

# 補救教學基本學習內容

【國民中學數學學習領域】

(試行版)



教育部彙編

中華民國 101 年 7 月



# 目次

目次.....	i
壹、部長的話.....	1
貳、召集人的話 .....	3
參、補救教學基本學習內容使用指引 .....	5
肆、補救教學基本學習內容.....	8
一、基本理念 .....	8
二、目的 .....	10
三、基本學習內容定義 .....	12
四、設定原則 .....	13
五、基本學習內容 .....	15
七年級.....	16
八年級.....	31
九年級.....	42
六、基本學習內容各年級指標.....	53
(一) 七年級.....	53
數與量領域.....	53
代數領域 .....	80
(二) 八年級.....	109
數與量領域.....	109
代數領域 .....	119
幾何領域 .....	140
(三) 九年級.....	163

代數領域 .....	163
幾何領域 .....	168
統計與機率領域 .....	182
伍、附 錄 .....	191
(一) 基本學習內容與表現不需包含的指標 .....	191
(二) 數學名詞定義或說明 .....	195
陸、補救教學基本學習內容編輯團隊 .....	201

## 壹、部長的話

### 學習熱情・熱情學習

教育不是注滿一桶水，而是點燃一把火。  
*Education is not the filling of a pail but the lighting of a fire.*  
葉慈 (W. B. Yeats)

教育是國家經濟社會發展的重要投資，更是讓國民擁有美好生活的關鍵，也是達成國家成長及繁榮最長期的解決策略。教育的目的在於發現學生的天分，讓學生充分發揮其潛能，培養學生與人際互動互助的能力、具備良好的心理和正確價值觀，進一步能保持終身學習的熱情。

近幾年，我們提供了各式各樣的教育活動，目的是為了提供學生更多的選擇，以滿足每個孩子不同的興趣和學習方式，鼓勵孩子選擇自己想要的學習方式，將學習的選擇權交到學生的手上，另一方面，我們也充分的提供學生一定的基礎教育，讓學生能具備基本的學力，以確保其走出校園有能力適性發展。感謝孫劍秋教授、程玉秀教授、洪有情教授、高鴻怡校長、李美穗校長暨其所帶領的團隊，細心歸納出國中小補救教學基本學習內容，讓我們的孩子在走出校園前具備一定程度的基本學力。

每個孩子的學習與能力起點都不相同，學業成績不代表一個學生的全部，人生不是得高分就能過著幸福美滿的人生。教師要看到學生的潛能，看到孩子擁有其他人所沒有的人格特質，或更好的合作能力，或更佳的人緣等，給予孩子實質的獎勵，教導每個學生有足夠的能力，才能讓孩子找到自己在社會上安身立命的位置。

本部為加強扶助弱勢家庭之低成就學生，弭平學習落差，自 95 年度起開始辦理「攜手計畫－課後扶助」方案，積極運用現職教師、退休教師、經濟弱勢大專學生、大專志工等教學人力，於課餘時間提供弱勢且學習成就低落國中小學生小班且個別化之免費補救教學。目前「攜手計畫」對學習成就低落學生之定義，係指經國立臺南大學補救教學評量系統標準化測驗篩選，百分等級未達 35% 者。惟將評量系統標準化測驗結果未達 PR35 者界定為學習成就低落，會因常模的不同而有所差異，且無法得知學生是否具備該年級相關工具學科之基本學力。為解決現有的這些問題，本部乃規劃朝未習得各

年級工具學科基本學習內容之學生，即應進行補救教學之方向調整學習低成就學生之界定。

所謂補救教學基本學習內容，係指無論課程綱要或課程標準如何改變或教材如何重編，學生在該年級之工具學科中必須習得之最基本內容。本部已自 100 年起委託九年一貫課程與教學輔導群國語文組、英語組，以及國立臺灣師範大學等單位負責訂定國民中小學國語文、英語、數學 3 科之各年級補救教學基本學習內容，從「97 年國民中小學九年一貫課程綱要」以及各種版本教科書中，萃取出國民中小學各年級國語文、英語、數學等工具學科學生必須學會的基本內容。

為使國民中小學國語文、英語、數學 3 科各年級補救教學基本學習內容之訂定過程更臻周延，本部前於 100 年 9 月及 101 年 1 月特規劃於北、中、南、東區共辦理 7 場次公聽會，以聽取各方意見，瞭解關心教育之各界人士對國中小國語文、英語、數學 3 科各年級補救教學基本學習內容之看法與意見，期以建構出補救教學之標準檢核依據，正確界定出學習低成就之學生，增進補救教學政策之完備。

這是個瞬息萬變的全球化時代，我們雖然無法預見未來，但我們必須為我們的下一代做最好的準備，鼓勵並陪伴孩子大量閱讀，維持學生基本學力，教導孩子提問及尋找答案，鼓勵孩子以新的方式，解決新的問題，並為未來創造新的機會，而我們也要幫助學生建立正確的價值觀，培養其具備良好的人格和品行，當遇到生活中不可避免的挫折時，不會過分氣餒，心理有足夠的正向能量可以面對問題，處理問題，並努力實現自己的夢想。不論社會環境如何變化，每個人都有需要一首屬於他自己的樂章，讓我們一起陪伴孩子走一段人生的路，鼓勵孩子不要失去學習的興趣，永遠要保持學習的熱情。

教育部部長

蔣偉寧

2012 年 7 月

## 貳、召集人的話

我們必須深刻體悟，我們如今身處的社會已不容許我們僅將  
「No child left behind 《把每個小孩都帶上來》」當成一句政策性的口號

十二年國民基本教育是近來社會上最熱門的教育議題，但對於此一議題，社會大眾所關心的仍聚焦在招生方式，對於實際教學層面或後續衍生配套，至今仍很難引起社會的廣泛重視。舉例來說，那些在國中階段未學好工具學科的學生，我們如何協助他們銜接難度急遽躍升的高中職教材？我們的高中職老師又是否已經準備好面對這類的學生？這些都是國內教育工作者需要面對的基本問題。因而，面對蓄勢上路的十二年國民基本教育，讓我們的國中生掌握必要的基本學習內容以順利銜接高中職的學習，已是刻不容緩的工作了。

這樣的想法在國內並非是一個新的觀點，教育部早在國民中學九年一貫課程綱要數學學習領域中，即明確指出「把每個學生都帶上來」是國家教育政策既有的理念。然而，在教學資源與制度的限制下，期望每個學生達到預定的教學目標幾乎是一個高不可攀的理想，因此，許多現實面上的作法便是離棄那些無法達到教學目標的學生。這些學習弱勢的學生在教室裡的角色早已不再是「課堂上的主人」，而被當成教室中的裝飾品，甚而被視為教室中的釘刺，這些現象在在都與「不放棄每一個學生」的理想相背離。

少子化時代的來臨對臺灣社會所帶來的影響正逐步發酵中，不論是教育當局、學校、家長，甚至是每一位國民，此時都應該深刻體悟到，我們如今所身處環境已不容許我們僅將「把每個學生都帶上來」當成一句政策性的口號，相反的，必須積極且真切地去執行。而在各項因應的教育對策與行動中，訂定國中生應該具備的基本內容便是當中十分關鍵的一步。對於要做到什麼地步才叫做把每個學生都帶上來？此刻終於可以有一個明確的說法，那就是讓每個學生都能對基本學習內容有相當程度的掌握。

這是一個重要的里程碑，因此，當教育部委請本系訂定國中數學基本學習內容，並研發對應檢測試題和補救教材時，我們責無旁貸的應允了。無可否認的，這並非是一項簡易的工作，教育部預定完成所給予的時間也十分緊湊。所幸，我們有一個認真負責、富有經驗、堅持理想的優秀工作團隊情義相挺，這是由一群長期參與課程設計與發展的教授所主導的專業團隊，他們帶領著多位教學經驗豐富的國高中數學教師，殫精竭力地執行這項任務。儘管時間有限，這群團隊寧可犧牲睡眠也全力捍衛品質的精神，所展現出的成果相信大家有目共睹，而這些成果背後意味的不只是期望為學習弱勢的學生盡一份心力，更多的是對這個社會的一份責任感。

儘管基本學習內容的訂定緣起於補救教學改採標準參照所衍生的工作事項，然而我們卻深知這項工作背後應有更為寬廣的意義，它不是為補救教學的工作而訂定的另一套綱要或參考教材，實際上，明確規範學生在國中階段需學會的基本數學內容與最基本需達到的表現，本身所代表的意涵已是不凡，所影響的層面也絕不容小覷。因而，在公聽會上，當一位從事補救教學多年的教師激動的說：「今天，我終於知道我需要在補救教學教什麼、可以在補救教學中怎麼做。」我們就知道，一切的努力有其價值。

補救教學絕不是一項簡易又討好的工作，而基本學習內容的訂定只是協助這項任務的順利進行的一個開端，後續搭配的還有相對應的檢測試題與教材的研發。至盼我們能透過這樣工作，對補救教學工作有實質上的幫助，也為「把每個學生都帶上來」這樣一個長遠目標留下一個歷史性的紀錄。最後，竭誠歡迎各位專家和讀者的批評與指正。

「補救教學基本學習內容」國民中學數學學習領域召集人



2012 年 7 月



## 參、補救教學基本學習內容使用指引

國中數學學習領域基本學習內容的訂定乃作為國中數學補救教學相關事項的依歸，供一般數學課堂教師、數學補救教學實施者、數學補救教學檢測命題者、數學補救教學學習材料研發與訂定者使用。

基本學習內容的訂定，以九年一貫數學學習領域課程綱要中分年細目為根據，逐年逐項探討各指標細目中所含基本學習內容與學生所需達到之基本學習表現，故以分年級、分指標訂定。

本使用指引包括基本學習內容「功能用途」、「檢測」、「教材教法」三部分。

### 一、基本學習內容功能用途

國中數學學習領域基本學習內容主要包括三部分，其功能與用途如下：

- (1) 第一部分羅列學生應學習的重要「基本學習內容」及針對這些內容應達到的「基本學習表現」。在基本學習表現的訂定上，考量數學認知或學習弱勢學生往往無法快速達成某些學習表現，而需要按部就班、循序漸進的認知發展，故除了條列學生學習後應達成的基本學習表現外，部分指標也涵蓋學習中應檢視的基本學習表現，以達到診斷及形成性評量的功能。
- (2) 第二部分為「說明」部分，針對基本學習內容與學習表現的範疇、教學、評量相關事項加以說明。部分九年一貫課程綱

要所列內容雖然為重要內容，但其複雜度過高，或涵蓋範疇過廣，不利數學認知或學習弱勢學生的學習，基本學習內容的訂定即在此部分加以限制。此部分也特別針對數學認知或學習弱勢學生的學習困難以及該如何針對這類學生進行教學或安排學習材料與活動加以說明，以作為數學教師與補救教學實施相關人員參考。

