜直線。

9001(16)答案：(C)

五、【一般化】：要解決的是一個特殊問題，先將這個問題作一般化的探討，通過一般問題的解決，來達到目的。對於這種解題策略，波利亞曾經說過：「這看起來矛盾，但當從一個問題過渡到另一個，我們常常看到新的雄心大的問題比原問題更容易掌握，較多的問題可能比只有一個問題更容易回答，較複雜的問題可能更容易證明，較普遍的問題可能更容易解決。」

(基測截至目前為止，這類型題目極少出現。)

(例 1) 9102 (14)：91 年第二次基測，第 14 題。

14. 小玉拿了一堆棋子玩排列遊戲。

第一次：放 1 顆棋子，如圖(五)；

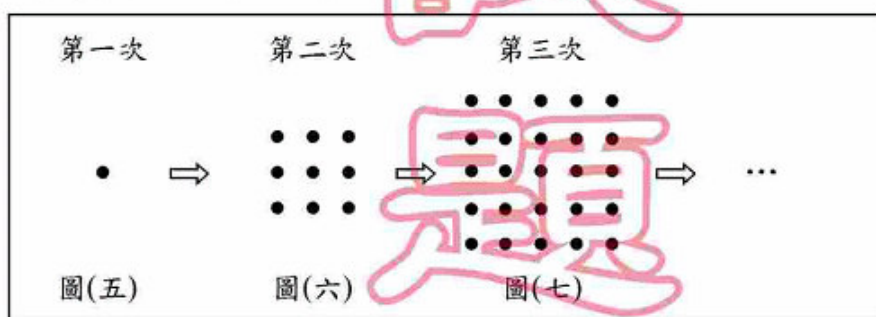
第二次：放 9 顆棋子，排出一個正方形，如圖(六)；

第三次：放 25 顆棋子，排出一個正方形，如圖(七)；

⋮

依此規則，每一次排出的正方形，其每邊的棋子數都要比前一次多 2 顆

請問第十次比第九次多放了幾顆棋子？



(A) $10^2 - 9^2$

(B) $11^2 - 9^2$

(C) $19^2 - 17^2$

(D) $21^2 - 19^2$

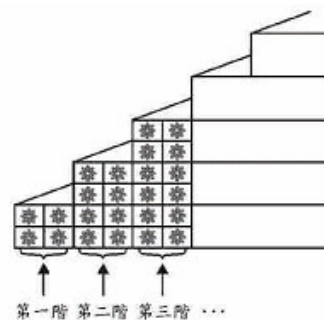
〈思路分析〉

從題目已知條件，很容易歸納寫出一般式： $a_n = (2n-1)^2$ 。故 $a_{10} - a_9 = 19^2 - 17^2$ 。

9102(14)答案：(C)

(例 2) 9101 (11)：91 年第一次基測，第 11 題。

11. 如圖(四)，有一樓梯，每一階的長度、寬度與增加的高度都相等。有一工人在此樓梯的一側貼上大小相同的正方形磁磚，第一階貼了 4 塊磁磚，第二階貼了 8 塊磁磚，……，依此規則貼了 112 塊磁磚後，剛好貼完此樓梯的一側。請問此樓梯總共有多少階？



圖(四)

- (A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8

〈思路分析〉

(解法一) 從已知條件和圖(四)， 4×1 、 4×2 、 4×3 、……，所以可以歸納寫出一般式： $a_n = 4n$ 。

$$4 + 8 + 12 + \dots + 4n = 4 \times \frac{n(n+1)}{2} = 112, \text{ 解得 } n = 7。$$

(解法二) 枚舉法： $4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 + 28 = 16 \times 7 = 112$ 。

9101(11)答案：(C)

(例 3) 9002 (16)：90 年第二次基測，第 16 題。

16. 用等長的吸管依次向右排出相連的三角形，如圖(五)。請問排第十個圖形需要幾根吸管？

第一個 第二個 第三個

圖(五)

- (A) 19
(B) 21
(C) 23
(D) 30

〈思路分析〉從題目已知條件，很容易歸納寫出一般式： $a_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1$ 。
故第十個圖形為 $2 \times 10 + 1 = 21$

9002(16)答案：(B)

(例 4) . 9701 (12)：97 年第一次基測，第 12 題。

12. 有一長條型鏈子，其外型由邊長為1公分的正六邊形排列而成。圖(四)表示此鏈之任一段花紋，其中每個黑色六邊形與6個白色六邊形相鄰。若鏈子上有35個黑色六邊形，則此鏈子共有幾個白色六邊形？



圖(四)

- (A) 140
(B) 142
(C) 210
(D) 212

〈思路分析〉

(解法一) 從題目已知條件，很容易歸納寫出一般式：① 6，② $6+4$ ，③ $6+4\times 2$ ，……所以 $a_n = 6+4\times (n-1) = 4n+2$ ，故 $a_{35} = 4\times 35+2 = 142$ 。

(解法二) 直接觀察看出關係： $2+35\times 4=142$ 或 $35\times 6-2\times 34=142$ 或 $6+34\times 4=142$ 皆可。

(解法三) 分類觀察看出關係：

①組：黑 1、白 6；②組：黑 2、白 $6\times 2-2\times 1$ ；③組：黑 3、白 $6\times 3-2\times 2$ ；……
所以第三十五組為：黑 34、白 $6\times 35-2\times 34=142$

9701(12)答案：(B)

六、【從整體看問題】：能夠從全局地把握條件和結論的聯繫，擺脫局部細節中一時難以釐清的數量關係的糾纏，使眼界更加開闊，以達到解決問題的目的。

(例1) .9902 (32)：99年第二次基測，第32題。

32. 有甲、乙兩個大小不同的水桶，容量分別為 x 、 y 公升，且已各裝一些水。若將甲中的水全倒入乙後，乙只可再裝 20 公升的水；若將乙中的水倒入甲，裝滿甲水桶後，乙還剩 10 公升的水，則 x 、 y 的關係為何？

- (A) $y = 20 - x$
(B) $y = x + 10$
(C) $y = x + 20$
(D) $y = x + 30$

〈思路分析〉

(解法一) 思維整體關係，掌握不變量的設定。兩桶合計的水量不變，以此作為列等式的標的。因此：

由前段文字可知，兩桶水量合計，還無法裝滿乙桶，可再裝 20 公升，所以是 $(y-20)$ ；而後段文字可知，兩桶水量合計，裝滿甲桶後還剩 10 公升，所以是 $(x+10)$ 。故得到 $y-20=x+10$ ，即 $y=x+30$ 。

(解法二) 設 $V_{\text{甲}}$ 表甲桶水量、 $V_{\text{乙}}$ 表乙桶水量，則

$$\begin{cases} V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}} + 20 = y \\ V_{\text{乙}} + V_{\text{甲}} - 10 = x, \text{ 得 } y - 20 = x + 10, \text{ 故 } y = x + 30. \end{cases}$$

9902(32) 答案：(D)

(例2) .9901 (24)：99年第一次基測，第24題。

24. 已知有大、小兩種紙杯與甲、乙兩桶果汁，其中小紙杯與大紙杯的容量比為2：3，甲桶果汁與乙桶果汁的體積比為4：5。若甲桶內的果汁剛好裝滿小紙杯120個，則乙桶內的果汁最多可裝滿幾個大紙杯？

- (A) 64
(B) 100
(C) 144
(D) 225

〈思路分析〉比例推理問題。可從整體掌握問題，作量之間比例關係的轉換，就能順利解題。

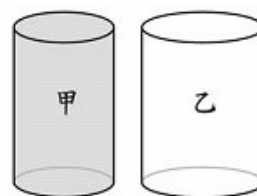
$V_{\text{乙}} = 120 \times 5/4 = 150$ (個) …小紙杯； $150 \times 2/3 = 100$ (個) …大紙杯。

9901(24) 答案：(B)

(例3) .9801 (21)：98年第一次基測，第21題。

21. 如圖(九)，在水平桌面上有甲、乙兩個內部呈圓柱形的容器，內部底面積分別為 80cm^2 、 100cm^2 ，且甲容器裝滿水，乙容器是空的。若將甲中的水全部倒入乙中，則乙中的水位高度比原先甲的水位高度低了8cm，求甲的容積為何？

- (A) 1280cm^3
(B) 2560cm^3
(C) 3200cm^3
(D) 4000cm^3



圖(九)

〈思路分析〉

(解法一) 從整體掌握不變量，即可順利解出。利用水量不變來列出等式：

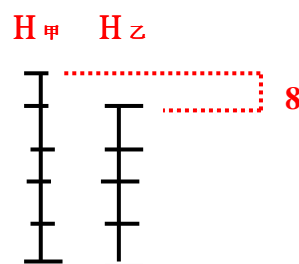
設甲容器的高度為 x ，則根據題意列式為

$$80x = 100(x - 8), \therefore x = 40; \text{ 故 } 80 \times 40 = 3200 (\text{cm}^3)$$

(解法二) 底面積與高度成反比： $\frac{80}{100} = \frac{x-8}{x}$ ， $5x - 40 = 4x$ ， $x = 40$ ， $40 \times 80 = 3200$ 。

(解法三) 算術解法，如右圖所示：

$$H_{\text{甲}} : H_{\text{乙}} = \frac{1}{80} : \frac{1}{100} = 5:4, 8 \div \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 40, 80 \times 40 = 3200。$$



9801(21) 答案：(C)

(例 4) .9802 (30)：98 年第二次基測，第 30 題。

30. 在座標平面上，方程式 $y = 2x^2 - 9$ 的圖形交 x 軸於 A 、 A' 兩點；方程式 $y = 2(x - \frac{2}{13})^2 - 8$ 的圖形交 x 軸於 B 、 B' 兩點；方程式 $y = -2(x + \frac{3}{17})^2 + 5$ 的圖形交 x 軸於 C 、 C' 兩點。比較 $\overline{AA'}$ 、 $\overline{BB'}$ 、 $\overline{CC'}$ 的長度，下列關係何者正確？
- (A) $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'}$
(B) $\overline{AA'} = \overline{BB'} > \overline{CC'}$
(C) $\overline{AA'} < \overline{BB'} < \overline{CC'}$
(D) $\overline{AA'} > \overline{BB'} > \overline{CC'}$

〈思路分析〉從整體看問題。∵二次項係數的絕對值相同，∴三個拋物線圖形的胖瘦一樣。另外，可從各頂點距離 x 軸的遠近判斷，愈遠的表示和 x 軸相交的兩點，它們之間的距離愈遠。更簡單方式，則只需要比較 y 座標的絕對值大小即可。

※心得：所有的拋物線圖形皆為相似形。

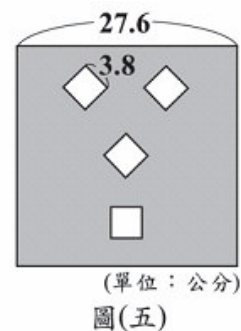
9802(30) 答案：(D)

〈教學建議〉平時數學教師教學，要有機會讓學生觀看或者實際操作動態幾何的題型，培養對幾何圖形變化的敏感度。

(例 5) .9701 (13)：97 年第一次基測，第 13 題。

13. 如圖(五)，阿倉用一張邊長為 27.6 公分的正方形厚紙板，剪下邊長皆為 3.8 公分的四個正方形，形成一個有眼、鼻、口的面具。求此面具的面積為多少平方公分？

- (A) 552
(B) 566.44
(C) 656.88
(D) 704



〈思路分析〉從整體觀察後，知道所求為（大正方形－4 個小正方形）面積，利用平方差公式即可解出。 $27.6^2 - 4 \times 3.8^2 = 27.6^2 - 7.6^2 = 35.2 \times 20 = 704$ 。

9701(13) 答案：(D)

(例 6) .9702 (20)：97 年第二次基測，第 20 題。（診斷教學、評量的漂亮題目）

20. 如圖(八)，長方形 $ABCD$ 中， M 、 N 兩點分別是 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點，且長方形 $AMND$ 分成甲、乙兩長方形，長方形 $MBCN$ 分成丙、丁兩長方形。若面積比甲：乙 = 7：3，丙：丁 = 5：9，則乙：丙 = ？



圖(八)

- (A) 1：1
(B) 3：5
(C) 21：25
(D) 27：35

〈思路分析〉此題學生很容易落入陷阱，誤選答案，選擇 (B)。可和 92 年第 2 次考題 (9202 (29)) 作比較。

(解法一)：從整體看，化成相同單位量。兩組長方形的高相同，面積比就等於邊長比，但兩者單位量不同，所以乙丙不能直接相比，必須化成相同單位量。 $(10, 14) = 70$ ，

$$70 \times \frac{7}{10} = 49 \dots \text{甲} ; 70 \times \frac{3}{10} = 21 \dots \text{乙} ; 70 \times \frac{5}{14} = 25 \dots \text{丙} ; 70 \times \frac{9}{14} = 45 \dots \text{丁} ;$$

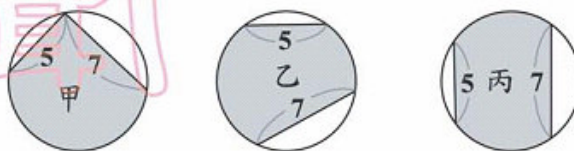
(解法二)：甲 + 乙 = 丙 + 丁， $\therefore \frac{3}{10} : \frac{5}{14} = 21 : 25$ 。(已用了相同單位量作比較)

9702(20) 答案：(C)

(例 7) .9602 (6)：96 年第二次基測，第 6 題。

6. 圖(二)有三個大小相同的圓，其中各有長度分別為 5、7 的兩弦，且甲、乙、丙分別是各圓與其兩弦形成的灰色區域。根據圖中圓與弦的位置，判斷甲、乙、丙面積的大小關係為何？