- (3) 第三部分為「範例」部分，針對各基本學習內容命題方面提供範例。這些範例強調檢測學生針對基本內容的基本學習表現，而非檢測需複雜思考或應用高階數學能力（如邏輯推理）這方面的表現。

## 二、基本學習內容檢測

針對學生是否需進行數學補救教學的檢測，命題上應以本書所定基本學習內容與基本學習表現為限。學生若能具備本基本學習內容所定範疇，表示其對於後續學習中不斷出現的數學概念、運算、過程、方法、解題策略等已具備基本的認識與處理能力，應有機會適應往後之數學學習。

## 三、基本學習內容教材教法

數學補救教學的實施及教學材料的研發應參考本書所示基本學習內容、基本學習表現及相關說明與範例。本書特別針對數學認知與學習弱勢學生的學習困難及相關教學議題加以說明，可作為一般課堂教師在教學時的參考，有助提升教學效果，照顧弱勢學生。補救教學的教師應特別注意本書對內容難度及學習表現的限制，避

免造成學生不必要的額外負擔。在教學方式上，補救教學的教師也應根據本書說明或示例中的精神，研發適合學生的教學方式。若補救教學由非合格數學教師實施，可參考本書之「數學名詞定義或說明」一節，增加對國中數學概念界定的瞭解。

數學補救教學教材的研發，應參考本書的說明與建議。教材的研發應盡量以(1)適合學生個別學習；(2)適合在教師協助下個別學習；(3)適合學生小組學習；(4)適合在教師協助下學生小組學習；(5)適合親子學習的方式為原則。教材應特別注重學生的認知心理邏輯，且盡量活潑生動以增加學生的學習意願。同時應安排足夠的學生練習活動以強化學習成效。

## 肆、補救教學基本學習內容

### 一、基本理念

觀夫內容結構之精美，自然理性之話語，天賦本能之延伸，兼此三者惟數學矣！以理推之，求學者應樂於賞，易於學，通於用，然常竊聞高低落差之象，是故，曰平易，曰艱澀，雖智者亦不敢以論斷也。

夫一晝一夜，溫故者新；一分一秒，師勤者功。默查一切，弗論難易，不計智愚，溫於故者則悟其新，師於勤者則彰其功，故云：「勤能補拙」，其言然矣。

又知與不知，盈虛依伏；達與不達，莫使不容。其於求學者，洞明之際如月之圓缺，相為依附；得意之別如物之偏全，豈能棄弱存強，故曰：「因材施教」，其此之謂乎！

是故，善學者其性能，以之學則窮其理而融通；不善學者其性惑，不得救則無所成，必致理不明，語不清，徒以懷憂喪志而無所得。故欲挽其失則宜視其多寡，考其難易，使高者減之，低者增之，而貴在折衷，使無有餘不足之累，相濟得所，勿陷太過弗及之窮也。

爰此，今舉「基本學習內容」，以進而求其安，教而盡其才，然後善於學也！

### 何謂基本學習內容

既知有餘不足，又知太過弗及，然後可為「基本學習內容」矣。古云：「不以規矩，不能成方圓」，無提綱摘要，不能法於後，故曰：銜國小而接高中職之謂旨；擇其重而不可缺之謂習；啟其學而合其知之謂施；救其失而顧其安之謂教。是故，其旨也，承先啟後；其習也，精微而達；

其施也，勿逾其能；其教也，使善於學。

### 何以知其重

夫數學者有三要，首推概念運算；次究過程方法，再論解題策略；凡後續學習所需，無使或缺，反復出現者，皆其重也，宜細推詳。餘者不足取，以靜其心，專其業也。

### 何以合其知

今之不善於學者，或失之信，或失之雜，或失之能，或失之本。夫然，則隱其學而苦其難，修其業而去必速。是故，為人師者，欲解其困，先教其易，待其從容，後盡其才。教其易，必辨其概念之深淺；知深淺，然後識其變化之契機；掌契機，則能引其思而學易成，此之謂盡其才，合其知是也。

### 何以辨深淺

夫數學概念之深淺，非有識之士不能為。簡易，適中，困難者，此深淺之概分。又兩重簡易歸適中，適中進一屬困難。而人之學也，雖有昏庸聰敏之別，然自恃則難，不限則易，豈能常哉？是故，深淺無定制，複合取不一，惟審時度勢也。

### 何以識其變

符號圖形者，皆言數學物，情境布題者，皆為數學景。數學物景，自其有簡單繁雜，通則特例之錯。依次聯貫，集成四象，概念之變，其由此乎！簡易無所制，故得四象；適中限特例，故得二象；惟困難獨用簡單特例。此七者，基本學習內容之所納也。

## 何以引其思

善教者，由淺至深，由簡至繁，當其可學之時而教，當其不勝之時而止。語而不叱，道而不倦，譬而不窮，引而不盡。語而不叱則信，道而不倦則樂，譬而不窮則易，引而不盡則思，信樂易思，可謂成矣！

## 基本學習內容之發展

夫基本學習內容，法於「課程綱要」則承先啟後；叩於「分年細目」則精微而達；解於「細目詮釋」則勿逾其能；定於「學習表現」則使善於學。乃毅然決然，將所得條列於此，使教學兩相裨益，以效補救教學之勞，并全數學師培之志。

太史公曰：《詩》有之：「高山仰止，景行行止。」雖不能至，然心嚮往之。

## 二、目的

「國民中學數學科補救教學基本學習內容」乃依據：（一）十二年國民基本教育之配套方案「國民小學及國民中學補救教學實施方案」、（二）教育部「研商國民小學各年級基本學習內容」會議紀錄，委託國立臺灣師範大學數學系研擬而成。其適用對象為我國七到九年級參與數學補救教學之學生。

所謂數學基本學習內容係指無論課程標準或課程綱要如何改變或教材如何重編，學生在該年級必須習得之最基本數學知能。凡無法通過依據基本學習內容所建置之檢測標準者，應參與補救教學。

訂定國中數學科補救教學基本學習內容之主要目的在：

(一) 藉以發展對應之補救教學教材，針對學習落後之學生進行補救教學，以提升國中學生數學能力；(二) 作為建構標準化測驗之參考，以檢核學生基本數學知能、篩選需進行補救教學之學生；(三) 落實國民中學數學教育，減低學生數學程度落差問題，以奠定國人數學能力的基礎。

### 三、基本學習內容定義

國民中學階段數學教育的主要目的為培養國民在生活上、社會中、銜接高中學習所需的數學知能。所謂國中數學基本學習內容，係指習得該內容即有助提升學生生活品質並能使學生在未來高中職課堂中具備基本的學習能力之最基本國中階段必須學習的數學內容。

在未來銜接高中職上，國中數學基本學習內容界定為在後續學習中重複出現、不斷被使用的數學概念、運算、過程、方法、解題策略等。學生需要習得這些內容，在未來才能對高中職數學及需要運用這些內容的學科具有學習的機會。數學是一科抽象、多變化，且概念延伸與串連廣泛的學科，這樣的特質使得許多內容複雜度頗高，題目更是千變萬化。然而，許多複雜與變化的內容或題目，並非學好高中職數學或數學相關學科的必要條件，在基本學習內容中將之排除。



## 四、設定原則

基本學習內容的設定主要根據二階層判準：上層判準為「後續學習上的重要性」，下層判準為「內容的難易度」：

### （一） 後續學習上的重要性：

後續學習數學及其他學科領域所需內容皆視為基本學習內容，包含：

- 在後續學習中不斷出現的概念及運算；
- 在後續學習中不斷使用的數學過程或方法；
- 在後續學習中不斷使用的解題策略。

### （二） 內容的難易度：

將各年段數學概念（內容）粗分為簡易概念、適中概念、困難概念。概念的難易並沒有絕對性，在某一年段的適中概念或困難概念，可能為下一年段的簡易概念。概念難易度的界定乃根據數學教育理論及有經驗教師之判斷。當內容符合下面條件時，即視為基本學習內容：

- 所有的單一簡易概念，包含特殊化與抽象化的數學物件（數值、圖形）或情境；
- 單一適中概念中，只含特例數學物件或情境之內容；
- 單一困難概念中，只含特例且簡易數學物件或情境之內容；
- 兩個以上簡易概念的複合內容，視為適中概念，

故針對這類複合內容，只含特例數學物件或情境之內容。

- 含一個適中概念(以上)及其他概念之複合內容，視為困難概念，故針對這類複合內容，只含特例且簡易數學物件或情境之內容。

## 五、基本學習內容

國中學生學習數學的困難來源包括教材的困難、教學適合度上的困難、學生認知與學習適應上的困難等等。在教材的困難上，可以從限制學習內容加以改善，但是在其他方面的困難，則需從對學生的要求上加以限制方能有成。故本基本學習內容，除了訂定哪些為「基本學習內容」外，也釐定針對這些內容，哪些表現是學生應該要達成的，以「基本學習表現」稱之。

以下將依七、八、九年級分別呈現國中各年級學生數學基本學習內容。

## 七年級

數與量	代數	幾何	統計與機率
1. 知道質數、合數的名稱與意義。★ <sup>1</sup>	1. 知道並能使用英文字母表示未知數。		
2. 知道質數的因數只有 1 和自己而已。	2. 認識係數為分數，形如 $ax$ 、 $ax \pm b$ 的一元一次式，知道 $ax$ 為 $a \times x$ 。		
3. 知道 1 不是質數，也不是合數。	3. 知道式子中括號的使用時機與意義。		
4. 知道偶數中只有 2 是質數，其他偶數皆不是質數。	4. 熟練係數為分數的一元一次式之代數運算。		
5. 熟記 20 以內的質數。	5. 認識係數為分數，形如 $ax \pm by$ 、 $ax \pm by \pm c$ 之二元一次式，知道同一個式子中 $x$ 與 $y$ 代表不同的數，但值可以相同。		
6. 能用埃拉托賽尼（Eratosthenes）篩選法，找出小於 100 的所有質數。	6. 熟練係數為整數的二元一次式之代數運算。		
7. 知道因數、倍數的名稱與意義。★	7. 能察覺生活情境中數量的關係。		
8. 知道 1 為任意整數的因數，而任意整數也為 1 的倍數。	8. 能使用一元一次式表示生活情境中之數量關係。		

<sup>1</sup> ★表示在本書附錄數學名詞定義或說明一節中有相關條目，以備查詢。

數與量	代數	幾何	統計與機率
9. 熟記因數判別法。★	9. 能使用二元一次式表示生活情境中之數量關係。		
10. 知道質因數的名稱與意義。★	10. 認識係數為分數、形如 $ax=0$ 、 $ax\pm b=0$ 、 $ax\pm b=cx\pm d$ 之一元一次方程式。		
11. 知道：某整數的質因數一定為該整數的因數。	11. 知道一元一次方程式中解的意義。★		
12. 知道：某整數的因數不一定為質數。	12. 能以一元一次方程式表示生活情境中相等的數量關係。		
13. 知道：若將某整數分解為其質因數的乘積，則稱此過程或結果為質因數分解。	13. 能理解等量公理。		
14. 熟練質因數分解的計算方法。	14. 能解簡易的一元一次方程式。		
15. 能用標準分解式表示某整數的質因數分解。	15. 在解簡易一元一次方程式中，能選擇恰當的解題步驟。		
16. 知道公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的名稱與意義。★	16. 認識係數為整數，形如 $ax=c$ 、 $by=c$ 、 $ax\pm by=c$ 之二元一次方程式。		

數與量	代數	幾何	統計與機率
17. 能用短除法求出兩整數的最大公因數及最小公倍數。	17. 知道二元一次方程式解的意義。		
18. 能用兩整數的標準分解式，求出該兩數的最大公因數及最小公倍數。	18. 能以二元一次方程式表示生活情境中相等的數量關係。		
19. 能解最大公因數與最小公倍數相關的簡單應用問題。	19. 認識二元一次聯立方程式的形式。		
20. 知道互質的名稱與意義。★	20. 知道二元一次聯立方程式解的意義。		
21. 能判別兩整數是否互質。	21. 能以二元一次聯立方程式表示生活情境中相等的數量關係。		
22. 知道約分、擴分的名稱與意義。★	22. 能熟練解簡易二元一次聯立方程式。		
23. 知道等值分數的意義。★	23. 知道函數是一種對應關係。★		
24. 知道：某分數的等值分數可藉由約分或擴分而得。	24. 能判斷生活情境中哪些關係是函數。		
25. 熟練分數的約分、擴分。	25. 能判斷簡易數的對應關係中哪些是函數。		

數與量	代數	幾何	統計與機率
26. 知道通分的名稱與意義。★	26. 知道從 $x$ 對應到 $ax+b$ 可將對應關係記為 $y=ax+b$ 或 $f(x)=ax+b$ 。		
27. 知道：兩異分母分數之加減，必須藉由通分後，再進行同分母分數之加減。	27. 知道 $y=ax+b$ 為一次函數 ( $a \neq 0$ )。★		
28. 熟練分數的加減運算。	28. 知道 $y=c$ 為常數函數。★		
29. 知道最簡分數的名稱與意義。★	29. 認識一次函數及常數函數的函數值。		
30. 能將某分數化為最簡分數。	30. 當知道 $x$ 的值時，能求出對應的函數值。		
31. 知道正數、負數的名稱。	31. 認識直角坐標平面相關數學用詞：縱軸、橫軸、 $x$ 軸、 $y$ 軸、象限、數對。★		
32. 知道：生活中常有性質相反的量，若其中一數以 $a$ 表示，則另一數以 $-a$ 表示。	32. 知道直角坐標平面上點的坐標與數對之對應情形。		
33. 知道相反數的名稱。	33. 認識直角坐標平面上原點的位置。		
34. 知道：若 $a$ 代表一數，則 $a$ 的相反數為 $-a$ ，同樣的， $-a$ 的相反數為 $a$ 。	34. 能判斷數對在直角坐標平面上位於哪個象限。		
35. 知道：比零大的數稱為正數；比零小的數稱為負數。	35. 能判斷各象限中，點的坐標之符號規則。		

數與量	代數	幾何	統計與機率
36. 知道 0 不是正數，也不是負數。	36. 熟練在直角坐標平面上描繪坐標數值簡單的點。		
37. 知道： $-(-a) = a$ 。	37. 能瞭解一次函數 $f(x) = ax + b$ 之表示方式與 $y = ax + b$ 是可互換的。		
38. 知道相反數的性質： $a + (-a) = 0$ ； $(-a) + a = 0$ 。	38. 知道一次函數 $y = ax + b$ ( $a \neq 0$ ) 及常數函數 $y = b$ ( $b \neq 0$ )、 $y = 0$ 在直角坐標平面上的圖形為直線，且常數函數的圖形為水平的直線。★		
39. 知道：若 $a$ 為正數，則 $-a$ 為負數；若 $a$ 為負數，則 $-a$ 為正數。	39. 能以描繪 $x$ 及其對應的函數值 $y$ 之方式，畫出一次函數及常數函數在直角坐標平面上的圖形。		
40. 知道：若 $a$ 代表一數，則 $-a$ 不一定是負數。	40. 能以找出兩點的方式畫出一次函數及常數函數在直角坐標平面上的圖形。		
41. 知道絕對值的名稱與意義。★	41. 能將整係數二元一次方程式 $ax = c$ 、 $by = c$ 轉換為 $x = \frac{c}{a}$ 與 $y = \frac{c}{b}$ 。		
42. 知道 0 的絕對值為 0。	42. 知道兩點決定一直線。		



數與量	代數	幾何	統計與機率
43. 知道絕對值的符號。	43. 知道二元一次方程式的圖形為所有解所形成的圖形。★		
44. 知道：任意數（整數、分數、小數）的絕對值必定大於或等於 0。	44. 知道二元一次方程式的圖形為直線。		
45. 知道：兩負數中，其絕對值愈大者，則其值就愈小；反之，其絕對值愈小者，則其值就愈大。	45. 能以整係數二元一次方程式 $ax \pm by = c$ 的二個解畫出其圖形。		
46. 能計算絕對值算式。	46. 能畫出形如 $x = a$ 及 $y = b$ 的二元一次方程式之圖形。		
47. 熟練： $a + (-b) = a - b$ ； $a - (-b) = a + b$ 。	47. 知道水平線的方程式形如 $y = b$ ，鉛垂線的方程式形如 $x = a$ 。★		
48. 熟練： $(-a) - b = -(a + b)$ 。	48. 知道縱軸為二元一次方程式 $x = 0$ 的圖形，橫軸為二元一次方程式 $y = 0$ 的圖形。		
49. 熟練： $a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$ ； $(-a) \times (-b) = a \times b$ 。	49. 知道兩個二元一次方程式圖形的交點為其聯立方程式的解。		

數與量	代數	幾何	統計與機率
50. 知道： $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ ( $b \neq 0$ )。	50. 能在一直角坐標平面上畫出二元一次聯立方程式的圖形，並知道解的位置及其約略坐標。★		
51. 知道：若 $a, b, c$ 為 3 個正整數且 $b \neq 0$ ，則帶分數 $-a\frac{c}{b} = -(a\frac{c}{b}) = -(a + \frac{c}{b}) = -a - \frac{c}{b}$ 。	51. 察覺生活情境中數量的大小關係。		
52. 知道：若 $a, b, c$ 為 3 個數字，則小數 $-a.bc = -(a.bc) = -(a + 0.bc) = -a - 0.bc$ 。	52. 認識係數為分數、形如 $ax + b \geq 0$ 、 $ax + b \geq cx + d$ 等一元一次不等式（含其他 $\leq$ 、 $>$ 、 $<$ 之不等式）。		
53. 熟練： $a \div b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ ( $b \neq 0$ )。	53. 能將生活中非相等關係的用語，如：不小於、不大於、不超過、未滿、未達等轉化為相對應的 $\geq$ 、 $\leq$ 或 $<$ 符號。		
54. 熟練： $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ( $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ )。	54. 能將「以上（含）」、「以下（含）」轉換為 $\geq$ 、 $\leq$ 符號。		
55. 知道：一個數加上另一個數後，不一定比原來的數大，需視後者是正數或是負數才能決定。亦即， $a + \text{正數} > a$ ； $a + \text{負數} < a$ 。	55. 能根據生活情境列出簡易一元一次不等式。		

數與量	代數	幾何	統計與機率
56. 知道：一個數減去另一個數後，不一定比原來的數小，需視後者是正數或是負數才能決定。亦即， $a - \text{正數} < a$ ； $a - \text{負數} > a$ 。	56. 理解一元一次不等式的解乃 $x$ 值的可能範圍。		
57. 知道：先乘除後加減的運算順序。	57. 能對如 $a \leq x$ 這類 $x$ 在不等號右邊的式子與 $x \geq a$ 這種 $x$ 在等號左邊的式子進行轉換。		
58. 熟練：數的四則混合運算。	58. 能熟練以等量公理解簡易一元一次不等式。		
59. 知道： $a + b = b + a$ ； $a \times b = b \times a$ 。	59. 知道 $x$ 的範圍所對應數線上的區間。		
60. 知道： $(a + b) + c = a + (b + c)$ ； $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。	60. 能將一元一次不等式的解標示在數線上。		
61. 知道： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ ； $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$ 。			
62. 知道： $c \times (a + b) = c \times a + c \times b$ ； $c \times (a - b) = c \times a - c \times b$ 。			
63. 知道：在數線上，0 的位置稱為原點，以 $O$ 表示。			

數與量	代數	幾何	統計與機率
64. 知道：若 $a$ 為正數（含整數、分數、小數），則 $a$ （正數）標記在原點的右邊位置，且距離原點 $a$ 個單位長； $-a$ （負數）標記在原點的左邊位置，且距離原點 $a$ 個單位長。			
65. 知道「點的坐標」之名稱、意義及記法。 ★			
66. 知道：若 $A$ 為數線上原點右方的點，且距離原點 $a$ （正數）個單位長，則 $A$ 所對應的數為 $a$ ，以 $A(a)$ 表示；若 $A$ 為數線上原點左方的點，且距離原點 $a$ （正數）個單位長，則 $A$ 所對應的數為 $-a$ ，以 $A(-a)$ 表示。			
67. 知道：在數線原點左方的點之坐標為負數，右方的點之坐標為正數。			
68. 知道：若 $a$ 不為 0，在數線上， $a$ 與 $-a$ 所對應的點和原點距離相同但方向相反。			
69. 知道：在數線上，越左邊的數越小，越右邊的數越大。			

數與量	代數	幾何	統計與機率
70. 能利用兩數在數線上相對的位置，判別該兩數的大小關係。			
71. 能用符號「 $>$ 、 $<$ 」表示兩相異數的大小關係。			
72. 知道：某數的絕對值可表示為該數在數線上所對應的點與原點的距離。			
73. 知道：在數線上，兩數所對應的點距離原點愈遠者，則其絕對值愈大。			
74. 知道：在數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離為 $ a-b $ 或 $ b-a $ 。			
75. 知道：在數線上，若 $b > 0$ ，則 $a+b$ 乃從 $a$ 向右移 $b$ 個單位所得的數，而 $a-b$ 乃從 $a$ 向左移 $b$ 個單位所得的數。			
76. 能找出數線上兩點的中點坐標。			
77. 知道： $x > a$ 表示所有大於 $a$ 的數之範圍，並能在數線上標記。			