- (A) 甲 > 乙 > 丙
(B) 甲 > 丙 > 乙
(C) 甲 > 乙 = 丙
(D) 甲 = 乙 = 丙



圖(二)

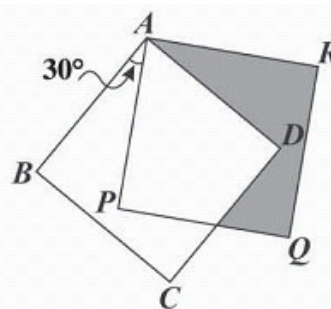
〈思路分析〉從整體觀察，掌握不變的關係，灰色區域面積與 5、7 兩弦所在位置無關。

9602(6) 答案：(D)

(例 8) .9502 (32)：95 年第二次基測，第 32 題。

32. 圖(廿)是兩全等的正方形 $ABCD$ 與 $APQR$ 重疊情形。若 $\angle BAP = 30^\circ$ ， $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$ ，則圖中灰色部分面積為何？

- (A) 48
(B) 54
(C) $81 - 18\sqrt{3}$
(D) $108 - 36\sqrt{3}$



圖(廿)

〈思路分析〉

(解法一)：從整體掌握不變量，也就是重疊那塊一定是對稱的，且兩正方形剩餘面積也一定相等（等量減法公理）；或者利用斜股性質亦能證明，

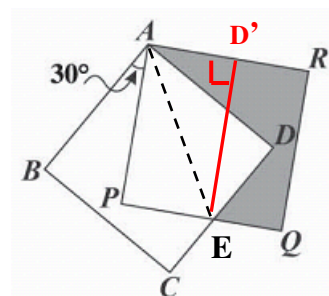
$\overline{AE}$ 所分割之兩直角三角形一定全等。因此： $\triangle ADE$ 是 30° - 60° - 90°

三角形， $\overline{DE} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$ ，

$$\text{灰色部分面積} = (6\sqrt{3})^2 - 2 \times \left(6 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \right) = 108 - 36\sqrt{3}。$$

(解法二)：切割拼補策略：四邊形 $APED$ 可拼成一個長方形 $APED'$ ， $\therefore$ 灰色部分面積 $= APQR - APED'$

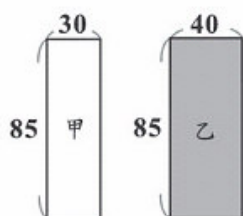
$$= (6\sqrt{3})^2 - 6 \times 6\sqrt{3} = 108 - 36\sqrt{3}$$



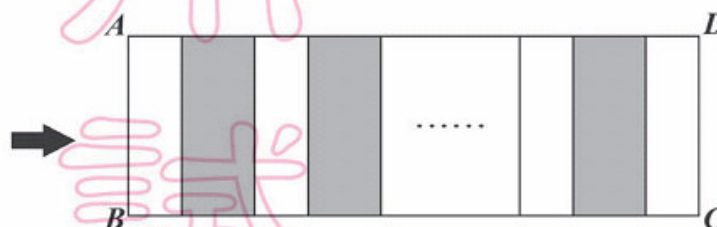
9502(32) 答案：(D)

(例 9) .9501 (27)：95 年第一次基測，第 27 題。

27. 有甲、乙兩種長方形紙板各若干張，其中甲的長為 85 公分，寬為 30 公分；乙的長為 85 公分，寬為 40 公分，如圖(十一)所示。今依同種紙板不相鄰的規則，將所有紙板由左至右緊密排成圖(十二)的長方形 $ABCD$ ，則下列哪一個選項可能是 $\overline{AD}$ 的長度？



圖(十一)



圖(十二)

- (A) 770 公分
(B) 800 公分
(C) 810 公分
(D) 980 公分

〈思路分析〉掌握整體的變化規律，就能順利解題。

(解法一)：不管甲乙各用了幾張，整體變化一定是(甲乙、甲乙、……甲乙、甲)，因此答案一定是： $(30+40)n+30=70n+30$ 。

(解法二)：整體關照後，再用排除法：

$$30+40=70, (A) \frac{770-30}{70} = \frac{74}{7} \text{ (x)}; (B) \frac{800-30}{70} = \frac{77}{7} = 11;$$

$$(C) \frac{810-30}{70} = \frac{78}{7} \text{ (x)}; (D) \frac{980-30}{70} = \frac{95}{7} \text{ (x)}。$$

9501(27) 答案：(B)

(例 10) .9502 (29)：95 年第二次基測，第 29 題。(考觀念理解的漂亮題目，也像智力測驗題。)

29. 如圖(十七)，等臂天平呈平衡狀態，其中甲秤盤放方塊，乙秤盤放砝碼。若每個方塊、砝碼的重量分別為 x 、 y ，且 $x < y$ ，則經下列哪一選項的操作，可使天平呈圖(十八)的狀態？

- (A) 在甲加放 6 個方塊，乙加放 6 個砝碼
- (B) 在甲加放 4 個方塊，乙加放 5 個砝碼
- (C) 從甲取出 3 個方塊，乙取出 3 個砝碼
- (D) 從甲取出 3 個方塊，乙加放 4 個砝碼



圖(十七)



圖(十八)

〈思路分析〉

(解法一) 從整體把握，不需要細究兩邊方塊和法碼原來的個數，以及彼此不同個數間的消長（因為無法確知個別的重量）。應用等量公理：

$$\because 3x < 3y, \therefore P - 3x < P - 3y \text{ (設 } P \text{ 為平衡時天平兩邊的重量)}$$

(解法二) 藉助符號表徵，瞭解各選項意涵：

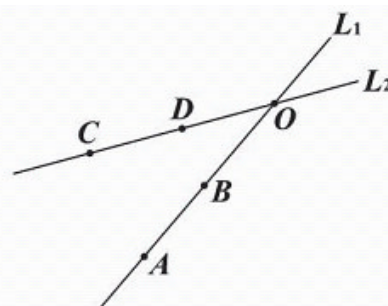
$$(A) 6x < 6y, (B) 4x < 4y < 5y, (C) -3x < -3y, (D) -3x < 4y。$$

9502(29) 答案：(C)

(例 11) .9502 (27)：95 年第二次基測，第 27 題。

27. 圖(十五)中的兩直線 L_1 、 L_2 相交於 O 點，其中 A 、 B 兩點在 L_1 上， C 、 D 兩點在 L_2 上。已知 $\overline{CD}$ 上有一點 P ，且 M 、 N 分別是 $\overline{PA}$ 與 $\overline{PB}$ 的中點。今將 P 點沿 $\overline{CD}$ 自 C 移向 D 點，則關於 $\overline{MN}$ 、 $\triangle PAB$ 的變化，下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{MN}$ 的長度越來越長
- (B) $\overline{MN}$ 的長度越來越短
- (C) $\triangle PAB$ 的面積越來越大
- (D) $\triangle PAB$ 的面積越來越小



圖(十五)

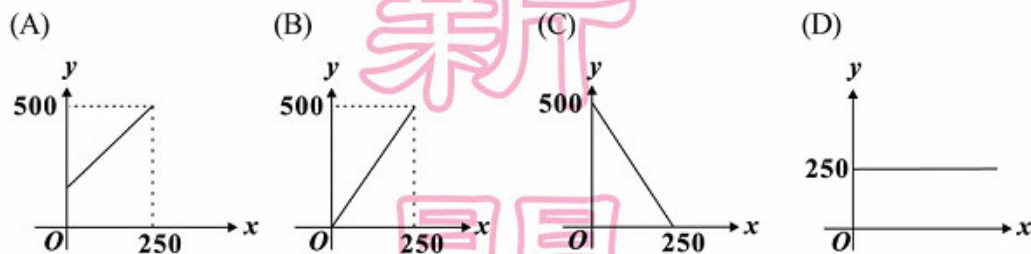
〈思路分析〉從整體看問題，掌握變量 ($\triangle PAB$ 的高) 與不變量 ($\overline{AB}$ 長) 間的

關係。

9502(27) 答案：(D)

(例 12) .9902 (30)：99 年第二次基測，第 30 題。

30. 將裝有牛奶 250 毫升的玻璃杯放在已歸零的磅秤上，測得重量為 500 公克。若喝掉一些牛奶後，以 x 毫升表示杯中牛奶的體積， y 公克表示磅秤測得的重量，則下列哪一個圖形可以表示 x 、 y 的關係？



〈思路分析〉能從整體把握問題，具備正確判讀函數圖形能力。

關鍵在掌握不變的兩個座標點 $(250, 500)$ 、 $(0, y)$ 其中 $y \neq 0$ 。

9902(30) 答案：(A)

(例 13) .9402 (28)：94 年第二次基測，第 28 題。

28. 圖(十六)中有六件物品，顧客需任選兩件一起購買，其計價方式為：將選取的兩件物品之價格合計後，以 10 元為單位，用四捨五入法取一數值，此數值即為售價。若小明將它們作適當的組合後，可用最低價購買此六件物品，求此最低價為何？



圖(十六)

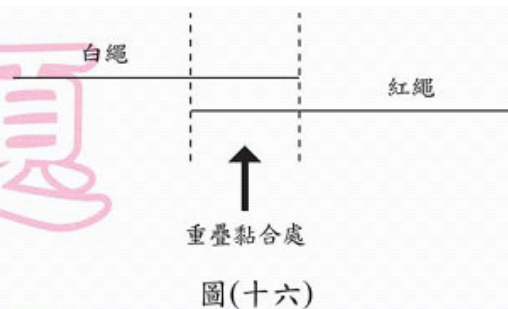
〈思路分析〉能從整體把握問題，找搭配其尾數小於 5 且最接近於 5 的組合，會有最低價。

9402(28) 答案：(B)

(例 14) .9401 (27)：94 年第一次基測，第 27 題。

27. 如圖(十六)，將一白繩的 $\frac{3}{8}$ 與一紅繩的 $\frac{1}{3}$ 重疊並以膠帶黏合，形成一條長為238公分的繩子。求未黏合前，兩繩長度相差多少公分？

- (A) 14
(B) 17
(C) 28
(D) 34



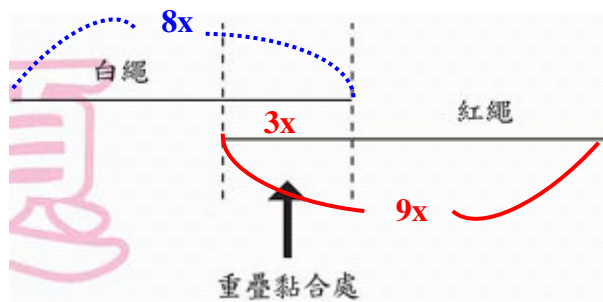
圖(十六)

〈思路分析〉利用圖示標記，然後從整體考量問題得知：

$$8x + 9x - 3x = 238,$$

$$x = 17,$$

$$9x - 8x = x = 17.$$

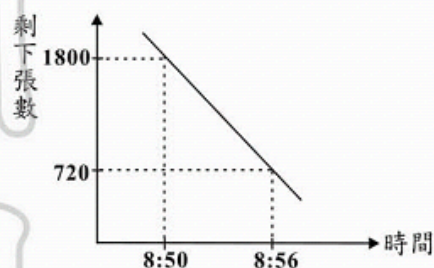


9401(27) 答案：(B)

(例 15) .9301 (16)：93 年第一次基測，第 16 題。

16. 圖(八)為小美影印資料時剩下張數和時間的關係圖。利用圖中所提供的數據，推估小美在 9:00 時影印的情形是下列哪一種？

- (A) 來不及印完
(B) 剛好印完
(C) 提前一分鐘印完
(D) 提前半分鐘印完



圖(八)

〈思路分析〉

(解法一) 從整體圖形看問題知：斜直線表示每分鐘影印張數是固定的，而 6 分鐘共印了 $(1800 - 720) = 1080$ (張)，離 9:00 還有 4 分鐘，所以 $1080 \times \frac{4}{6} = 720$ ，故剛好印完。

(解法二) 先算出每分鐘印的張數 $\frac{1800 - 720}{56 - 50} = 180$ ， $\frac{720}{180} = 4$ ，

所以 $8:56 + 4 = 9:00$ 。

(解法三) 用相似形三角形邊長成比例：

$$\frac{x - 56}{x - 50} = \frac{720}{1800}, \text{ 化簡得 } 3x = 180, \text{ 故 } x = 60.$$

9301(16) 答案：(B)

(例 16) .9202 (29)：92 年第二次基測，第 29 題。

29. 兩個罐子裝有相同重量的酒精溶液，其中水與酒精的重量比分別為 **3：1** 和 **1：1**，若將這兩罐溶液全倒入一個較大的容器中且沒有溢出，則後來所得的混合液中，水與酒精的重量比為何？
- (A) **2：1**
(B) **3：2**
(C) **4：1**
(D) **5：3**

〈思路分析〉比例概念診斷漂亮題，可和 97 年第 2 次考題 (9702 (20)) 作比較。
(解法一) 混合濃度問題，從整體思考。

因為重量相等，可以設為 t ，則水與酒精重分別為： $\frac{3}{4}t$ 、 $\frac{1}{4}t$ 、 $\frac{1}{2}t$ 、 $\frac{1}{2}t$

化成整數係數為 $3t$ 、 t 、 $2t$ 、 $2t$ ， $(3t+2t)：(t+2t) = 5：3$

(解法二) 混合濃度為： $\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{8}$ ，故水：酒精 = $(8-3)：3 = 5：3$ 。

9202(29) 答案：(D)