數與量	代數	幾何	統計與機率
78. 知道： $x \geq a$ 表示所有大於或等於 $a$ 的數之範圍，並能在數線上標記。			
79. 知道： $x < a$ 表示所有小於 $a$ 的數之範圍，並能在數線上標記。			
80. 知道： $x \leq a$ 表示所有小於或等於 $a$ 的數之範圍，並能在數線上標記。			
81. 知道： $a < x < b$ 表示所有大於 $a$ 且小於 $b$ 的數之範圍，並能在數線上標記。			
82. 知道： $a^n = \overbrace{a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{個}}$ ( $n$ 為正整數)。			
83. 知道： $a^0 = 1$ ( $a \neq 0$ )。			
84. 能計算出含 $a^n$ 算式的值。			
85. 知道：若 $n$ 為奇數，則 $(-a)^n = -(a^n)$ ；若 $n$ 為偶數，則 $(-a)^n = a^n$ 。			
86. 知道：若 $n$ 為偶數，則 $a^n \geq 0$ 。			

數與量	代數	幾何	統計與機率
87. 知道： $a^n \times a^m = a^{n+m}$ 。			
88. 知道： $(ab)^n = a^n b^n$ 。			
89. 知道： $(a^n)^m = a^{n \times m}$ 。			
90. 知道： $a^n \div a^m = a^{n-m}$ ( $n \geq m$ )。			
91. 知道科學記號的名稱。			
92. 知道：若 $n$ 為正整數，則 $10^n = \overbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}^{n \text{ 個 } 10} = \overbrace{100 \cdots 0}^{n \text{ 個 } 0}。$			
93. 知道：若 $n$ 為正整數，則 $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \overbrace{0.00 \cdots 01}^{n-1 \text{ 個 } 0}。$			
94. 知道科學記號表示法是將正數表示成 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， $a$ 為整數。			
95. 能將正數用科學記號表示。			
96. 能寫出科學記號 $a \times 10^n$ 所代表的數。			

數與量	代數	幾何	統計與機率
97. 能比較兩科學記號所代表的數之大小。			
98. 知道比的名稱、意義與記法。★			
99. 知道比值的名稱與意義。★			
100. 知道比例式的名稱、意義與記法。★			
101. 知道正比的名稱與意義。★			
102. 知道反比的名稱與意義。★			
103. 能解決生活情境中有關比例的問題。			
104. 知道：若 $a:b=c:d$ ，則 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 或 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ 。			
105. 知道：若 $a:b=c:d$ ，則 $ad=bc$ 。			
106. 知道：若 $ax=by$ ， $a$ 、 $b$ 為正整數，則 $x:y=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=b:a$ 。			
107. 知道：若 $a:b=c:d$ ，則 $a:c=b:d$ 。			



數與量	代數	幾何	統計與機率
108.知道：若 $a:b=c:d$ ，則 $a=ck$ ， $b=dk$ ( $k \neq 0$ )。			
109.能進行比例式的基本運算。			
110.知道連比的名稱與意義。★			
111.知道連比例式的名稱與意義。★			
112.能將兩個比例式化為連比例式。			
113.知道：若 $a:b:c=d:e:f$ ，則 $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ 。			
114.知道：若 $ax=by=cz$ ，則 $x:y:z=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}=b \times c:c \times a:a \times b$ 。			
115.知道：若 $a:b:c=d:e:f$ ，則 $a=dk$ ， $b=ek$ ， $c=fk$ ( $k \neq 0$ )。			
116.能做連比例的基本運算。			
117.能解決生活情境中有關比例的問題。			



## 八年級

數與量	代數	幾何	統計與機率
1. 知道平方根（或二次方根）、正平方根、負平方根的名稱與意義。★	1. 熟練 $c(a+b)$ 與 $(a+b)c$ 的展開，其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 為整數。	1. 知道點、直線、線段、射線、角、三角形及其常用符號。	
2. 知道：由於任意數（整數、分數、小數）的平方必定大於或等於 0，故 $\sqrt{a}$ 僅能在 $a$ 不為負數時才有意義。	2. 知道乘法公式： $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ ，其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 為整數。	2. 知道凸多邊形；知道正多邊形的各邊相等，各角相等。	
3. 知道： $\sqrt{0} = 0$ 。	3. 知道乘法公式： $(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 為整數。	3. 知道銳角、直角、鈍角名稱及概念	
4. 知道：若 $a > 0$ ， $(\sqrt{a})^2 = a$ ， $(-\sqrt{a})^2 = a$ ，亦即 $\pm\sqrt{a}$ 皆為 $a$ 的平方根。	4. 知道乘法公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，其中 $a$ 、 $b$ 為整數。	4. 知道兩角角度和為 90 度時，稱此兩角互為餘角。	
5. 知道： $x^2 = a$ ( $a > 0$ ) 恰好有兩個解 $\pm\sqrt{a}$ 。	5. $a$ 為整數時，能將 $(ax)^2$ 展開為 $bx^2$ ，其中 $b = a^2$ 。	5. 知道兩角兩角角度和為 180 度時，稱此兩角互為補角	
6. 知道： $\sqrt{a^2} =  a $ 。	6. 認識 $x$ 的多項式。★	6. 知道對頂角相等	

數與量	代數	幾何	統計與機率
7. 知道：若 $a > b > 0$ ， $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。	7. 認識單項式。	7. 知道同位角、內錯角、同側內角名稱及概念	
8. 知道：若 $a > 0$ ， $n\sqrt{a} \pm m\sqrt{a} = (n \pm m)\sqrt{a}$ 。	8. 認識常數多項式。★	8. 知道角平分線將一個角平分	
9. 知道：若 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 。	9. 認識 $x$ 的多項式相關名詞， 如：項、項數、係數、常數項、次數、一次項、二次項、最高次項。	9. 知道凸多邊形外角的名稱及概念。	
10. 知道：若 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 。	10. 知道 $ax^2$ 為 $a \cdot x \cdot x$ 及 $ax^3$ 為 $a \cdot x \cdot x \cdot x$ 。	10. 知道任意凸多邊形外角和為 360 度。	
11. 能進行簡單的方根計算。	11. 能將 $x$ 的多項式作升冪(升次)排列、降冪(降次)排列。 ★	11. 知道凸多邊形不相鄰的兩頂點連線，稱為對角線。	
12. 知道：若 $a > b > c > 0$ ， $\sqrt{a} > \sqrt{b} > \sqrt{c}$ 。	12. 認識同類項。	12. 知道由一個頂點能將凸多邊形分割成幾個三角形。	
13. 能用查表求平方根的近似值。	13. 熟練兩整係數多項式的加、減法運算。	13. 知道多邊形的邊數時，能算出多邊形的內角和。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
14. 能用電算器求平方根的近似值。	14. 熟練整係數單項式乘以整係數單項式的代數運算。	14. 知道三角形的外角為兩個不相鄰的內角和。	
15. 知道：若 $a > 0$ ，在數線上可以找到坐標為 $\pm\sqrt{a}$ 的點。	15. 熟練整係數多項式的乘法運算。	15. 知道平行線的概念及符號。	
16. 知道最簡根式的名稱與意義。★	16. 熟練整係數單項式除以整係數單項式的代數運算。	16. 知道兩平行線被一直線所截的內錯角相等、同位角相等、同側內角互為補角。	
17. 能使用算式、或分配律、或和的平方、或平方差等代數式進行運算，並將根式化簡至最簡根式。	17. 認識被除式、除式、商式、餘式、整除。	17. 知道兩平行線被一直線所截時，若內錯角相等、或同位角相等、或同側內角互為補角，則兩直線平行。	
18. 知道數列的名稱與意義。★	18. 熟練以長除法或分離係數法進行整係數多項式的除法運算。	18. 知道角平分線的名稱及意義。	
19. 知道：在數列中，數的次序十分重要，所以，每一數含有雙重意義，第幾項和本身的數值。	19. 能以被除式=除式×商式+餘式的式子表示被除式、除式、商式和餘式之間的關係。	19. 認識對稱軸、對稱點、對稱線段、對稱角等名稱。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
20. 知道： $a_1$ 代表數列中第 1 項的數值， $a_2$ 代表數列中第 2 項的數值， $a_3$ 代表數列中第 3 項的數值， $\cdots$ ， $a_n$ 代表數列中第 $n$ 項的數值，其中 $n$ 為任意正整數等。	20. 熟練整係數多項式的簡易加、減、乘法混合運算。	20. 知道線對稱圖形中，對稱線段相等，對稱角相等。	
21. 能發現數列的規則性。	21. 知道整係數多項式中，整除的意義。	21. 知道對稱軸是通過兩對稱點連線段的中點，知道對稱軸垂直該線段，知道對稱軸是該線段的垂直平分線。	
22. 知道等差數列的名稱與意義。★	22. 能利用除法判別兩整係數多項式間是否有因式、倍式的關係(商、餘式亦為整係數)。	22. 知道對稱軸上的點到兩個對稱點所做的線段相等，且這兩線段與對稱軸的夾角也會相等。	
23. 能判別一數列是否等差數列。	23. 能利用除法將整係數二次多項式寫成兩個整係數一次式相乘的形式。	23. 知道等腰三角形、菱形、矩形、正方形、箏形、等腰梯形是對稱圖形，能指出它們的對稱軸及相應的對稱邊、對稱角。	
24. 知道首項、前項、後項、公差、第 $n$ 項的名稱。	24. 知道因式分解的用語。	24. 認識多邊形全等的定義：兩多邊形若邊對應相等，且角對應相等，則此兩多邊形全等。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
25. 知道：在等差數列中，第一項稱為首項，以 $a_1$ 表示；任何相鄰兩項，前者稱為前項，後者稱為後項；後項減前項的值稱為公差，以 $d$ 表示。	25. 能從因式分解的形式判別多項式的因式、倍式(以整係數為限)。	25. 知道兩全等多邊形的對應頂點、對應邊、對應角。	
26. 知道：公差 $d = a_{m+1} - a_m$ ，其中 $m$ 為任意正整數。	26. 能判別兩個整係數多項式(至多二次)的公因式。(公因式亦限制為整係數)	26. 知道兩三角形全等的基本性質 SAS、SSS、ASA、AAS、RHS，且能利用這些性質判別兩三角形是否全等。	
27. 知道：第 $n$ 項 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中 $n$ 為任意正整數， $d$ 為公差。	27. 能利用提出整係數的公因式作整係數二次多項式的因式分解。	27. 知道垂直平分線上任一點到線段兩端點等距離。	
28. 給定一等差數列，能依題意求出：公差 $d$ 、或第 $n$ 項 $a_n$ 、或第 $m$ 項 $a_m$ ( $m$ 為特定正整數)、或某數為第幾項等。	28. 能用乘法公式因式分解整係數二次多項式。	28. 知道平面上一點若到線段兩端點等距時，此點會在線段的垂直平分線上。	
29. 知道等差級數的名稱與意義。★	29. 能熟練用十字交乘法因式分解整係數二次多項式。	29. 知道角平分線上任一點到角的兩邊等距離。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
30. 知道等差級數為一數值。	30. 認識從具體情境中列出的一元二次方程式。	30. 知道角內部一點到角的兩邊等距時，此點在此角的平分線上。	
31. 知道等差級數 $s_n$ 的和之公式為： $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ ，其中 $a_1$ 、 $a_n$ 為原等差數列之首項及第 $n$ 項。	31. 認識一元二次方程式的通式為 $ax^2 + bx + c = 0$ ， $a \neq 0$ 。	31. 知道以直角三角形三邊分別作出的正方形中，斜邊的正方形面積會等於兩股正方形面積的和。	
32. 知道等差級數 $s_n$ 的和之公式為： $s_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，其中 $a_1$ 、 $d$ 為原等差數列之首項及公差。	32. 能檢驗整係數一元二次方程式的解或根。	32. 熟練畢氏定理及其公式：若 $a, b$ 分別為直角三角形的兩股長， $c$ 為斜邊長，則 $c^2 = a^2 + b^2$ 。	
33. 能解決等差級數問題。	33. 能理解若 $a \cdot b = 0$ ，則 $a = 0$ 或 $b = 0$ 。	33. 能解決生活中，簡單的畢氏定理應用問題(知道兩邊能求出第三邊)。	
	34. 能熟練用十字交乘法解整係數一元二次方程式。	34. 給予已知坐標之兩點，能算出兩點的距離。	



數與量	代數	幾何	統計與機率
	35. 能用乘法公式解整係數一元二次方程式。	35. 知道三角形任意兩邊之和大於第三邊，任意兩邊差小於第三邊。	
	36. 能熟練用提公因式法解整係數一元二次方程式。	36. 知道等腰三角形兩底角相等。	
	37. 能熟練地將首項係數為 1、整係數二次多項式配成完全平方式。(過程中亦均為整係數)	37. 知道若三角形有兩角相等，則這個三角形就是等腰三角形。	
	38. 能用配方法解首項係數為 1、整係數一元二次方程式。(配方過程中亦均為整係數)	38. 知道三角形大邊對大角。	
	39. 能用公式解整係數一元二次方程式。	39. 知道三角形大角對大邊。	
	40. 知道整係數一元二次方程式的判別式。	40. 知道如何以尺規作圖作出與已知線段相等的線段。	
	41. 能用判別式判斷一元二次方程式解的情形。	41. 知道如何以尺規作圖作出與已知角相等的角。	
		42. 知道如何以尺規作圖作出一線段的垂直平分線及其中點。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
		43. 知道如何以尺規作圖作出一角的角平分線。	
		44. 知道三角形三個角都是銳角的三角形，稱為銳角三角形。	
		45. 知道三角形有一個角是鈍角的三角形，稱為鈍角三角形。	
		46. 有一個角是直角的三角形，稱為直角三角形。	
		47. 知道 $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$ 三角形邊長的比是 $1:\sqrt{3}:2$ 。	
		48. 知道 $45^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ 三角形邊長的比是 $1:1:\sqrt{2}$ 。	
		49. 給予正三角形的邊長，能求出此正三角形的高及面積。	
		50. 知道平行四邊形的一條對角線，將平行四邊形分割成兩個全等的三角形。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
		51. 知道平行四邊形兩組對邊相等。	
		52. 知道平行四邊形兩組對角相等。	
		53. 知道平行四邊形對角線互相平分。	
		54. 知道若四邊形的兩組對邊分別相等，則此四邊形必為平行四邊形。	
		55. 知道若四邊形的兩組對角分別相等，則此四邊形必為平行四邊形。	
		56. 知道若四邊形的一組對邊平行且相等，則此四邊形必為平行四邊形。	
		57. 知道等腰三角形頂角的平分線垂直平分底邊，且兩底角相等。	
		58. 知道菱形對角線互相垂直平分。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
		59. 知道箏形有一對角線為另一對角線之垂直平分線。	
		60. 知道正方形對角線互相垂直平分且相等。	
		61. 能利用前述垂直平分相關性質，作簡單的計算。	
		62. 知道梯形中線的意義。	
		63. 知道梯形中線平行於上下兩底，且為上下兩底和的一半。	
		64. 知道等腰梯形兩底角相等。	
		65. 能根據菱形（矩形、正方形）的定義及平行四邊形判別性質推知菱形（矩形、正方形）為平行四邊形。	
		66. 能根據正方形、矩形、菱形的定義推知正方形是矩形，也是菱形。	

數與量	代數	幾何	統計與機率
		67. 熟練計算矩形、平行四邊形、三角形、梯形、菱形、箏形、圓的面積。	
		68. 能求出兩個以下基本圖形構成較簡單的複合圖形的面積。	
		69. 知道圓心、半徑、直徑、弦、弧、圓心角、弓形、扇形名稱與意義。	
		70. 在已知圓心角 $q^\circ$ 時，能知道弧長是圓周長的 $\frac{q}{360}$ 倍、扇形面積也會是圓面積的 $\frac{q}{360}$ 倍。	
		71. 已知圓心角及半徑能求出弧長。	
		72. 已知圓心角及半徑能求出扇形面積。	

## 九年級

數與量	代數	幾何	統計與機率
	1. 能以具體情境來理解二次函數。★	1. 知道圖形縮放前後，幾何圖形的對應點、對應線段、對應邊、對應角	1. 知道次數分配表、累積次數分配表的名稱與意義。★
	2. 認識二次函數的形式為 $y = ax^2 + bx + c$ 或 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )。	2. 知道圖形縮放前後，圖形對應線段長的比值為定數	2. 知道相對次數分配表、累積相對次數分配表的名稱與意義。★
	3. 能求二次函數的函數值。	3. 知道圖形縮放前後，對應角的角相等	3. 知道：「累積次數分配表」和「累積相對次數分配表」可提供資料在整體中所佔的相對位置。
	4. 能利用描點的方法繪製二次函數 $y = ax^2$ 的圖形。	4. 知道圖形縮放倍數大於 1 時圖形變大；縮放倍數小於 1 時，圖形變小；縮放倍數為 1 時，圖形大小不變（全等）。	4. 能將原始資料整理成次數分配表、或累積次數分配表。
	5. 知道二次函數的圖形為拋物線。	5. 知道縮放倍數及一個邊長，能求出未知對應邊的長。	5. 能將原始資料整理成相對次數分配表、或累積相對次數分配表。

數與量	代數	幾何	統計與機率
	6. 知道拋物線是對稱圖形。	6. 知道一組對應邊長，能求出縮放的倍數	6. 知道：長條圖、直方圖、或折線圖的名稱。
	7. 能根據 $x^2$ 項的係數來判斷二次函數的開口方向。	7. 知道若兩多邊形相似的意義及符號 $\sim$ ：邊對應成比例且角對應相等，則兩個多邊形相似	7. 知道：長條圖中的長條之間有適當的距離作為間隔。
	8. 能夠找出二次函數的頂點坐標(最高或最低點)。	8. 知道邊數相同的正多邊形必相似	8. 知道：長條圖適合用於表現離散的資料。
	9. 能將係數為整數的二次函數以配方法推演成 $y = a(x \pm h)^2 \pm k$ 的形式(包含整個配方過程各項係數皆保持為整係數)。	9. 知道兩多邊形相似時，能透過比例，由已知邊長求出未知的邊長	9. 知道：直方圖中的長條之間沒有間隔，資料應依序排列。
	10. 能標出頂點，並找出拋物線上另兩個點，進而畫出二次函數的圖形。	10. 知道三角形的 AAA、AA、SAS、SSS 相似性質，且能利用這些性質判斷兩三角行是否相似。	10. 知道：直方圖、折線圖適合用於表現連續的資料。

數與量	代數	幾何	統計與機率
	11. 知道二次函數頂點的 $y$ 坐標為函數的最大值或最小值。	11. 透過實例或簡單推理知道相似三角形面積之比為對應邊(或對應高)平方之比	11. 知道：長條圖或直方圖之製作皆依各組之順序在橫軸上標示其位置，再將各組的值標示在橫軸上方所對應的位置，並畫出長條。若離散資料，則長條間應有相同的適當間隔；若連續資料，則長條間應緊密相鄰。
	12. 知道當 $x$ 的值為頂點的 $x$ 坐標時，二次函數有最大值或最小值。	12. 能透過前述相似形相關的比例關係，解決線段或面積的數值問題	12. 知道：長條圖或直方圖之長條應同寬。
	13. 能由函數圖形理解二次函數的最小值或最大值。	13. 知道若一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。	13. 能說出長條圖或直方圖各長條所代表之事物。
	14. 能由二次函數圖形的開口方向判斷其有最大值或最小值。	14. 知道若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。	14. 知道：折線圖之製作是將各組依順序在橫軸上標示其位置，再將各組的值標示在橫軸上方所對應的位置，並串連成線。
		15. 知道三角形一邊的平行線截出的三角形與原來的三角形相似。	15. 能說出折線圖各點所代表之事物。



數與量	代數	幾何	統計與機率
		16. 能使用「相似形對應邊成比例」性質，解決簡單的應用問題。	16. 能解讀各式統計圖表。
		17. 知道圓周角的意義。	17. 知道平均數的名稱與意義。★
		18. 知道圓心角的度數等於所對弧的度數。	18. 知道：平均數 $= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}。$
		19. 知道同弧所對的圓周角是所對圓心角的一半。	19. 知道中位數的名稱與意義。★
		20. 知道圓周角的度數等於所對弧度數的一半。	20. 知道：中位數使落在兩邊的資料呈現出個數的平衡，亦即，左邊資料的個數與右邊資料的個數相同。
		21. 知道多邊形頂點在同一圓上時，此多邊形稱為圓的內接多邊形，此圓稱為多邊形的外接圓。	21. 知道眾數的名稱與意義。★
		22. 知道圓內接四邊形的對角互補。	22. 知道平均數、中位數與眾數均可以某種程度地表示整筆資料集中的位置。

數與量	代數	幾何	統計與機率
		23. 知道圓內接三角形的一邊為直徑時，此三角形必為直角三角形。	23. 知道平均數易受極端值影響，而中位數及眾數則不受影響。
		24. 知道點與圓心的距離小於半徑時，點在內部；距離等於半徑時，點在圓上；距離小於半徑時，點在圓外。	24. 能計算平均數、中位數與眾數。
		25. 知道弦的垂直平分線必通過圓心；知道過圓心而垂直弦的直線必平分此弦。	25. 能解決簡單平均數問題。
		26. 知道大弦對小弦心距、等弦對等弦心距，反之亦然。	26. 知道全距的名稱與意義。★
		27. 知道直線與圓的關係：不相交、相切（切線）、交於兩點（割線）。	27. 知道：全距較大，資料極端值差距大；全距較小，資料極端值差距小。
		28. 知道圓外一點作圓的兩條切線段長相等，並能求其長度。	28. 知道第 1 四分位數、第 2 四分位數、第 3 四分位數的名稱與意義。