(例 17) .9201 (19)：92 年第一次基測，第 19 題。

19. 某校一年級與二年級的學生人數比為 **3：2**，已知一年級的學生中，有 **40%** 視力良好，二年級的學生中，有 **30%** 視力良好。請問一、二年級所有學生中有多少比例的學生視力良好？
- (A) **18%**
(B) **36%**
(C) **57%**
(D) **70%**

〈思路分析〉

(解法一) 從整體考量，看成是混合濃度問題，很快可以得到答案。

40% 和 30% 混合得到比例，一定介於兩者之間，故選 36%。

(解法二) $\frac{3 \times 0.4 + 2 \times 0.3}{3 + 2} = \frac{1.8}{5} = 0.36 = 36\%$ 。

9201(19) 答案：(B)

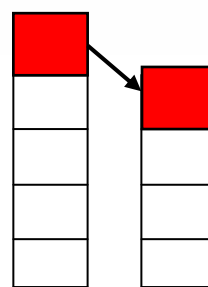
(例 18) .9101 (2)：91 年第一次基測，第 2 題。

2. 有甲、乙兩個完全相同的杯子，各裝不同量的水，若把甲杯中 $\frac{1}{5}$ 的水倒進乙杯，則兩杯的水位等高。設甲杯原來的水量為 a ，乙杯原來的水量為 b ，

求 $\frac{b}{a} = ?$

- (A) $\frac{1}{5}$
(B) $\frac{3}{5}$
(C) $\frac{4}{5}$
(D) $\frac{5}{4}$

〈思路分析〉從整體考量，由甲杯倒入乙杯圖示知：
兩者比值為 $3/5$ 。



9101(2) 答案：(B)

七、【正難則反】：從正面思考難以解決時轉向反面思考，當直接解法不能奏效時就轉用間接證法，當命題難以被證明時就轉而舉反例加以否定，這是一種逆向思維的解題策略。常用有以下幾種形式：

1. 反證法：9901 (28) 選項 (甲) 之判斷可用反證法證明為非。

28. 如圖 (十二)，直線 CP 是 $\overline{AB}$ 的中垂線且交 $\overline{AB}$ 於 P ，其中 $\overline{AP} = 2\overline{CP}$ 。甲、乙兩人想在 $\overline{AB}$ 上取兩點 D 、 E ，使得 $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CE} = \overline{EB}$ ，其作法如下：

(甲) 作 $\angle ACP$ 、 $\angle BCP$ 之角平分線，分別交 $\overline{AB}$

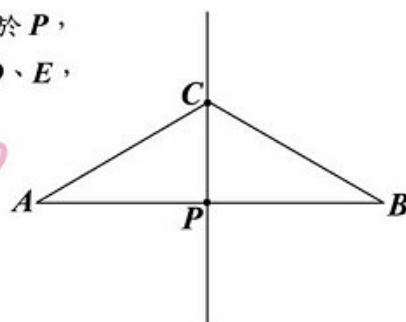
於 D 、 E ，則 D 、 E 即為所求

(乙) 作 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 之中垂線，分別交 $\overline{AB}$ 於 D 、 E ，

則 D 、 E 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人都正確
(B) 兩人都錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確



圖(十二)

9901(28) 答案：(D)

2. **排除法**：考慮某個問題中的一切情形，排除其中不合要求的部分，而得到合乎要求的部分的一種解題方法。反向思考(1)哪些答案不可能為解？或者(2)檢驗哪些選項是不合理的？將之逐一排除。

(例1) . 9902 (22)：99 年第二次基測，第 22 題。

22. 珠珠家共有九人，已知今年這九人歲數的眾數、平均數、中位數、四分位距均為 20，則關於 3 年後這九人歲數的統計量，下列敘述何者錯誤？

- (A) 眾數是 23
(B) 平均數是 23
(C) 中位數是 23
(D) 四分位距是 23

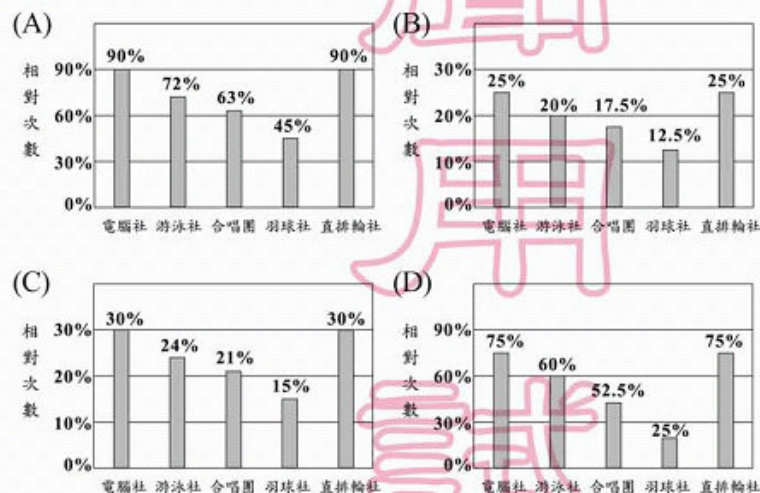
〈思路分析〉利用排除法。由於九人的歲數同時加 3 後，眾數、平均數、中位數都會加 3，因此將 A、B、C 選項逐一排除，故答案是 D。

理由：今年四分位距 = $Q_3 - Q_1 = 20$ ，3 年後四分位距 = $(Q_3 + 3) - (Q_1 + 3) = 20$ 。

9902(22) 答案：(D)

(例2) . 9802 (22)：98 年第二次基測，第 22 題。

22. 圖(九)為某校各社團人數的圓形圖。若將該校各社團人數的相對次數畫成長條圖，則此圖應為下列何者？



圖(九)

〈思路分析〉在圓形圖中占 90 度和相對次數 25%，兩者意義相同，所以用排除法直接將不合題意的 ACD 刪掉即可。

9802(22) 答案：(B)

(例3) . 9801 (5)：98 年第一次基測，第 5 題。

5. 對於 $\sqrt{5678}$ 的值，下列關係式何者正確？

(A) $55 < \sqrt{5678} < 60$

(B) $65 < \sqrt{5678} < 70$

(C) $75 < \sqrt{5678} < 80$

(D) $85 < \sqrt{5678} < 90$

〈思路分析〉

利用兩位數 $\begin{bmatrix} x \\ 5 \end{bmatrix}$ 的特性，很快可以得出：

$$55^2 = 3025 ; 65^2 = 4225 ; 75^2 = 5625 \text{ 並且 } 80^2 = 6400。$$

$$\text{知道 } 75 < \sqrt{5678} < 80$$

9801(5) 答案：(C)

(例4) . 9801 (17)：98 年第一次基測，第 17 題。

17. 若 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 為鈍角，且 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=6$ ，則下列何者可能為 $\overline{AC}$ 之長度？

(A) 5

(B) 8

(C) 11

(D) 14

〈思路分析〉

(解法一) $\because \angle B$ 為鈍角， $\therefore \overline{AC}$ 最長，因此先將 A、B 選項排除；又 $\because 8$

$$< \overline{AC} < 14，\text{再排除 D。}$$

(解法二) 若 $\angle B=90^\circ$ ，則 $\overline{AB}=10$ ，而 $\angle B>90^\circ$ ， $\therefore 10 < \overline{AC} < 8+6=14$ 。

9801(17) 答案：(C)

(例5) . 9601 (22)：96 年第一次基測，第 22 題。

22. 張老闆以每顆 a 元的單價買進水蜜桃 100 顆。現以每顆比單價多兩成的價格賣出 70 顆後，再以每顆比單價低 b 元的價格將剩下的 30 顆賣出。求全部水蜜桃共賣多少元？(用 a 、 b 表示)

(A) $70a + 30(a - b)$

(B) $70 \times (1 + 20\%) \times a + 30b$

(C) $100 \times (1 + 20\%) \times a - 30(a - b)$

(D) $70 \times (1 + 20\%) \times a + 30(a - b)$

〈思路分析〉逐一檢核選項，依序發現 A、B、C 均不符合題意，將之排除，

故選 (D)。

9601(22) 答案：(D)

(例 6) . 9502 (22) : 95 年第二次基測，第 22 題。

22. 表(一)為小美採買火鍋料的收據，但因污損導致幾個重要數據無法辨識。根據

表(一)判斷粉絲與茼蒿的數量差異為何？

- (A) 粉絲比茼蒿多 2 包
(B) 茼蒿比粉絲多 2 包
(C) 粉絲比茼蒿多 4 包
(D) 茼蒿比粉絲多 4 包

表(一)

品名	售價(元/包)	數量(包)	金額(元)
綜合火鍋料	89	2	178
粉絲	39		
火鍋肉片		3	264
金針菇	25	3	75
茼蒿	30		
雞蛋	17	2	

購買包數：16
應付總額：740

〈思路分析〉

(解法一) 利用排除法策略，不必解聯立方程式。

$$\begin{cases} x + y = 6 & \cdots (1) \\ 39x + 30y = 189 & \cdots (2) \end{cases}$$

由 (2) 式知， x 、 y 一定皆為奇數，

$\therefore (x, y)$ 可能為 (1, 5) (5, 1)

(3, 3) 故排除 (A) 和 (B)；又 $\because (3, 3)$ 在選項中沒有，故也排除可能；

而 $1 \times 39 + 5 \times 30 = 189$ ，故選擇 (D)

(解法二) 解二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 16 - 2 - 3 - 3 - 2 = 6 \\ 39x + 30y = 740 - 178 - 264 - 75 - 34 = 189 \\ 13x + 10y = 63 \\ 10x + 10y = 60, \text{ 解得 } x = 1, y = 5, \\ \text{故 } 5 - 1 = 4 \end{cases}$$

9502(22) 答案：(D)

(例 7) . 9402 (4) : 94 年第二次基測，第 4 題。

4. 某書店的文具價格為：鉛筆一支 7 元、原子筆一支 15 元、橡皮擦一個 20 元。若有 5 位小朋友，每人各買一件文具，共花了 64 元，則其中有幾人買原子筆？

- (A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1

〈思路分析〉

(解法一) 逐一檢查每一個選項的合理性，排除不合理的選項。

(A) $4 \times 15 = 60$ ， $64 - 60 = 4$ 剩 4 元不夠買其他的；

- (B) $3 \times 15 = 45$, $64 - 45 = 19$ 剩 19 元，無法剛好花完；
 (C) $2 \times 15 = 30$, $64 - 30 = 34$ 剩 34 元，可買 2 枝鉛筆、1 個橡皮擦；
 (D) $1 \times 15 = 15$, $64 - 15 = 49$ 剩 49 元，無法剛好花完。

(解法二) 考慮奇偶

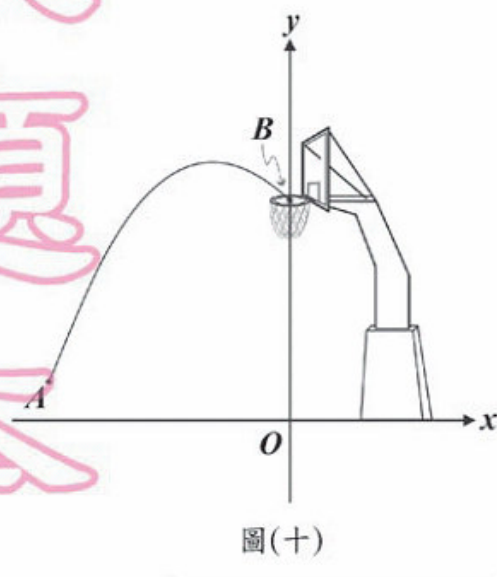
- (A) $15 \times 4 + 20 = 80$ (✗); (B) $15 \times 3 + 7 + 20 = 72$ (✗);
 (C) $\begin{cases} 15 \times 2 + 7 \times 2 + 20 = 64 (\checkmark); \\ 15 \times 2 + 20 \times 3 = 90 (\text{✗}); \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 15 + 7 + 20 \times 3 = 82; \\ 15 \times 1 + 7 \times 3 + 20 = 56 (\text{✗}) \end{cases}$

9402(4) 答案：(C)

(例 8) . 9202 (28) : 92 年第二次基測，第 28 題。

28. 圖(十)是一坐標平面。已知籃框位置 B 點在 y 軸上，今有一選手將球從 A 點的位置投出，球經過的路徑是拋物線，由 B 點空心進籃。若此拋物線是下列某一函數的圖形，則此函數為何？

- (A) $y = 6 - \frac{1}{2}(x+2)^2$
 (B) $y = 6 - \frac{1}{2}(x-2)^2$
 (C) $y = 6 + \frac{1}{2}(x-2)^2$
 (D) $y = 6 + \frac{1}{2}(x+2)^2$

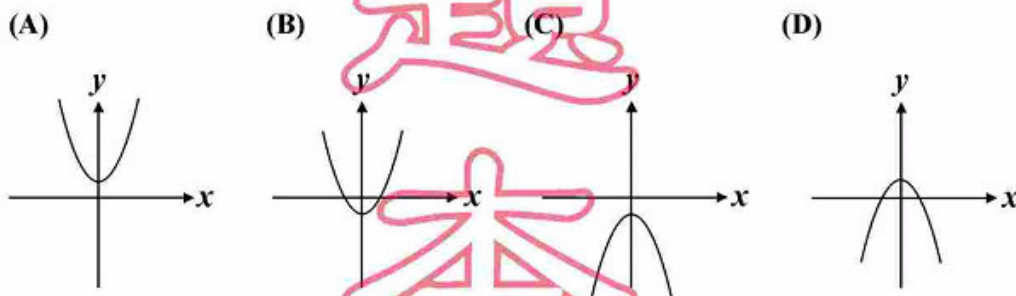


〈思路分析〉很容易利用排除法解決。因為拋物線開口朝下，所以二次項係數應該為負，排除 C、D 選項，而頂點的 x 座標也應為負值，再排除 B，因此正確選項為 A。

9202(28) 答案：(A)