數與量	代數	幾何	統計與機率
		29. 知道兩圓的關係：內離、內切、相交於兩點、外切、外離。	29. 知道四分位距的名稱。
		30. 能利用半徑和、半徑差、連心線長來判斷兩圓位置的關係。	30. 知道第 2 四分位數為中位數。
		31. 知道兩圓的內公切線、外公切線、及其條數。	31. 知道：四分位距=第 3 四分位數－第 1 四分位數。
		32. 知道多面體、頂點、面、邊、側面的意義	32. 知道全距與四分位距均可以某種程度地表示整筆資料的分散程度。
		33. 知道球、直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的相關名稱及意義	33. 知道全距易受極端值影響，而四分位距則不易受極端值影響。
		34. 知道直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的展開圖	34. 知道盒狀圖的名稱。

數與量	代數	幾何	統計與機率
		35. 知道直圓柱底面圓的周長等於展開圖中矩形的一邊長	35. 知道：盒狀圖之製作是在橫軸上方選取一水平直線，然後將最小數、第 1 四分位數、第 2 四分位數（中位數）、第 3 四分位數、和最大數標示在該直線上，再畫出下方之圖形。
		36. 知道直圓錐底面圓的周長等於展開圖中扇形的弧長	36. 能說出盒狀圖各要素所代表之事物，例如最小值是多少？
		37. 能利用展開圖，計算直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的側面積及表面積。	37. 能解讀盒狀圖相關的資料，例如全距是多少。
		38. 在提供展開圖的狀況下，學生能計算長方體表面上兩點之最短距離。	38. 知道百分位數的名稱與意義。 ★
		39. 知道直角柱、直圓柱的體積為底面積與高的乘積	39. 知道：在總資料中位於第 10 個等分的資料值稱為第 10 百分位數。

數與量	代數	幾何	統計與機率
			40. 知道：在總資料中位於第 25 個等分的資料值稱為第 25 百分位數，亦即第 1 四分位數。
			41. 知道：在總資料中位於第 50 個等分的資料值稱為第 50 百分位數，亦即第 2 四分位數或中位數。
			42. 知道：在總資料中位於第 75 個等分的資料值稱為第 75 百分位數，亦即第 3 四分位數。
			43. 知道：在總資料中位於第 90 個等分的資料值稱為第 90 百分位數。
			44. 知道百分位數表示某資料組在總資料中的相對位置。
			45. 能說出百分位數所代表的事物，例如有 10% 的資料小於第 10 百分位數。

數與量	代數	幾何	統計與機率
			46. 能解讀百分位數相關的資料，例如第 $n$ 百分位數是多少。
			47. 能求出百分位數。
			48. 知道機率的名稱。
			49. 知道：若一件事有 $n$ 種可能發生的結果，而且每種結果發生的機會相等，那麼，每種結果 $E$ 發生的機率為 $\frac{1}{n}$ 。
			50. 知道：若一件事有 $n$ 種可能發生的結果，而且每種結果發生的機會相等。如果有 $m$ 種可能結果滿足某特定事件 $A$ （條件），那麼，該特定事件 $A$ 發生的機率為 $\frac{m}{n}$ 。
			51. 知道機率大於等於 0，且小於等於 1。

數與量	代數	幾何	統計與機率
			52. 知道機率等於 0 表示事件 $A$ 不可能發生；機率等於 1 表示事件 $A$ 一定發生。
			53. 能從重複實驗中體會：某事件 $A$ 發生的機率與重複實驗的統計結果不一定相同。
			54. 能分辨「取後放回」與「取後不放回」的簡單隨機實驗對基本事件之影響。
			55. 能計算簡單機率問題。





## 六、基本學習內容各年級指標

### (一) 七年級

#### 數與量領域

7-n-01	能理解質數的意義，並認識 100 以內的質數。	N-4-01
--------	-------------------------	--------

#### 基本學習內容

7-nc-01-1 質數的意義

7-nc-01-2 100 以內的質數

#### 基本學習表現

7-ncp-01-1 知道質數、合數的名稱與意義。★<sup>2</sup>

7-ncp-01-2 知道質數的因數只有 1 和自己而已。

7-ncp-01-3 知道 1 不是質數，也不是合數。

7-ncp-01-4 知道偶數中只有 2 是質數，其他偶數皆不是質數。

7-ncp-01-5 熟記 20 以內的質數。

7-ncp-01-6 能用埃拉托賽尼（Eratosthenes）篩選法，找出小於 100 的所有質數。

說明：

- 本基本學習內容宜與 7-nc-02 一起學習。
- 本基本學習內容限制在正整數的範圍中。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 本基本學習內容為國小 6-n-01（質數、合數）之後續學習概念，故學生對相關名稱及概念應有某程度之認識。

<sup>2</sup> ★表示在本書附錄數學名詞定義或說明一節中有相關條目，以備查詢。

- 對部分學生而言，「質數」和「合數」為互補的概念，換言之，某數若不是「質數」便是「合數」，反之亦然。因此，應安排教學活動使學生能體認此想法有不足之處。
- 針對小於 100 的質數之篩選，可以嘗試說明只需驗證至質數 7 便可，而不強制要求學生理解。例如：若某數的最小質因數為 11，那麼，該數一定大於 100 ( $11 \times 11 = 121$ )。
- 不要求學生藉由記憶，知道 20 以上，100 以內的質數。

範例：

1. 下列選項中表示的數，哪一個是質數？

- (A)  $2 \times 13$
- (B)  $1 \times 12$
- (C)  $1 \times 17$
- (D)  $7 \times 13$

2. 大於 26 且小於 48 的質數有幾個？

						27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47			

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

7-n-02	能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。	N-4-01 N-4-02 N-4-09
--------	---	----------------------------

基本學習內容

7-nc-02-1 因數、倍數的意義

- 7-nc-02-2 因數判別法：2、3、5、11
- 7-nc-02-3 質因數的意義
- 7-nc-02-4 質因數分解的意義
- 7-nc-02-5 質因數分解的計算方法
- 7-nc-02-6 質因數分解的標準分解式
- 7-nc-02-7 公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義
- 7-nc-02-8 兩整數的最大公因數及最小公倍數之計算方法
- 7-nc-02-9 互質的意義

#### 基本學習表現

- 7-ncp-02-1 知道因數、倍數的名稱與意義。★
- 7-ncp-02-2 知道 1 為任意整數的因數，而任意整數也為 1 的倍數。
- 7-ncp-02-3 熟記因數判別法。★
- 7-ncp-02-4 知道質因數的名稱與意義。★
- 7-ncp-02-5 知道：某整數的質因數一定為該整數的因數。
- 7-ncp-02-6 知道：某整數的因數不一定為質數。
- 7-ncp-02-7 知道：若將某整數分解為其質因數的乘積，則稱此過程或結果為質因數分解。
- 7-ncp-02-8 熟練質因數分解的計算方法。
- 7-ncp-02-9 能用標準分解式表示某整數的質因數分解。
- 7-ncp-02-10 知道公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的名稱與意義。★
- 7-ncp-02-11 能用短除法求出兩整數的最大公因數及最小公倍數。
- 7-ncp-02-12 能用兩整數的標準分解式，求出該兩數的最大公因數及最小公倍數。
- 7-ncp-02-13 能解最大公因數與最小公倍數相關的簡單應用問題。
- 7-ncp-02-14 知道互質的名稱與意義。★
- 7-ncp-02-15 能判別兩整數是否互質。

說明：

■ 本基本學習內容限制在正整數的範圍中。

- 本基本學習內容為國小 5-n-04 (因數、倍數)、5-n-05 (公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數)、6-n-01 (質因數分解)、6-n-02 (短除法求最大公因數與最小公倍數)、6-n-03 (互質) 之後續學習概念，故學生對相關名稱及概念應有某程度之認識。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 沿用 7-nc-01-1 「質數的意義」引入方式，透過乘積概念複習「因數、倍數的意義」。
- 短除法除可用作計算某整數的質因數分解外，尚可用作計算兩數的最大公因數及最小公倍數，因此，宜協助學生熟練短除法的編寫格式及計算技巧 (因數判別法)。
- 質因數分解的計算方式應使用短除法及因數判別法，但正整數位數不宜過多且不應對質因數的順序設限。
- 質因數分解限制在 20 以內之質數，同時 7、13、17、和 19 四個質數中最多出現一個且為一次方。
- 質因數分解的標準分解式：(1) 質因數從小至大、從左至右排列；(2) 質因數相同連乘時，以次方或指數形式表示。
- 不要求學生計算某整數的因數個數。
- 不宜要求學生使用短除法計算三個整數的最大公因數及最小公倍數，數目大小原則參見本基本學習內容說明。
- 應安排教學活動提供兩數 (或三數) 的質因數分解，並從中求出它們的最大公因數及最小公倍數。
- 簡單應用問題的情境應生活化，且宜直接檢測單一概念為原則。

範例：

1. 下列何者是 56 的質因數？
  - (A) 1
  - (B) 4
  - (C) 5

(D) 7

2. 某生用短除法將兩正整數  $a$  和  $b$  分解如右。則下列哪一個選項是  $a$  和  $b$  的最大公因數？

- (A)  $2 \times 3$   
 (B)  $2^2 \times 3$   
 (C)  $2 \times 3 \times 5 \times 7$   
 (D)  $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$

$$\begin{array}{r|l}
 2 & a \quad b \\
 \hline
 2 & c \quad d \\
 \hline
 3 & e \quad f \\
 \hline
 & 7 \quad 25
 \end{array}$$

7-n-03	能以最大公因數、最小公倍數熟練約分、擴分、最簡分數及分數加減的計算。	N-4-02
--------	------------------------------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-nc-03-1 約分、擴分的意義  
 7-nc-03-2 等值分數的意義  
 7-nc-03-3 等值分數的操作技巧  
 7-nc-03-4 通分的意義  
 7-nc-03-5 分數加減的計算  
 7-nc-03-6 最簡分數的意義  
 7-nc-03-7 最簡分數的計算方法

#### 基本學習表現

- 7-ncp-03-1 知道約分、擴分的名稱與意義。★  
 7-ncp-03-2 知道等值分數的意義。★  
 7-ncp-03-3 知道：某分數的等值分數可藉由約分或擴分而得。  
 7-ncp-03-4 熟練分數的約分、擴分。  
 7-ncp-03-5 知道通分的名稱與意義。★  
 7-ncp-03-6 知道：兩異分母分數之加減，必須藉由通分後，再進行同分母分數之加減。  
 7-ncp-03-7 熟練分數的加減運算。  
 7-ncp-03-8 知道最簡分數的名稱與意義。★

7-ncp-03-9 能將某分數化為最簡分數。

說明：

- 本基本學習內容為國小 5-n-06 (約分、擴分、等值分數)、5-n-07 (通分) 之後續學習概念，故學生對相關名稱及概念應有某程度之認識。
- 等值分數的名稱不必教學。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 不要求學生藉由最小公倍數進行異分母分數之通分：異分母分數之通分可藉由倍數之約分或擴分而得，教師不宜管控學生的解題過程。
- 不要求學生藉由最大公因數將分數化成最簡分數：一般而言，最簡分數之計算可透過逐步化簡或約分而得，教師不宜管控學生的解題過程。另，除非問題明確要求答案以最簡分數表示，否則任何等值分數皆應視為正確答案。
- 進行異分母分數之加減時，兩分母應盡量簡單：以小於 10 為原則、或為倍數關係、或為互質、或為某小於 10 的質數之次方、或其最大公因數為 10 以內之質數等，請參考下列的範例。
- 對部分學生而言，他們或許能將帶分數化成假分數，卻未能真正瞭解帶分數的另一重意義： $2\frac{5}{7} = 2 + \frac{5}{7}$ ，而此重意義在後續負數概念尤顯重要，因此，進行教學活動時應強調此意義，讓學生能確切知悉並能在負帶分數計算時顯現出來。
- 對於整數與分數的加減運算，教學活動可將整數視另一分數之分母化為同分母的分數再進行運算，如  $7 = \frac{35}{5}$ 。然，此整數以分數表示需安排特別教學活動協助有需要的學生熟練。
- 教學活動舉例或檢測不宜有過多運算為原則。
- 教學活動舉例或檢測只宜使用一層括號為原則。

範例：

1. 求  $(1+\frac{1}{3})-\frac{3}{8}$  之值為何？

(A)  $\frac{1}{24}$

(B)  $\frac{5}{24}$

(C)  $\frac{23}{24}$

(D)  $1\frac{3}{24}$

2. 計算  $18 \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{9})$  之值為何？

(A)  $\frac{2}{3}\frac{18}{27}$

(B)  $\frac{2}{3}$

(C) 3

(D) 4

7-n-04	能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。	N-4-05
--------	----------------------------	--------

#### 基本學習內容

7-nc-04-1 正數、負數的意義

7-nc-04-2 相反數的意義

7-nc-04-3 負數的性質

#### 基本學習表現

7-ncp-04-1 知道正數、負數的名稱。

7-ncp-04-2 知道：生活中常有性質相反的量，若其中一數以  $a$  表示，則另一數以  $-a$  表示。

7-ncp-04-3 知道相反數的名稱。

7-ncp-04-4 知道：若  $a$  代表一數，則  $a$  的相反數為  $-a$ ，同樣的， $-a$  的

相反數為  $a$ 。

7-ncp-04-5 知道：比零大的數稱為正數；比零小的數稱為負數。

7-ncp-04-6 知道 0 不是正數，也不是負數。

7-ncp-04-7 知道： $-(-a) = a$ 。

7-ncp-04-8 知道相反數的性質： $a + (-a) = 0$ ； $(-a) + a = 0$ 。

7-ncp-04-9 知道：若  $a$  為正數，則  $-a$  為負數；若  $a$  為負數，則  $-a$  為正數。

7-ncp-04-10 知道：若  $a$  代表一數，則  $-a$  不一定是負數。

說明：

- 本基本學習內容宜與 7-nc-05、7-nc-06、7-nc-08 一起學習。
- 教學活動應多舉「生活中性質相反的量」之例子，如溫度、方向、賺賠、盈餘不足等，並在例子中強調 0 的關鍵性。
- 本基本學習內容以整數為原則，偶而引入負分數或負小數，但負帶分數之計算，如  $-2\frac{5}{7} = -(2 + \frac{5}{7})$  或  $-2 - \frac{5}{7} = -2\frac{5}{7}$  等，應與基本學習內容 7-nc-06 時一起安排教學活動。
- 相反數的性質之教學宜以實際數字舉例為原則，並可透過「數線」作為學習媒介。
- $-(-a) = a$  之教學： $-(-a)$  可解釋為  $(-a)$  的相反數，而  $-a$  的相反數為  $a$ ，故  $-(-a) = a$ 。程度較差的學生在使用「負負得正、負正得負」口訣時，容易忘記使用時機，單以口訣的背誦會造成不必要的錯誤，例如，計算  $-3 - 2$  時，將兩個「一號」變成一個「+號」，所以得到  $3 + 2 = 5$ ，故建議不讓學生學習口訣。
- 與「數線」相關的概念，可參考基本學習內容 7-nc-08。

範例：

1. 已知  $甲 = -1\frac{3}{8}$ ， $乙 = -1 + \frac{3}{8}$ ， $丙 = -1.375$ ，請問下列哪一個選項是正確的？  
(A) 甲 = 乙



- (B) 乙=丙  
 (C) 甲=丙  
 (D) 甲<丙<乙

2. 請問下列何者為-9的相反數？

- (A) -9  
 (B) -(-9)  
 (C)  $\frac{1}{9}$   
 (D)  $-\frac{1}{9}$

7-n-05	能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。	N-4-05
--------	------------------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-nc-05-1 絕對值的意義  
 7-nc-05-2 絕對值的計算

#### 基本學習表現

- 7-ncp-05-1 知道絕對值的名稱與意義。★  
 7-ncp-05-2 知道0的絕對值為0。  
 7-ncp-05-3 知道絕對值的符號。  
 7-ncp-05-4 知道：任意數（整數、分數、小數）的絕對值必定大於或等於0。  
 7-ncp-05-5 知道：兩負數中，其絕對值愈大者，則其值就愈小；反之，其絕對值愈小者，則其值就愈大。  
 7-ncp-05-6 能計算絕對值算式。

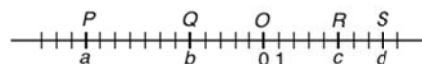
說明：

- 本基本學習內容宜與7-nc-04、7-nc-06、7-nc-08一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。

- 本基本學習內容以整數為原則，偶而引入分數或小數。
- 不要求計算雙層絕對值之算式，如  $2 - |1 + |5 - 7||$ 。
- 本基本學習內容之絕對值算式中不宜使用未知數，以致學生無法直接計算絕對值的值，如  $|a - 7|$  等。至於絕對值代數式求解問題，更不應在本基本學習內容中出現。
- 不要求在單一式子中，同時比較三數或三個絕對值之大小，如：  
 $-7 < |k - 2| < 2$ 。
- 絕對值內之算式不宜過度複雜，若使用分數，其分母應盡量簡單，以小於 10 或 20 以內的質數為原則。
- 與「數線」相關的概念，可參考基本學習內容 7-nc-08。

範例：

1. 在右圖的數線上， $O$  為原點，數線上的點  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$  所表示的數分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。請問下列哪一個大小關係是不正確的？



- (A)  $|a| > |b|$   
 (B)  $|c| > |d|$   
 (C)  $|b| > 1$   
 (D)  $|b| = |c|$
2. 求  $|3 - 5| + |7 - 4|$  之值為何？  
 (A) 1  
 (B) -1  
 (C) 5  
 (D) -5

7-n-06	能理解負數的特性並熟練數（含小數、分數）的四則混合運算。	N-4-05 N-4-06 N-4-08
--------	------------------------------	----------------------------

## 基本學習內容

7-nc-06-1 負數的特性

7-nc-06-2 數的四則混合運算

## 基本學習表現

7-ncp-06-1 熟練： $a+(-b)=a-b$ ； $a-(-b)=a+b$ 。7-ncp-06-2 熟練： $(-a)-b=-(a+b)$ 。7-ncp-06-3 熟練： $a\times(-b)=(-a)\times b=-(a\times b)$ ； $(-a)\times(-b)=a\times b$ 。7-ncp-06-4 知道： $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$  ( $b\neq 0$ )。7-ncp-06-5 知道：若  $a, b, c$  為 3 個正整數且  $b\neq 0$ ，則帶分數

$$-a\frac{c}{b}=-(a\frac{c}{b})=-(a+\frac{c}{b})=-a-\frac{c}{b}。$$

7-ncp-06-6 知道：若  $a, b, c$  為 3 個數字，則小數

$$-a.bc=-(a.bc)=-(a+0.bc)=-a-0.bc。$$

7-ncp-06-7 熟練： $a\div b=a\times\frac{1}{b}=\frac{a}{b}$  ( $b\neq 0$ )。7-ncp-06-8 熟練： $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$  ( $b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0$ )。

7-ncp-06-9 知道：一個數加上另一個數後，不一定比原來的數大，需視後者是正數或是負數才能決定。亦即， $a+\text{正數}>a$ ；  
 $a+\text{負數}<a$ 。

7-ncp-06-10 知道：一個數減去另一個數後，不一定比原來的數小，需視後者是正數或是負數才能決定。亦即， $a-\text{正數}<a$ ；  
 $a-\text{負數}>a$ 。

7-ncp-06-11 知道：先乘除後加減的運算順序。

7-ncp-06-12 熟練：數的四則混合運算。

說明：

- 本基本學習內容為國小 5-n-03（正整數四則運算）、5-n-07（正分數加減運算）、5-n-08（正分數乘法運算）、5-n-10（正小數加減乘運算）、6-n-04（正分數除法運算）、6-n-06（正小數除法運算）之後續學習概念，除了引進負數外，學生對相關名稱及運算應有某程度之認識。
- 本基本學習內容以實際數字講授為原則，不宜直接以符號等式教學。
- 由於「負數符號」與「減法符號」相同，因而對學生學習造成某程度的混淆，故教學活動宜協助學生區分「 $-$ 」在算式中所代表之意義。
- 負數的四則運算有其特定的抽象性，如基本學習內容 7-ncp-06-1 至 7-ncp-06-4 的運算規則，因此，不要求學生於七年級中能徹底理解，只需將相關運算規則視為「約定成俗」便可。
- 針對基本學習內容 7-ncp-06-5 和 7-ncp-06-6，教學活動不宜將其視為「分配律」講授，應特別安排生活例子以說明。
- 數的四則混合運算不宜有過多運算為原則。
- 不要求學生知道「性質符號」與「運算符號」之區別。
- 程度較差的學生在使用「負負得正、負正得負」口訣時，容易誤用，發生如  $-3-2=5$  的錯誤，故建議不讓學生學習口訣。

範例：

1. 求  $(1+\frac{1}{3})\div(\frac{1}{3}-1)$  之值為何？

(A)  $-2$

(B)  $2$

(C)  $-\frac{8}{9}$

(D)  $\frac{8}{9}$

2. 求  $\frac{5}{6}\div(-\frac{5}{8})$  之值為何？

(A)  $-\frac{25}{48}$

(B)  $-\frac{48}{25}$

(C)  $-\frac{6}{8}$

(D)  $-\frac{8}{6}$

7-n-07	能熟練數的運算規則。	N-4-08 A-4-02
--------	------------	------------------

## 基本學習內容

7-nc-07-1 交換律

7-nc-07-2 結合律

7-nc-07-3 分配律

## 基本學習表現

7-ncp-07-1 知道： $a+b=b+a$ ； $a \times b=b \times a$ 。7-ncp-07-2 知道： $(a+b)+c=a+(b+c)$ ； $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$ 。7-ncp-07-3 知道： $(a+b) \times c=a \times c+b \times c$ ； $(a-b) \times c=a \times c-b \times c$ 。7-ncp-07-4 知道： $c \times (a+b)=c \times a+c \times b$ ； $c \times (a-b)=c \times a-c \times b$ 。