(例 9) . 9101 (3) : 91 年第一次基測，第 3 題。

3. 已知二次函數 $y = ax^2 + k$ ，其中 $a < 0$ 、 $k > 0$ ，則下列哪一個選項可能是此二次函數的圖形？



〈思路分析〉 $a < 0$ 表示拋物線圖形開口朝下，排除 A、B 選項，而 $k > 0$ 則代表與 y 軸交點的 y 座標為正值，再排除 D。

(例 10) . 9102 (31) : 91 年第二次基測，第 31 題。

31. 如圖(二十)，有 A 型、B 型、C 型三種不同的紙板，其中

A 型：邊長為 π 公分(π 為圓周率)的正方形，共有 7 塊；

B 型：長為 π 公分，寬為 1 公分的長方形，共有 17 塊；

C 型：邊長為 1 公分的正方形，共有 12 塊。

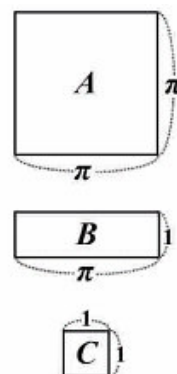
從這 36 塊紙板中，拿掉一塊紙板，使得剩下的紙板在不重疊的情況下，可以緊密的排出一個大長方形，請問拿掉的是哪一種紙板？

(A) A 型

(B) B 型

(C) C 型

(D) 完全不用拿掉，就可排出一個大長方形



圖(二十)

〈思路分析〉利用排除法分別檢驗每個選項，其中僅有 A 型拿掉一塊後，可以作因式分解，亦即排出長方形。 $7\pi^2 + 17\pi + 12$

(A) $6\pi^2 + 17\pi + 12 = (3\pi + 4)(2\pi + 3)$; (B) $7\pi^2 + 16\pi + 12$;

(C) $7\pi^2 + 17\pi + 11$

9102(31) 答案：(A)

3. 逆推法：把問題發生的順序倒反過來，從結論開始，執果索因，逆向推導，逐步還原，以求問題解決，這種方法稱為逆推法。

(例 1) . 9902 (34) : 99 年第二次基測，第 34 題。

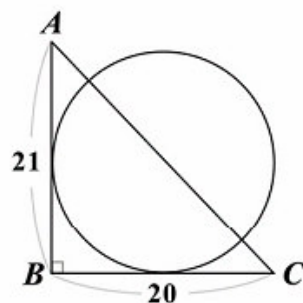
34. 如圖(十九)， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 21$ ， $\overline{BC} = 20$ 。若有一半徑為 10 的圓分別與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 相切，則下列何種方法可找到此圓的圓心？

(A) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{AC}$ 的交點

(B) $\overline{AB}$ 的中垂線與 $\overline{BC}$ 中垂線的交點

(C) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{AB}$ 中垂線的交點

(D) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{BC}$ 中垂線的交點



圖(十九)

〈思路分析〉可以先用尺規作圖畫好圖，再用逆推的方式從結果溯因。

(解法一) 從畫好的圖形，逆推判斷形成圓心所需具備的條件(或性質)，

此題關鍵在(1)半徑為 10 且 $\overline{BC} = 20$ (半徑是它的一半)(2)

會形成正方形。

(解法二) 精確作好圖，再用排除法，確定每個選項之對或錯。

9902(34) 答案：(D)

(例 2) . 9901 (20) : 99 年第一次基測，第 20 題。

20. 將圖(六)的正方形色紙沿其中一條對角線對摺後，再沿原正方形的另一條對角線對摺，如圖(七)所示。最後將圖(七)的色紙剪下一紙片，如圖(八)所示。若下列有一圖形為圖(八)的展開圖，則此圖為何？
- 圖(六) 圖(七) 圖(八)
- (A) (B) (C) (D)
-

〈思路分析〉

(解法一) 從圖(六)摺成圖(七)有兩條對稱軸線。因此，先找到圖(八)的對稱軸線，再利用逆推法逐步打開摺紙的過程，往上追溯整個圖形的樣貌。(此題是曲線圖案，有些人會有困難)。

(解法二) 從正面觀察亦可，直接檢核哪個圖形符合——以兩對角線(虛線)為對稱軸。

9901(20) 答案：(B)

(例 3) . 9801 (33) : 98 年第一次基測，第 33 題。

33. 如圖(十三)，直線 AB 、直線 CD 為不平行之二直線，今欲作一圓 O 同時與直線 AB 、直線 CD 相切，以下是甲、乙兩人的作法：

(甲)1. 過 D ，作一直線 L 與直線 AB 垂直，且交直線 AB 於 E

2. 取 $\overline{DE}$ 中點 O

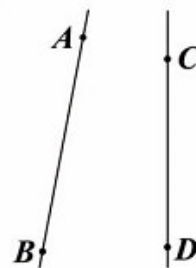
3. 以 O 為圓心， $\overline{OE}$ 長為半徑畫圓，則圓 O 即為所求

(乙)1. 設直線 AB 與直線 CD 相交於 P

2. 作 $\angle BPD$ 之角平分線 L

3. 過 C ，作一直線 M 與直線 CD 垂直，且交直線 L 於 O

4. 以 O 為圓心， $\overline{OC}$ 長為半徑畫圓，則圓 O 即為所求



圖(十三)

對於兩人的作法，下列敘述何者正確？

(A) 兩人皆正確

(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

〈思路分析〉根據(甲)的條件畫好圖，再利用逆推法檢核，會發現 $\overline{OD}$ 不會垂直直線 CD ；根據(乙)的條件畫好的圖，再利用逆推法檢核，會發現，結論和已知相符。

9801(33) 答案：(D)

(例4) . 9801 (26)：98 年第一次基測，第 26 題。

26. 某天，5 個同學去打羽球，從上午 8:55 一直到上午 11:15。若這段時間內，他們一直玩雙打(即須 4 人同時上場)，則平均一個人的上場時間為幾分鐘？

(A) 112

(B) 136

(C) 140

(D) 175

〈思路分析〉用逆推法找出總時間，再加以平均。

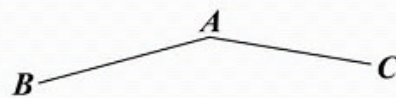
8:55~11:15 共 2 小時又 20 分，因此 $\frac{(120+20) \times 4}{5} = 112$ 。

9801(26) 答案：(A)

(例5) . 9802 (32)：98 年第二次基測，第 32 題。

32. 圖(十四)有 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 兩線段。若一圓 O 過 A 、 B 兩點，且與直線 AC 相切，則下列哪一條直線會通過圓心 O ？

- (A) $\angle CAB$ 的角平分線
(B) $\overline{AC}$ 的中垂線
(C) 過 C 點與 $\overline{AC}$ 垂直的直線
(D) 過 A 點與 $\overline{AC}$ 垂直的直線



圖(十四)

〈思路分析〉利用逆推法策略。

(1) 先根據已知條件將草圖（若能精確尺規作圖更好）畫好；(2) 圓通過 A 、 B 兩點且和直線 AC 相切， $\therefore A$ 一定是切點；(3) $\overline{AB}$ 是弦， $\therefore$ 圓心會在的中垂線上。再回頭檢核選項的正確性。

9802(32) 答案：(D)

(例 6) . 9701 (33)：97 年第一次基測，第 33 題。

33. 如圖(十六)， $\overline{AD}$ 為圓 O 的直徑。甲、乙兩人想在圓上找 B 、 C 兩點，作一個正三角形 ABC ，其作法如下：

甲：1. 作 $\overline{OD}$ 中垂線，交圓於 B 、 C 兩點

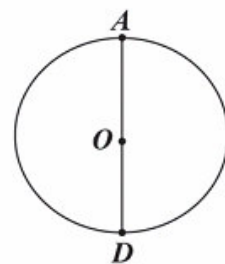
2. 連 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ ， $\triangle ABC$ 即為所求。

乙：1. 以 D 為圓心， $\overline{OD}$ 長為半徑畫弧，交圓於 B 、 C 兩點

2. 連 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ ， $\triangle ABC$ 即為所求。

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 甲、乙皆正確
(B) 甲、乙皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確



圖(十六)

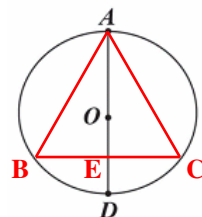
〈思路分析〉

(解法一) 先根據甲、乙的條件，精確畫好圖形，再逆推檢核 $\triangle ABC$ 是否為正三角形，往往答案就出來了。

(解法二) 先畫好正 $\triangle ABC$ 之草圖。再觀察符合題意之圖形具備哪些性質？

(1) $\overline{AO} = 2\overline{OE}$ ， $\overline{OE} = \overline{ED}$ (2) 直線 BC 是 $\overline{OD}$ 之中垂線 (3) $\therefore \overline{OD} = \overline{OC} = \overline{CD}$

藉此再檢核甲、乙之正確性。



9701(33) 答案：(A)

(例7). 9702 (34): 97 年第二次基測, 第 34 題。

34. 如圖(十五), $\angle A$ 的兩邊分別與圓相切於 B 、 C 兩點。

以下是甲、乙兩人找出圓心的作法：

甲：1. 過 B 點作一直線 L 垂直直線 AB 。

2. 連接 $\overline{BC}$ ，作 $\overline{BC}$ 中垂線交 L 於 O 點，

O 點即為所求。

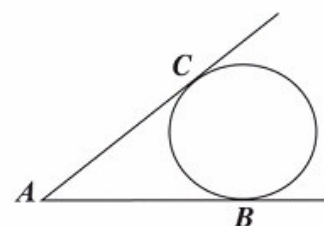
乙：1. 作 $\angle A$ 的平分線 L 。

2. 以 A 為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧交 L 於 O 點，

O 點即為所求。

對於兩人的做法，下列哪一個判斷是正確的？

- (A) 兩人都正確
- (B) 兩人都錯誤
- (C) 甲正確，乙錯誤
- (D) 甲錯誤，乙正確



圖(十五)

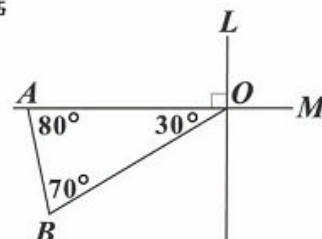
〈思路分析〉先根據甲、乙的條件，精確尺規作圖，再檢核能否順利推出結論，或者舉例給予反駁。

9702(34) 答案：(C)

(例8). 9602 (31): 96 年第二次基測, 第 31 題。

31. 圖(十五)的兩直線 L 、 M 互相垂直，交於 O 點，且 A 點在 M 上。若在 L 上找一點 P ，使得 $\angle OPA = \angle OBA$ ，則下列作法中，哪一個是正確的？

- (A) 作 $\overline{OB}$ 的中垂線，交 L 於 P 點
- (B) 作 $\triangle ABO$ 的外接圓，交 L 於 P 點
- (C) 過 B 作一直線垂直 L ，交 L 於 P 點
- (D) 作 $\angle OAB$ 的角平分線，交 L 於 P 點



圖(十五)

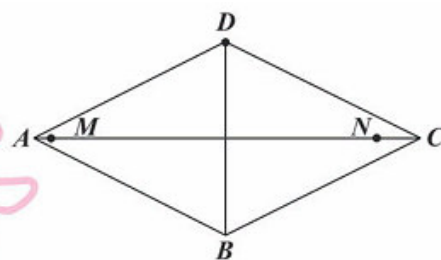
〈思路分析〉先完成圖形製作（草圖），再利用逆推策略，可以認知到符合題意時 $OABP$ 一定共圓，依此判斷選項之對或錯。

9602(31) 答案：(B)

(例9). 9402 (23): 94 年第二次基測, 第 23 題。

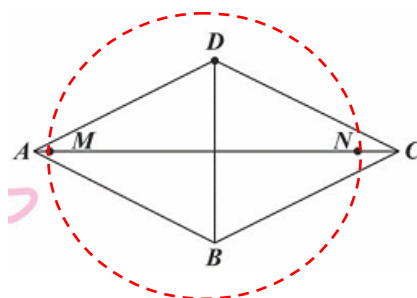
23. 如圖(十四)，四邊形 $ABCD$ 為一菱形，
 M 、 N 兩點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AC} = 20$ ， $\overline{BD} = 10$ ，
 $\overline{MN} = 18$ 。若在菱形的四邊上找一點 O ，使
得 $\angle MON$ 為直角，則滿足上述條件的 O 點
共有幾個？

- (A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8



圖(十四)

〈思路分析〉先根據題意利用尺規作圖畫好圖形，再觀察之，即可得出答案。
如下圖所示，符合題意的 O 點有 4 個。



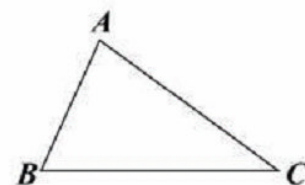
9402(23) 答案：(B)

(例 10) . 9201 (27)：92 年第一次基測，第 27 題。

27. 如圖(十四)，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$ 。
求作：一圓的圓心 O ，使得 O 在 $\overline{BC}$ 上，且圓 O 與
 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 皆相切。

下列四種作法中，哪一種是正確的？

- (A) 作 $\overline{BC}$ 的中點 O
(B) 作 $\angle A$ 的平分線交 $\overline{BC}$ 於 O 點
(C) 作 $\overline{AC}$ 的中垂線，交 $\overline{BC}$ 於 O 點
(D) 自 A 點作一直線垂直 $\overline{BC}$ ，交 $\overline{BC}$ 於 O 點



圖(十四)

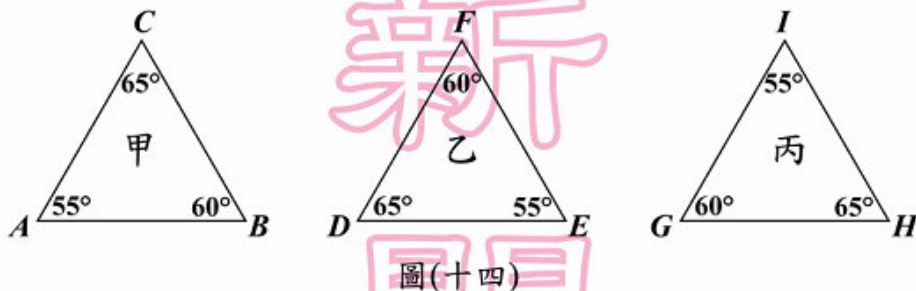
〈思路分析〉逆推法策略。先根據條件精確畫好圖，因為和直線 AB 、直線 AC 都相切，所以圓心到兩直線會等距離，故一定在 $\angle A$ 的角平分線上。9001 (24) 已經考過類似題。

9201(27) 答案：(B)

八、【觀察法】：在已知條件和求解目標間，反覆進行觀察、分析、聯想和比較，
以找尋解決問題的方法。可以符號標記作為輔助工具等。

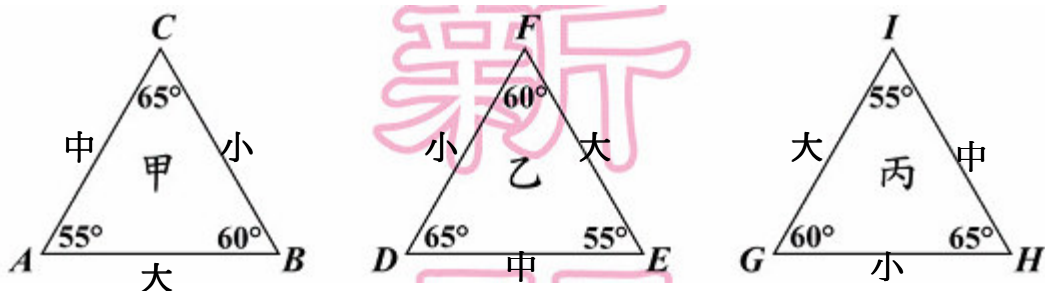
(例 1) . 9902 (28)：99 年第二次基測，第 28 題。

28. 圖(十四)表示甲、乙、丙三個三角形，每個三角形的內角均為 55° 、 60° 、 65° 。
若 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{GH}$ ，則甲、乙、丙周長的關係為何？



- (A) 甲 = 乙 = 丙
(B) 甲 < 乙 < 丙
(C) 甲 < 丙 < 乙
(D) 丙 < 乙 < 甲

〈思路分析〉觀察、分析後利用△大角對大邊，透過符號標記，可以一目了然。

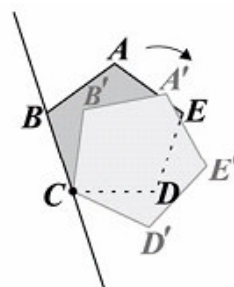


9902(28) 答案：(B)

(例2) . 9902 (25) : 99 年第二次基測，第 25 題。

25. 如圖(十三)，將正五邊形 $ABCDE$ 的 C 點固定，並依順時針方向旋轉幾度，可使得新五邊形 $A'B'CD'E'$ 的頂點 D' 落在直線 BC 上？

- (A) 108
(B) 72
(C) 54
(D) 36



圖(十三)

〈思路分析〉觀察、分析後，明顯看出旋轉的角度即正五邊形的一個外角度數，

因此： $\frac{360}{5} = 72$ 。

※心得：近幾年來，每年都有動態幾何、摺紙等考題，雖然都不難，但還是需要留意！平時若能養成動手操作或實驗的習慣，對解題會很有幫助。

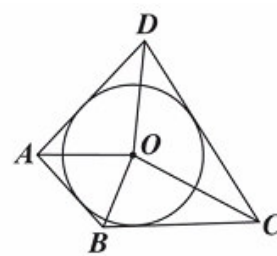
9902(25) 答案：(B)

(例3) . 9701 (32) : 97 年第一次基測，第 32 題。

32. 如圖(十五)，圓 O 為四邊形 $ABCD$ 的內切圓。

若 $\angle AOB = 70^\circ$ ，則 $\angle COD = ?$

- (A) 110°
- (B) 125°
- (C) 140°
- (D) 145°



圖(十五)

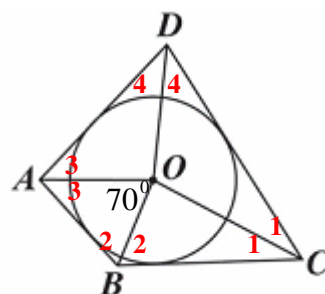
〈思路分析〉利用觀察、分析，連結已知和結論，再輔以圖示標記，和內切圓和四邊形的基本性質。

$$2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\text{而 } \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - 70^\circ = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 4)$$

$$\text{所以 } \angle COD = 110^\circ$$



(例4) . 9602 (5) : 96 年第二次基測，第 5 題。

5. 已知 $10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 = 240240$ ，則 $(-11) \times (-12) \times (-13) \times (-14) \times (-15) = ?$

- (A) 320320
- (B) 360360
- (C) -320320
- (D) -360360

〈思路分析〉觀察、分析後，掌握式子的構造，即能順利解題。

$$\text{原式} = 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times (-15) = \frac{240240}{10} \times (-15) = -360360。$$

9602(5) 答案：(D)

(例5) . 9602 (30) : 96 年第二次基測，第 30 題。

30. 若 b 為正數且方程式 $x^2 - x - b = 0$ 的兩根均為整數，則 b 可能為下列哪一數？

- (A) $2 \times 3 \times 5 \times 11$
- (B) $2 \times 3 \times 7 \times 11$
- (C) $2 \times 5 \times 7 \times 11$
- (D) $3 \times 5 \times 7 \times 11$

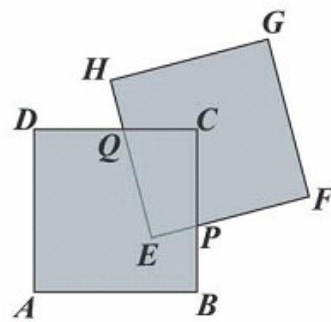
〈思路分析〉觀察、分析找出已知條件和結論之間的關係。

一次項係數為 (-1) ，而 2×3 和 3×7 之間差 1，所以取 (B)。

9602(30) 答案：(B)

(例6) . 9602 (17) : 96 年第二次基測，第 17 題。

17. 如圖(八)，將兩個邊長為 12 的正方形 $ABCD$ 、 $EFGH$ 的部分區域重疊在一起，形成一多邊形區域(即多邊形 $ABPFGHQD$)。若此多邊形區域的周長為 70，則四邊形 $EPCQ$ 的周長為何？
- (A) 35
(B) 26
(C) 24
(D) 22



圖(八)

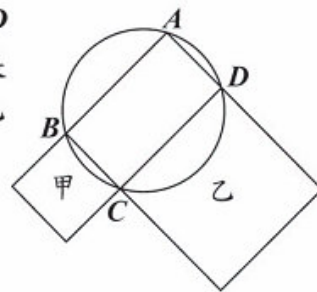
〈思路分析〉觀察、分析後，直接看出周長間的關係。

$$8 \times 12 - 70 = 26。$$

9602(17) 答案：(B)

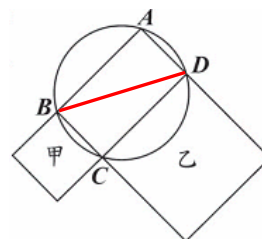
(例 7) . 9501 (22) : 95 年第一次基測，第 22 題。

22. 如圖(八)，有一圓及長方形 $ABCD$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 四點皆在圓上且 $\overline{BC} < \overline{CD}$ 。今分別以 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 為邊長作甲、乙兩正方形。若圓半徑為 1.5 公分，則甲、乙面積和為多少平方公分？
- (A) 4.5
(B) 6
(C) 7.5
(D) 9



圖(八)

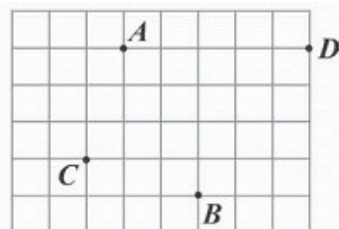
〈思路分析〉觀察後知道，兩正方形面積和正是直角 $\triangle BCD$ 兩股平方和，正好可利用畢氏定理求出，等於直徑平方。 $(1.5 \times 2)^2 = 9$ 。



9501(22) 答案：(D)

(例 8) . 9502 (28) : 95 年第二次基測，第 28 題。

28. 圖(十六)為 A 、 B 、 C 、 D 四點在方格紙上的位置圖，其中每一點均位於某兩線的交點上。關於 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 的形狀，下列判斷何者正確？
- (A) 兩個都是等腰三角形
(B) 兩個都不是等腰三角形
(C) $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $\triangle ABD$ 不是等腰三角形
(D) $\triangle ABC$ 不是等腰三角形， $\triangle ABD$ 是等腰三角形



圖(十六)

〈思路分析〉觀察、分析後，知道可以用畢氏定理來衡量邊長的大小關係。

9502(28) 答案：(A)

(例 9) . 9502 (19) : 95 年第二次基測，第 19 題。

19. 已知 $1^2 + 1 = 2^2 - 2$,
 $2^2 + 2 = 3^2 - 3$,
 $3^2 + 3 = 4^2 - 4$,
 $\vdots$
 $99^2 + 99 = 100^2 - 100$ 。
若 $1123^2 + 1123 + 2248 + 1125 = a^2$, 且 $a > 0$, 則 $a = ?$
(A) 1124
(B) 1125
(C) 1126
(D) 1136

〈思路分析〉利用觀察法，即可以看出解題的規律。

$$(1123^2 + 1123) + 2248 + 1125 = (1124^2 - 1124) + 2 \times 1124 + 1125 = 1124^2 + 2 \times 1124 + 1^2$$

9502(19) 答案：(B)

(例 10) . 9402 (24) : 94 年第二次基測，第 24 題。

24. 大華、小明兩兄弟與父母量體重，已知母親和大華共 110 公斤，父親和小明共 120 公斤。若大華比小明重 3 公斤，則父親比母親重多少公斤？
(A) 7
(B) 10
(C) 13
(D) 17

〈思路分析〉

(解法一) 利用觀察法策略，看穿數量間的關係，尋求已知條件和結論間的關係。

(父親和小明 + 3 公斤) 重 - (母親和大華) 重 = (父親 - 母親) 重。

(解法二) 設小明重 x 公斤，大華、父親、母親分別重 $(x+3)$ 、 $(120-x)$ 、 $(107-x)$ 公斤，所以 $(120-x) - (107-x) = 13$ 。

9402(24) 答案：(C)

(例 11) . 9401 (8) : 94 年第一次基測，第 8 題。

8. 計算 $899^2 - 101^2$ 之值為何？
(A) 788000
(B) 798000
(C) 888000
(D) 898000

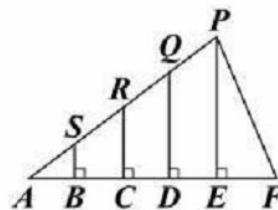
〈思路分析〉原式 = $1000 \times 798 = 798000$ 。

9401(8) 答案：(B)

(例 12) . 9201 (20) : 92 年第一次基測，第 20 題。

20. 如圖(九)， S 、 R 、 Q 在 $\overline{AP}$ 上， B 、 C 、 D 、 E 在 $\overline{AF}$ 上，其中 $\overline{BS}$ 、 $\overline{CR}$ 、 $\overline{DQ}$ 皆垂直於 $\overline{AF}$ ，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若 $\overline{PE} = 2$ 公尺，則 $\overline{BS} + \overline{CR} + \overline{DQ}$ 的長是多少公尺？

- (A) $\frac{3}{2}$
(B) 2
(C) $\frac{5}{2}$
(D) 3



圖(九)

〈思路分析〉從已知條件，配合觀察法策略，知：

$$\overline{RC} = \frac{1}{2} \overline{PE} = \frac{1}{2} \times 2 = 1, \quad \overline{BS}, \overline{CR}, \overline{DQ} \text{ 成等差,}$$

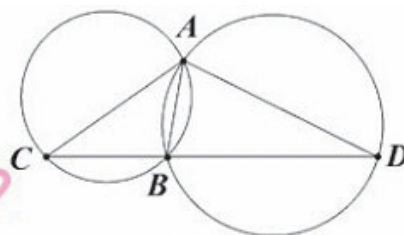
$$\overline{BS} + \overline{CR} + \overline{DQ} = 3 \overline{CR} = 3 \times 1 = 3.$$

9201(20)答案：(D)

(例 13) . 9202 (17) : 92 年第二次基測，第 17 題。

17. 如圖(五)，兩圓相交於 A 、 B 兩點。若 C 、 B 、 D 三點共線， $\widehat{BC} = 90^\circ$ ， $\widehat{ABC} = 160^\circ$ ，則 $\widehat{ABD} = ?$

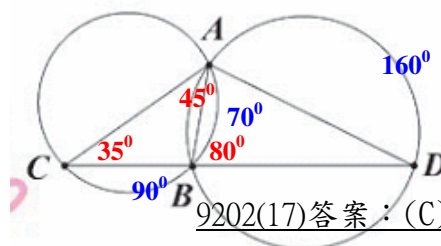
- (A) 100°
(B) 160°
(C) 200°
(D) 280°



圖(五)

〈思路分析〉以觀察法策略，配合圖示標記，即可看出圓周角和對應圓弧角度間的關係。

$$160 - 90 = 70, \quad 35 + 45 = 80, \quad 360 - 160 = 200.$$



9202(17)答案：(C)

(例 14) . 9202 (25) : 92 年第二次基測，第 25 題。

25. 在坐標平面上， $y=2x^2-8$ 的圖形經由下列哪一種方式移動後，可得到 $y=2(x-5)^2+12$ 的圖形？

- (A) 先向左移 5 單位，再向上移 20 單位
- (B) 先向右移 5 單位，再向上移 20 單位
- (C) 先向下移 5 單位，再向右移 20 單位
- (D) 先向上移 5 單位，再向左移 20 單位

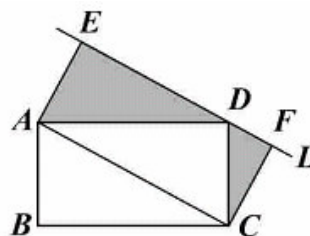
〈思路分析〉頂點從 $(0, -8)$ 移到 $(5, 12)$ ，所以是向右移 5 單位、向上移 20 單位。

9202(25) 答案：(B)

(例 15) . 9101 (23)：91 年第一次基測，第 23 題。

23. 如圖(十一)， $ABCD$ 為一矩形，過 D 作直線 L 與 $\overline{AC}$ 平行後，再分別自 A 、 C 作直線與 L 垂直，垂足為 E 、 F 。若圖中兩塊灰色部分的面積和為 a ， $\triangle ABC$ 的面積為 b ，則 $a:b=?$

- (A) 1:1
- (B) $1:\sqrt{2}$
- (C) $1:\sqrt{3}$
- (D) 1:2



圖(十一)

〈思路分析〉從已知條件，配合觀察法策略，知：
 $a = \triangle ACD = \triangle ABC = b$ ， $a:b=1:1$ 。

9101(23)答案：(A)

(例 16) . 9001 (4)：90 年第一次基測，第 4 題。

4. 某商店促銷活動，買 3 包餅乾和 2 個麵包，僅需 105 元。若小芬至此商店購買 6 包餅乾和 4 個麵包，付 500 元鈔票一張，應可找回多少元？

- (A) 290
- (B) 395
- (C) 105
- (D) 210

〈思路分析〉原式 $= 500 - 105 \times 2 = 290$ 。

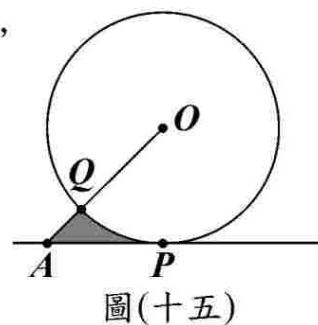
9001(4)答案：(A)

(例 17) . 9102 (23)：91 年第二次基測，第 23 題。

如圖(十五)， $\overline{AP}$ 切圓 O 於 P 點， $\overline{AP}=4$ 、 $\overline{AO}=4\sqrt{2}$ ，
求灰色部分的面積＝？

- (A) $8 - 2\pi$
(B) $8 - 4\pi$
(C) $16 - 2\pi$
(D) $16 - 4\pi$

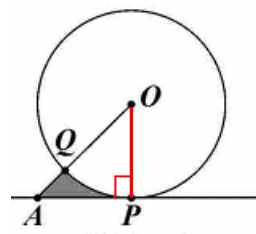
新



圖(十五)

〈思路分析〉觀察、分析後，看出 $\triangle APO$ 為等腰直角三角形。

灰色區域＝ $\triangle APO$ 面積－45 度扇形面積＝ $\frac{1}{2} \times (4 \times 4) - \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 4 \times 4 \times \pi = 8 - 2\pi$



9102(23) 答案：(A)

(例 18) . 9001 (12)：90 年第一次基測，第 12 題。

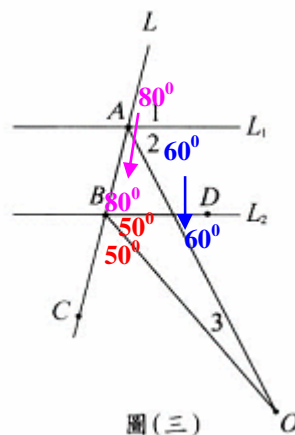
12. 如圖(三)，直線 L_1 平行直線 L_2 ，若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，
且 $\overline{BO}$ 平分 $\angle DBC$ ，則 $\angle 3 = ?$
(A) 10°
(B) 15°
(C) 20°
(D) 25°

試

〈思路分析〉透過圖解標記，如右上圖所示，再觀察、分析：

$$\frac{180 - 80}{2} = 50, 60 - 50 = 10。$$

※心得：幾何題解題技巧之一（省時）：將文字敘述的資料（含長度、角度、垂直、線段平分、角度平分）標示在圖形上，再直接由圖形上所掌握關係求解。如此可以避免需要在文字敘述與圖形之間來回尋找資訊，浪費時間。



圖(三)

9001(12) 答案：(A)

九、【切割拼補】：

(例 1) . 9902 (33) : 99 年第二次基測，第 33 題。

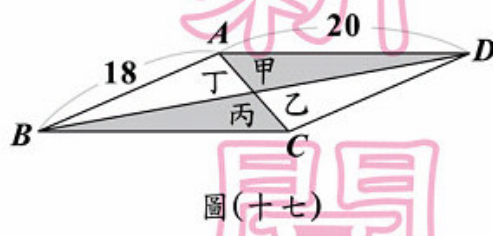
33. 如圖 (十七)，平行四邊形紙片 $ABCD$ 的面積為 120， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{AB} = 18$ 。今沿兩對角線將四邊形 $ABCD$ 剪成甲、乙、丙、丁四個三角形紙片。若將甲、丙合併 ($\overline{AD}$ 、 $\overline{CB}$ 重合) 形成一線對稱圖形戊，如圖 (十八) 所示，則圖形戊的兩對角線長度之和為何？

(A) 26

(B) 29

(C) $24\frac{2}{3}$

(D) $25\frac{1}{3}$



圖(十七)



圖(十八)

〈思路分析〉

〈解法一〉面積拼補後，戊圖的高即平行四邊形 $ABCD$ 之高。因此 $120 = 20 \times \text{高}$ ，得到高 = 6，故 $6 + 20 = 26$ 。

〈解法二〉看出甲、乙、丙、丁面積皆相同， $120 \div 4 = 30$ ，設戊圖的高為 x ， $60 = (20x) \div 2$ ， $x = 6$ ，故 $6 + 20 = 26$ 。

〈解法三〉戊為鸞形，其面積為平行四邊形 $ABCD$ 之半：

$$\frac{120}{2} = \frac{20 \times x}{2}, x = 6, 20 + 6 = 26。$$

9902(33)答案：(A)

(例 2) . 9702 (30) : 97 年第二次基測，第 30 題。

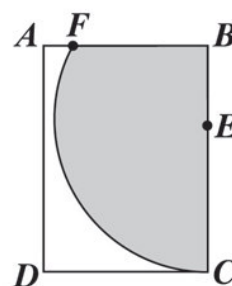
如圖(十二)，四邊形 $ABCD$ 為矩形， $\overline{BC} = 18$ ， $\overline{AB} = 8\sqrt{3}$ ， E 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{BE} = 6$ 。以 E 為圓心，12 為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 於 F ，求圖中灰色部分面積為何？

(A) $48\pi + 18\sqrt{3}$

(B) $72\pi - 18\sqrt{3}$

(C) $120\pi + 9\sqrt{3}$

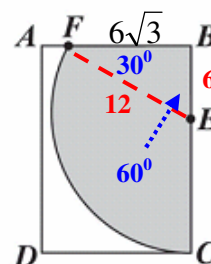
(D) 36π



圖(十二)

〈思路分析〉灰色面積可以切割成一個直角三角形和一個 120 度扇形之面積和，如右下圖所示。

$$12 \times 12 \times \pi \times \frac{120}{360} + \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 48\pi + 18\sqrt{3}$$

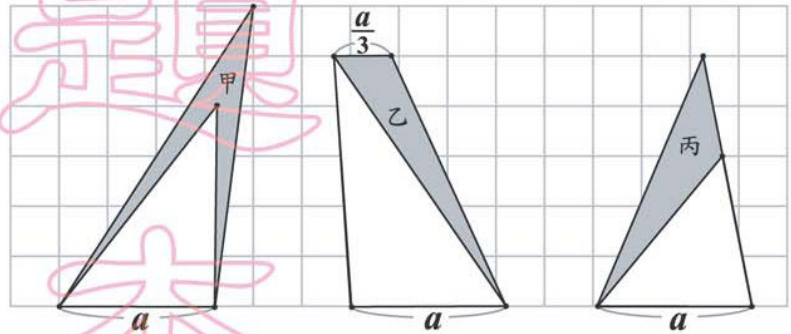


9702(30) 答案：(A)

(例3) . 9602 (23) : 96 年第二次基測，第 23 題。

在一方格紙上畫出數個圖形，且甲、乙、丙分別表示灰色部分面積，如圖(十)所示。根據圖中所給的各點位置及邊長長度，判斷下列甲、乙、丙的大小關係何者正確？

- (A) 甲 > 乙 > 丙
- (B) 乙 > 甲 > 丙
- (C) 甲 = 丙 > 乙
- (D) 甲 = 乙 > 丙



圖(十)

〈思路分析〉利用面積切割拼補。

$$\text{甲: } \frac{1}{2} \times a \times 6 - \frac{1}{2} \times a \times 4 = a; \quad \text{乙: } \frac{1}{2} \times \frac{a}{3} \times 5 = \frac{5}{6}a; \quad \text{丙: } \frac{1}{2} \times a \times 5 - \frac{1}{2} \times a \times 3 = a。$$

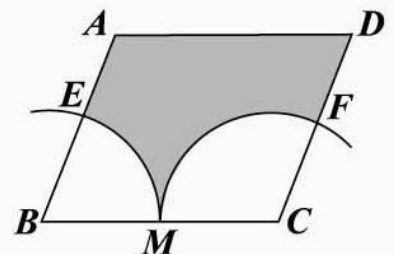
所以甲 = 丙 > 乙。

9602(23) 答案：(C)

(例4) . 9601 (19) : 96 年第一次基測，第 19 題。

如圖(八)，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = 12$ ， M 為 $\overline{BC}$ 中點， M 到 $\overline{AD}$ 的距離為 8。若分別以 B 、 C 為圓心， $\overline{BM}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 於 E 、 F 兩點，則圖中灰色區域面積為何？

- (A) $96 - 12\pi$
- (B) $96 - 18\pi$
- (C) $96 - 24\pi$
- (D) $96 - 27\pi$



圖(八)

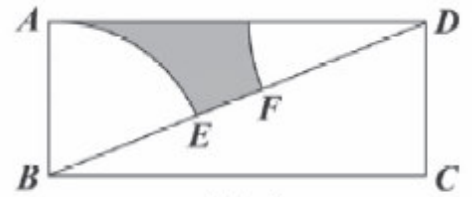
〈思路分析〉2 個扇形面積拼補後，正好等於 180 度扇形。

$$\begin{aligned} \text{灰色區域面積} &= \text{平行四邊形 } ABCD \text{ 面積} - 180 \text{ 度新扇形面積} \\ &= 12 \times 8 - 6 \times 6 \times \pi \times \frac{1}{2} = 96 - 18\pi \end{aligned}$$

9601(19) 答案：(B)

(例5) . 9501 (15) : 95 年第一次基測，第 15 題。

如圖(五)，四邊形 $ABCD$ 為長方形， $\overline{BD}$ 為對角線。今分別以 B 、 D 為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑畫弧，交 $\overline{BD}$ 於 E 、 F 兩點。若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 5\pi$ ，則圖中灰色區域的面積為何？



圖(五)

- (A) 4π
- (B) 5π
- (C) 8π
- (D) 10π

〈思路分析〉面積拼補後，兩扇形可以拼成一個 90° 度的新扇形。

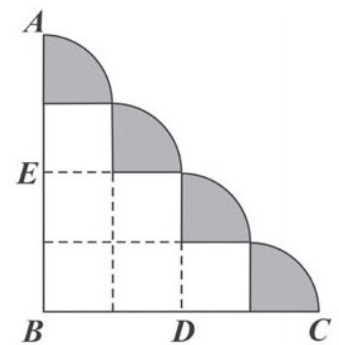
灰色區域面積 = $\triangle ABD$ 面積 - 90° 度新扇形面積 = $\frac{1}{2} \times (8 \times 5\pi) - 8 \times 8 \times \pi \times \frac{1}{4} = 4\pi$ 。

9501(15)答案：(A)

(例 6) . 9501 (10) : 95 年第一次基測，第 10 題。

圖(三)是由四個半徑為 1 的 $\frac{1}{4}$ 圓與六個邊長為 1 的正方形所組成。判斷下列各選項所敘述的圖形，哪一個的面積與圖(三)灰色區域面積相等？

- (A) 以 $\overline{BD}$ 為直徑之圓
- (B) 以 $\overline{BC}$ 為直徑之圓
- (C) 以 $\overline{AB}$ 為直徑之半圓
- (D) 以 $\overline{AC}$ 為直徑之半圓



圖(三)

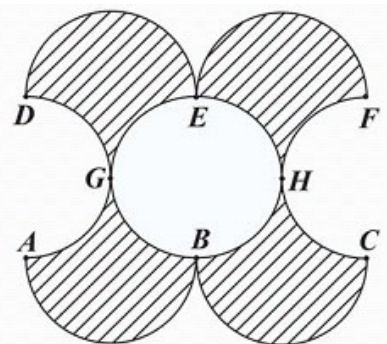
〈思路分析〉4 個扇形面積拼補後，正好等於半徑為 1 的圓形面積。

9501(10)答案：(A)

(例 7) . 9401 (31) : 94 年第一次基測，第 31 題。

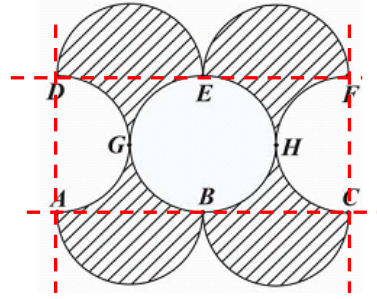
31. 如圖(二十一)， $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{BC}$ 、 $\widehat{DE}$ 、 $\widehat{EF}$ 、 $\widehat{AGD}$ 、 $\widehat{BGE}$ 、 $\widehat{BHE}$ 、 $\widehat{CHF}$ 皆為直徑為 2 的半圓。求斜線部分面積為何？

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 2π
- (D) 4π



圖(二十一)

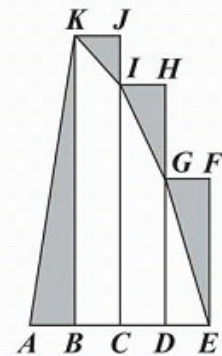
〈思路分析〉斜線面積切割拼補後，正好等於長方形 $ACFD$ 的面積， $2 \times 4 = 8$ 。



9401(31) 答案：(B)

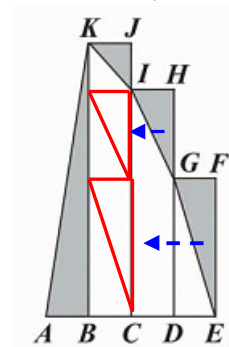
(例 8) . 9401 (20) : 94 年第一次基測，第 20 題。

20. 圖(十一)中三個四邊形 $BCJK$ 、 $CDHI$ 、 $DEFG$ 均為矩形，且 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點在同一直線上。已知 I 、 G 兩點分別在 $\overline{CJ}$ 與 $\overline{DH}$ 上，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若 $\triangle ABK$ 的面積為 a ， $\triangle EFG$ 、 $\triangle GHI$ 、 $\triangle IJK$ 的面積和為 b ，則 $a : b = ?$
- (A) 1 : 1
(B) 1 : 2
(C) 1 : 3
(D) 2 : 3



圖(十一)

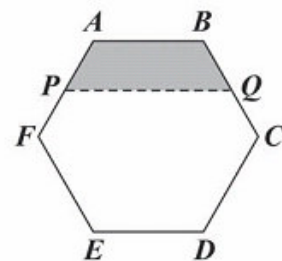
〈思路分析〉如右下圖所示，看得出遞補後面積，正好為 $BCJK$ 之一半。



9401(20) 答案：(A)

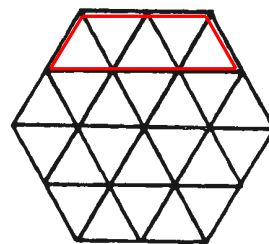
(例 9) . 9402 (25) : 94 年第二次基測，第 25 題。

25. 圖(十五)為一正六邊形 $ABCDEF$ ， P 、 Q 分別是 $\overline{AF}$ 、 $\overline{BC}$ 的中點。若連接 $\overline{PQ}$ ，則四邊形 $APQB$ 面積佔此正六邊形面積的幾分之幾？
- (A) $\frac{5}{24}$
(B) $\frac{6}{24}$
(C) $\frac{7}{24}$
(D) $\frac{11}{48}$



圖(十五)

〈思路分析〉如右圖所示，每個小三角形面積都相等，
占全部面積 $\frac{5}{24}$ 。



9402(25) 答案：(A)

(例 10) . 9302 (19) : 93 年第二次基測，第 19 題。

19. 如圖(五)， A 、 D 、 P 、 R 在直線 L_1 上， B 、 C 、 Q 在直線 L_2 上。若 $L_1 \parallel L_2$ ，四邊形 $ABCD$ 及 $ABQP$ 均為等腰梯形， $\triangle PQR$ 為等腰三角形，則梯形 $ABCD$ 的面積為何？

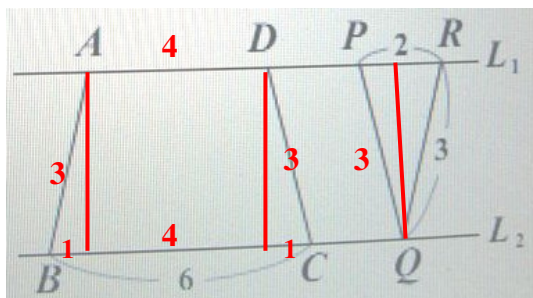
(A) $4\sqrt{8}$
(B) $5\sqrt{8}$
(C) 15
(D) 18

圖(五)

〈思路分析〉由已知條件，經過切割，如右圖所示。

$$\frac{2}{2} = 1, \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8},$$

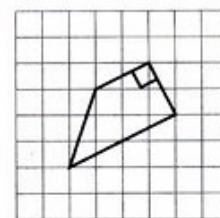
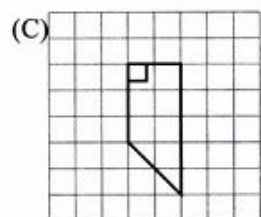
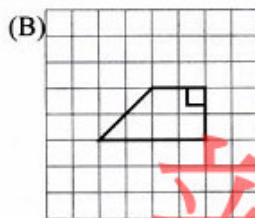
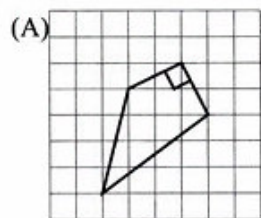
$$6 - 1 - 1 = 4, \frac{6+4}{2} \times \sqrt{8} = 5\sqrt{8}.$$



9302(19) 答案：(B)

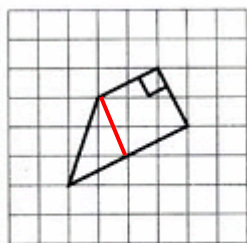
(例 11) . 9001 (26) : 90 年第一次基測，第 26 題。

26. 下列各圖形中哪一個四邊形與圖(十三)的四邊形相似？

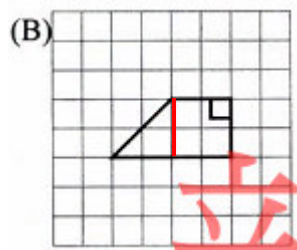


圖(十三)

〈思路分析〉如右下圖所示，切割之後一目了然。



圖(十三)

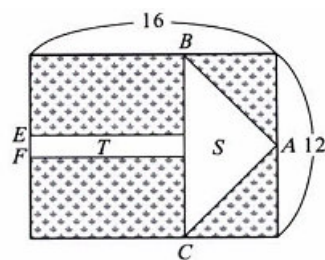


9001(26) 答案：(B)

(例 12) . 9001 (28) : 90 年第一次基測，第 28 題。

28. 如圖(十四)，美美景觀設計公司設計一長方形庭園，其中長方形庭園長 16 公尺，寬 12 公尺，在其內部規劃 S 區 ($\triangle ABC$ 為等腰直角三角形) 為觀賞休憩區， T 區 (長方形區域) 為人行步道區，使得剩餘的花草區的面積為 141 平方公尺，試問 T 區的寬度 (EF) 是多少公尺？

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$
(C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

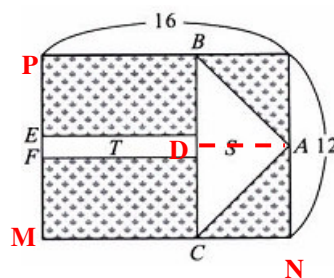


圖(十四)

〈思路分析〉如右下圖所示，切割拼補後知右邊為邊長 6 之正方形。因此，

$$12 \div 2 = 6, 141 - 6^2 = 105, \frac{105}{16 - 6} = 10.5 (= \overline{PE} + \overline{FM}),$$

$$12 - 10.5 = 1.5.$$



9001(28) 答案：(B)

十、【對稱法】：找到對稱關係，即可快速解題。

(例 1) . 9801 (22) : 98 年第一次基測，第 22 題。

22. 向上發射一枚砲彈，經 x 秒後的高度為 y 公尺，且時間與高度的關係為 $y = ax^2 + bx$ 。若此砲彈在第 7 秒與第 14 秒時的高度相等，則在下列哪一個時間的高度是最高的？
(A) 第 8 秒
(B) 第 10 秒
(C) 第 12 秒
(D) 第 15 秒

〈思路分析〉已知條件在 7 秒與 14 秒高度相等，而這兩個位置即是一一相對於過最高點的對稱軸——兩個對稱點。因此在 $\frac{7+14}{2} = 10.5$ (秒) 時的高度最高，

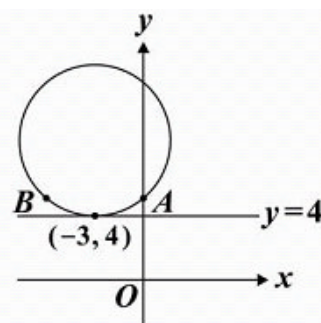
選項中選一個最接近的答案。

9801(22) 答案：(B)

(例2) . 9802 (13)：98 年第二次基測，第 13 題。

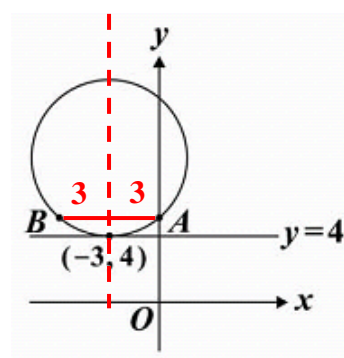
13. 如圖(五)，座標平面上，一圓與方程式 $y=4$ 的直線相切於點 $(-3, 4)$ ，且交 y 軸於 A 點。若 B 點在圓上，且 $\overline{AB} \perp y$ 軸，則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6



圖(五)

〈思路分析〉用對稱看，A 和 B 是兩個對稱點，其對稱軸，是過 $(-3, 4)$ 的直線，而 $(-3, 4)$ 到 y 軸的距離為 $|-3|$ ，故 $\overline{AB}$ 長 $= 3 \times 2 = 6$ 。

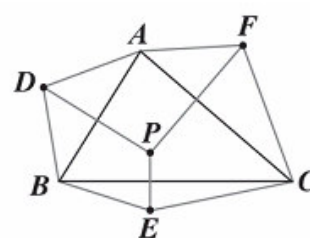


9802(13) 答案：(D)

(例3) . 9701 (21)：97 年第一次基測，第 21 題。

21. 如圖(十)， $\triangle ABC$ 的內部有一點 P ，且 D 、 E 、 F 是 P 分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 為對稱軸的對稱點。若 $\triangle ABC$ 的內角 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，則 $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA = ?$

- (A) 180°
(B) 270°
(C) 360°
(D) 480°

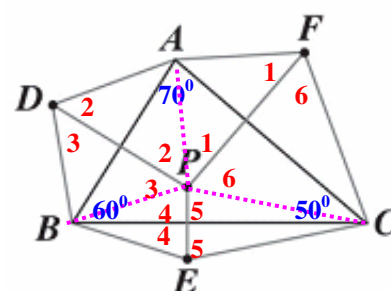


圖(十)

〈思路分析〉

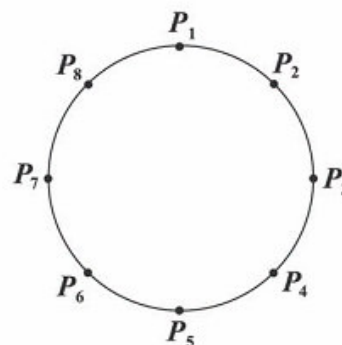
(解法一) 如右圖所示，作圖示標記後，看到對稱軸和成雙對應角，原式 $= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$

(解法二) $(6-2) \times 180 - 2 \times 180 = 360^\circ$



(例4) . 9602 (33) : 96 年第二次基測，第 33 題。

33. 圖(十八)是八個點 P_1 、 P_2 、 $\dots$ 、 P_8 在圓上的位置，且此八點將圓周分成八等分。若 $\triangle P_3P_5P_7$ 、梯形 $P_2P_3P_7P_8$ 、四邊形 $P_1P_2P_3P_7$ 的周長分別為 a 、 b 、 c ，則下列關係何者正確？
- (A) $c > b > a$
 (B) $a = b = c$
 (C) $a > c = b$
 (D) $c = b > a$



圖(十八)

〈思路分析〉利用對稱關係解題，圖示如右，周長關係一目了然。

$\triangle P_3P_5P_7 = \triangle P_1P_3P_7$ ($\because$ 對稱， $\therefore$ 周長相等)

在 $\triangle P_1P_3P_7$ 和梯形 $P_2P_3P_7P_8$ 中， $\because P_3P_7 = P_3P_7$ ， $P_1P_7 = P_2P_8$ ，

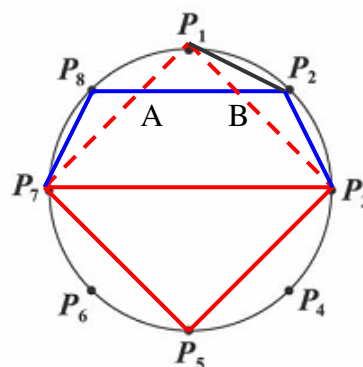
而 $P_1P_3 < P_1P_2 + P_2P_3 = P_7P_8 + P_2P_3$ ，得 $a < b$ 。

在梯形 $P_2P_3P_7P_8$ 與四邊形 $P_1P_2P_3P_7$ 中，

P_3P_7 和 P_3P_2 重疊共用，

又 $\because$ 對稱， $\therefore P_7P_8 + P_8P_2 = P_7P_1 + P_8P_2$ ，得 $b = c$ 。

故 $a < b = c$



9602(33) 答案：(D)

(例5) . 9601 (18) : 96 年第一次基測，第 18 題。

18. 表(一)是甲、乙、丙、丁四組數據。判斷哪一組數據的平均數(算術平均數)最小？

表(一)

甲	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92
乙	76	76	76	76	76	76	86	86	86	86	86	86
丙	72	72	72	78	78	78	84	84	84	90	90	90
丁	70	70	70	70	80	80	80	80	90	90	90	90

- (A) 甲
 (B) 乙
 (C) 丙
 (D) 丁

〈思路分析〉甲乙丙丁四組資料，均呈現對稱關係，對稱軸如底下虛線所示。四組資料在虛線左右兩端之對稱位置的資料，都有互補關係，可以互相遞補平均。明顯看得出來，其中甲乙丙三組的平均都是 81，而丁則是 80，因此答案是(丁)。

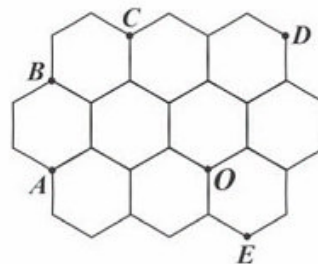
甲	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92
乙	76	76	76	76	76	76	86	86	86	86	86	86
丙	72	72	72	78	78	78	84	84	84	90	90	90
丁	70	70	70	70	80	80	80	80	90	90	90	90

9601(18) 答案：(D)

(例 6) . 9602 (20) : 96 年第二次基測，第 20 題。

20. 圖(九)是 10 個相同的正六邊形緊密排列在同一平面上的情形。根據圖中各點的位置，判斷 O 點是下列哪一個三角形的外心？

- (A) $\triangle ABD$
 (B) $\triangle BCD$
 (C) $\triangle ACD$
 (D) $\triangle ADE$

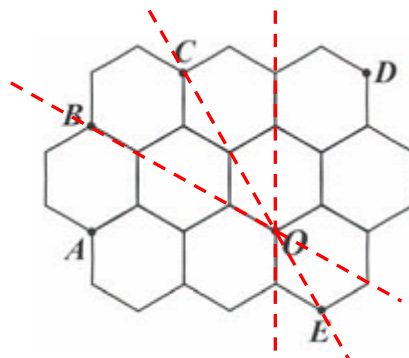


圖(九)

〈思路分析〉

(解法一) 利用對稱關係解題， $\triangle ACD$ 各邊中垂線就是對稱軸，皆通過 O 點。

(解法二) 利用觀察法，發現 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OD}$ ，故 O 是外心。



※心得：參加基測考試時，要隨身攜帶圓規、直尺，這兩工具是協助解題的利器。

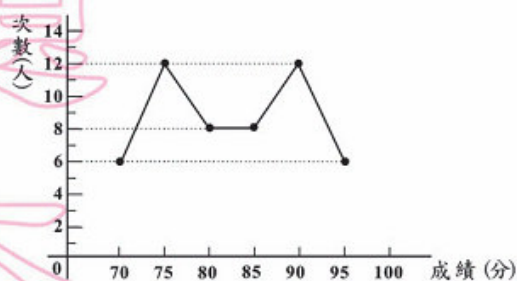
9602(20) 答案：(C)

(例 7) . 9501 (11) : 97 年第一次基測，第 11 題。

11. 圖(四)是小克班上同學工藝成績折線圖。

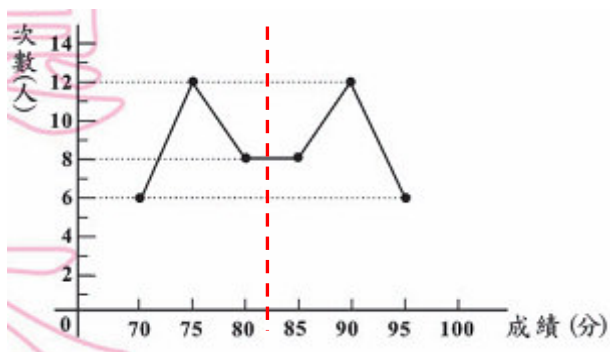
根據圖中的數據，判斷該班平均工藝成績為幾分？

- (A) 75
 (B) 77.5
 (C) 82.5
 (D) 90



圖(四)

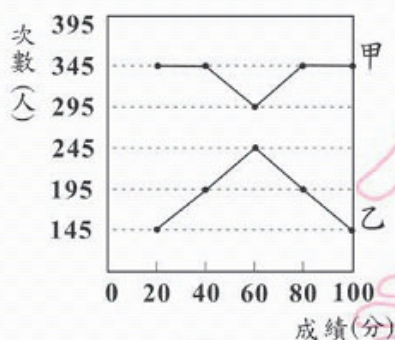
〈思路分析〉透過對稱關係，如下圖所示，可以很直覺得到平均分數 $\frac{80+85}{2} = 82.5$



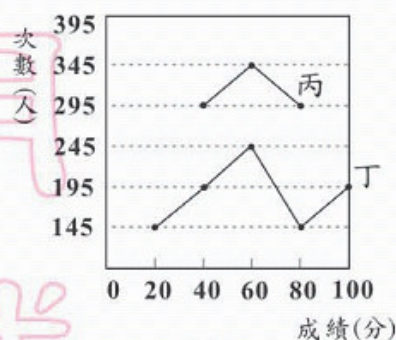
9501(11) 答案：(C)

(例 8) . 9502 (33) : 95 年第二次基測，第 33 題。

33. 圖(廿一)是甲、乙兩校的工藝成績折線圖，圖(廿二)是丙、丁兩校的家政成績折線圖。



圖(廿一)



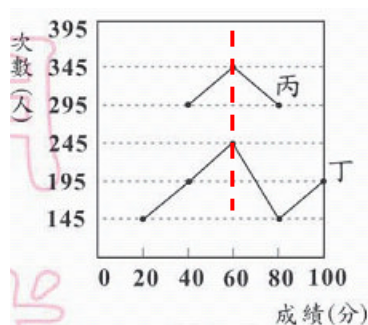
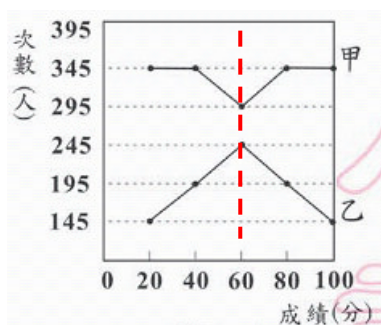
圖(廿二)

根據圖中的資訊，判斷下列敘述何者正確？

- (A) 甲校工藝成績的平均分數比乙校高
- (B) 甲校工藝成績的平均分數比乙校低
- (C) 丙校家政成績的平均分數比丁校高
- (D) 丙校家政成績的平均分數比丁校低

〈思路分析〉利用對稱關係，很直覺可以判斷選項之對或錯。甲、乙、丙三校的折線圖均對稱於 60 分，所以平均分數皆為 60 分。參左下圖。

丁校的 40 分和 100 分群人數相等，平均分數 70 分；20 分和 80 分群人數相等，平均分數 50 分。但因為前者的人數多於後者，因此兩大群在平均後，平均分數則會大於 60 分。



(例 9) . 9401 (26) : 94 年第一次基測，第 26 題。

圖(十四)的正方形內有 9 個數字，數字的總和為 y ，求圖(十五)中五個正方形內所有數字的總和為何？(以 y 表示)

3	7	11
15	19	23
27	31	35

圖(十四)

1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	12	5	9	13
13	17	21	14	18	22	15	19	23	16	20	24	17	21	25
25	29	33	26	30	34	27	31	35	28	32	36	29	33	37

圖(十五)

- (A) $5y$
 (B) $5y+9$
 (C) $5(y+9)$
 (D) $5y+18$

〈思路分析〉典型利用對稱策略即可解決的問題，洞悉結構、直覺掌握。每個正方形內的數字規律相同，總和＝中間值 $\times 9$ ，可以透過將圖(十四)旋轉 180° ，再予原圖相疊和，得到每個疊和的值為 38，所以正方形內數字和為 $(38 \times 9) \div 2 = 19 \times 9 = \text{中間值} \times 9$ 。

並且五組間呈對稱，第一、五組合併，第二、四組合併都為中間組的兩倍。所以總和全部為中間組和的 5 倍。

3	7	11	35	31	27
15	19	23	23	19	15
27	31	35	11	7	3

9401(26) 答案：(A)

(例 10) . 9402 (15) : 94 年第二次基測，第 15 題。

15. 小明有一些大小相同的正五邊形，他用下列方式將正五邊形擺放在一圓周上，如圖(八)所示：

- (1)每個正五邊形與相鄰的正五邊形皆有一邊緊密地放在一起
 (2)每一個正五邊形皆有一邊與圓相切

若這些正五邊形正好將此圓全部圍住，則這些正五邊形最少有幾個？

- (A) 9
 (B) 10
 (C) 11
 (D) 12



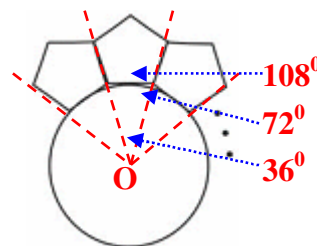
圖(八)

〈思路分析〉

(解法一) 利用對稱法策略，五邊形底邊和圓相切，延長半徑後，對應的圓心角度數可以算出，如圖形所標記。

$$\frac{(5-2) \times 180}{5} = 108, 180 - 108 = 72, 180 - 72 - 72 = 36,$$

$$360 \div 36 = 10.$$



(解法二) 求出圓外切正 n 邊形之內角度數：

$$360^\circ - 2 \times 108^\circ = 144^\circ, \frac{360}{n} = 180 - 144 = 36, \therefore n = 10.$$

9402(15) 答案：(B)

(例 11) . 9301 (22) : 93 年第一次基測，第 22 題。

22. 有一算式 “ $(50 - \square) \times (\square + 10)$ ”，其中兩個 $\square$ 內規定皆填入相同的正整數。例如：當 $\square$ 填入 “1” 時， “ $(50 - 1) \times (1 + 10) = 539$ ”，即此算式的值為 539。求此算式的最大值為何？

- (A) 700
- (B) 800
- (C) 900
- (D) 1000

〈思路分析〉漂亮解法。

(解法一) 利用對稱法策略，二次函數的極值在頂點， x 軸上的兩個點是對稱點，求出這兩點的中點座標後，代入 x 座標的值即可漂亮解出答案。

求 $(50 - x)(x + 10)$ 之最大值：

$$\frac{50 + (-10)}{2} = 20, (50 - 20)(20 + 10) = 900.$$

(解法二) 利用頂點座標公式代入求值。

9301(22) 答案：(C)

(例 12) . 9201 (24) : 92 年第一次基測，第 24 題。

24. 在坐標平面上，有一個二次函數圖形交 x 軸於 $(-4, 0)$ ， $(2, 0)$ 兩點，今將此二次函數圖形向右移動 h 單位，再向下移動幾個單位後，發現新的二次函數圖形與 x 軸相交於 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ 兩點，則 h 的值為何？

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4

〈思路分析〉同上，利用對稱法策略分別找到兩次的頂點座標為：

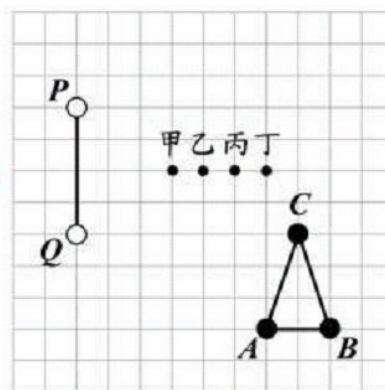
$(-1, 0)$ 和 $(1, 0)$ ，從前者平移到後者，僅須往右移動兩個單位。因為 $1 - (-1) = 2$ 。

9201(24) 答案：(C)

(例 13) . 9201 (16)：92 年第一次基測，第 16 題。

16. 如圖(七)，棋盤上有 A 、 B 、 C 三個黑子與 P 、 Q 兩個白子。請問第三個白子 R 應放在下列哪一個位置，才會使得 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ？

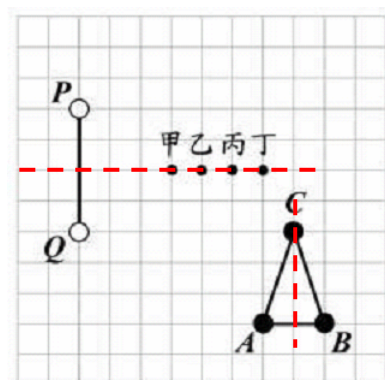
- (A) 甲
(B) 乙
(C) 丙
(D) 丁



圖(七)

〈思路分析〉利用對稱法策略。兩三角形都可以分成左右對稱的兩邊，僅須比較其中半邊三角形的底和高之比即可。 $1:3=2:6$ ，故需要選丁。

9201(16) 答案：(D)



參、參考書目：

1. 數學思考 Thinking mathematically

- 作者：John Mason, Leone Burton, Kaye Stacey/原著
- 譯者：臺北市立建國高級中學 49 屆 314 班全體同學合譯
- 出版社：九章
- 出版日期：1998 年 12 月 28 日



2. 數學解題思維方法

- 作者：胡炳生/著
- 出版社：九章
- 出版日期：1994 年 11 月 15 日



3. 如何學好中學數學

- 作者：任維勇
- 出版社：天下文化
- 出版日期：2009 年 06 月 10 日



4. 數學習題理論

- 作者：戴再平
- 出版社：凡異出版社
- 出版日期：1995 年 05 月