說明：

- 本基本學習內容限制在整數、分數、及小數的範圍中。
- 不強制要求學生知道交換律、結合律、分配律的名稱。
- 不強制要求學生知道 $a \times b \div c=a \div c \times b$ 、 $a \div b \div c=a \div (b \times c)$ 。
- 針對分配律之教學活動，可以數字實例搭配箭頭之形式教學，如下圖。

$$\overbrace{(a+b) \times c}^{\text{分配律}} = a \times c + b \times c \qquad \overbrace{c \times (a+b)}^{\text{分配律}} = c \times a + c \times b$$

- 對部分學生而言，會主動將分配律中的「 $\times$ 」延伸至「 $\div$ 」，因此，宜特別安排數字例子說明「 $\div$ 」的不確定性，如  $(a+b)\div c = a\div c + b\div c$  和  $(a-b)\div c = a\div c - b\div c$ ，但  $c\div(a-b) \neq c\div a - c\div b$ ， $c\div(a+b) \neq c\div a + c\div b$ ；。因此，宜告訴學生分配律只能應用在「 $\times$ 」法，對於「 $\div$ 」法，應將其轉換至乘法（乘以倒數或幾分之一）。
- 教學活動舉例或檢測宜以實際數字為原則。
- 本基本學習內容為「代數運算」不可或缺之前置經驗，必須要求學生精熟，俾能易於銜接 7-a-01。
- 本基本學習內容之算式不宜過度複雜。
- 本基本學習內容之算式中，宜仔細考慮數字間的簡化特性，如合 1、合 10、合 100、或倍數等。
- 本基本學習內容之算式中，不應使用「平方差公式」：  

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)。$$

範例：

1. 下列四個選項中的式子，哪一個是正確的？

(A)  $-3\div(2-7) = -3\div 2 - 7$

(B)  $-3\div(2-7) = -3\times\frac{1}{2} - 3\times\frac{1}{7}$

(C)  $-3\div(2-7) = -3\times\frac{1}{2-7}$

(D)  $-3\div(2-7) = 3\times\frac{1}{2-7}$

2. 下列哪一個式子是錯誤的？

(A)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{4}{9} = \frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{4}{9}$

(B)  $\frac{2}{5} - \frac{3}{7} - \frac{4}{9} = \frac{2}{5} - \frac{4}{9} - \frac{3}{7}$

(C)  $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$

$$(D) \quad \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{7} \div \frac{2}{5} \div \frac{4}{9}$$

7-n-08	能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係。	N-4-07
--------	--------------------------------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-nc-08-1 數線
- 7-nc-08-2 數與數線的對應關係
- 7-nc-08-3 數線上兩點的距離公式
- 7-nc-08-4 加減法與在數線上做平移的對應關係
- 7-nc-08-5 兩點中點的坐標

#### 基本學習表現

- 7-ncp-08-1 知道：在數線上，0 的位置稱為原點，以 O 表示。
- 7-ncp-08-2 知道：若  $a$  為正數（含整數、分數、小數），則  $a$ （正數）標記在原點的右邊位置，且距離原點  $a$  個單位長； $-a$ （負數）標記在原點的左邊位置，且距離原點  $a$  個單位長。
- 7-ncp-08-3 知道「點的坐標」之名稱、意義及記法。★
- 7-ncp-08-4 知道：若  $A$  為數線上原點右方的點，且距離原點  $a$ （正數）個單位長，則  $A$  所對應的數為  $a$ ，以  $A(a)$  表示；若  $A$  為數線上原點左方的點，且距離原點  $a$ （正數）個單位長，則  $A$  所對應的數為  $-a$ ，以  $A(-a)$  表示。
- 7-ncp-08-5 知道：在數線原點左方的點之坐標為負數，右方的點之坐標為正數。
- 7-ncp-08-6 知道：若  $a$  不為 0，在數線上， $a$  與  $-a$  所對應的點和原點距離相同但方向相反。
- 7-ncp-08-7 知道：在數線上，越左邊的數越小，越右邊的數越大。
- 7-ncp-08-8 能利用兩數在數線上相對的位置，判別該兩數的大小關係。
- 7-ncp-08-9 能用符號「 $>$ 、 $<$ 」表示兩相異數的大小關係。
- 7-ncp-08-10 知道：某數的絕對值可表示為該數在數線上所對應的點與原點的距離。

7-ncp-08-11 知道：在數線上，兩數所對應的點距離原點愈遠者，則其絕對值愈大。

7-ncp-08-12 知道：在數線上  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點的距離為  $|a-b|$  或  $|b-a|$ 。

7-ncp-08-13 知道：在數線上，若  $b > 0$ ，則  $a+b$  乃從  $a$  向右移  $b$  個單位所得的數，而  $a-b$  乃從  $a$  向左移  $b$  個單位所得的數。

7-ncp-08-14 能找出數線上兩點的中點坐標。

說明：

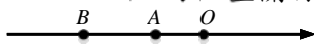
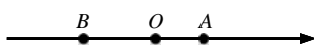
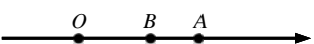
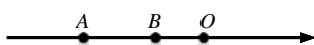
- 本基本學習內容宜與 7-nc-04、7-nc-05、7-nc-06 一起學習。
- 本基本學習內容為國小 5-n-13（數線）之後續學習概念，故學生對相關名稱及概念應有某程度之認識。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 在數線上，原點以  $O$  表示為一「約定成俗」的規定，而且其為「正、負」數的分野，因此，教學活動必須強調原點的特性。
- 在數線上，雖然點與數為兩不相同卻關連密切的概念，但教學活動不宜特別強調它們之差異，學生只需能應用自如即可。
- 在數線上標示「數」的位置時，相對應的點應有明確的刻度。
- 在數線上，小數的標示以一位為原則，分數的標示應以 2、3、4、10 等簡單分母為原則。
- 本基本學習內容在數線上的兩數大小關係宜適當包含「 $\geq$ 、 $\leq$ 」符號。
- 「數線上兩點的距離」對後續「一次函數」、「直角坐標兩點的距離」等概念尤為重要，故對此基本學習內容 7-nc-08-3 需要求學生瞭解，特別是「正、負」數混雜的情形。
- 針對「加減法在數線上的平移對應關係」，教學活動應以數字實例說明，而且應特別安排  $b < 0$  的教學活動。
- 針對「數線上兩點的中點坐標」，本基本學習內容之教學活動應以數字實例說明，不宜導出  $a$ 、 $b$  兩點中點的坐標公式。



範例：





1. 在數線上， $O$  為原點， $A$  點的坐標為  $a$ ， $B$  點的坐標為  $b$ 。已知  $a \times b < 0$ ，

判斷  $A$ 、 $B$ 、 $O$  三點的位置關係？

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

2. 已知在數線上， $O$  為原點， $A$ 、 $B$  兩點的坐標分別為  $a$ 、 $b$ 。利用下列  $A$ 、 $B$ 、 $O$  三點在數線上的位置關係，判斷哪一個選項中的

$a+b > 0$ ？

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

3. 右圖表示數線上四個點的位置關係，且它們表示的數  $p$ 、 $q$ 、 $r$ 、 $s$ 。若  $|p-r|=10$ ， $|p-s|=12$ ， $|q-s|=10$ ，則  $|q-r|=$ ？

- (A) 7  
(B) 8  
(C) 9  
(D) 10



7-n-09	能以不等式標示數的範圍或數線上任一線段的範圍。	N-4-07 A-4-08
--------	-------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 7-nc-09-1 不等式的意義  
7-nc-09-2 未知數的意義  
7-nc-09-3 在數線上標示不等式

## 基本學習表現

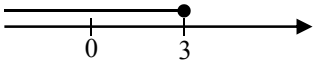
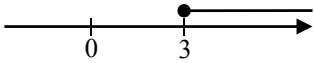
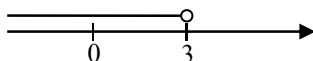
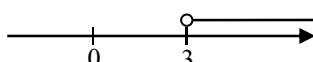
- 7-ncp-09-1 知道： $x > a$  表示所有大於  $a$  的數之範圍，並能在數線上標記。
- 7-ncp-09-2 知道： $x \geq a$  表示所有大於或等於  $a$  的數之範圍，並能在數線上標記。
- 7-ncp-09-3 知道： $x < a$  表示所有小於  $a$  的數之範圍，並能在數線上標記。
- 7-ncp-09-4 知道： $x \leq a$  表示所有小於或等於  $a$  的數之範圍，並能在數線上標記。
- 7-ncp-09-5 知道： $a < x < b$  表示所有大於  $a$  且小於  $b$  的數之範圍，並能在數線上標記。

說明：

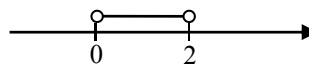
- 本基本學習內容宜與 7-a-15、7-a-17 一起學習。
- 本基本學習內容之不等式應為一元一次不等式。
- 本基本學習內容之大小符號「 $>$ 、 $<$ 」宜適當加入「 $\geq$ 、 $\leq$ 」。
- 由於「不等式」與「數的大小關係」使用相同的符號，故本基本學習內容教學活動舉例或檢測時應明確指出問題屬於何者。
- 針對「不等式的不同表示法」，本基本學習內容之教學活動應以數字實例說明。
- 本基本學習內容不宜求不等式之解，相關內容將在 7-a-17 中學習。
- 本基本學習內容不應引入絕對值之不等式，相關內容將在高中學習。

範例：

1. 將  $x > 3$  圖示在數線上，下列何者正確？

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

2. 已知  $a$  的範圍如右圖數線所示，試問下列不等式何者符合數線上描繪的範圍？



- (A)  $a > 0$   
 (B)  $a < 2$   
 (C)  $0 > a > 2$   
 (D)  $0 < a < 2$

7-n-10	能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。	N-4-09
--------	-------------------------	--------

#### 基本學習內容

7-nc-10-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為正整數)

7-nc-10-2  $a^0$  的意義 ( $a \neq 0$ )

#### 基本學習表現

7-ncp-10-1 知道： $a^n = \overbrace{a \times a \times \cdots \times a}^{n\text{個}}$  ( $n$  為正整數)。

7-ncp-10-2 知道： $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ )。

7-ncp-10-3 能計算出含  $a^n$  算式的值。

7-ncp-10-4 知道：若  $n$  為奇數，則  $(-a)^n = -(a^n)$ ；若  $n$  為偶數，則

$$(-a)^n = a^n。$$

7-ncp-10-5 知道：若  $n$  為偶數，則  $a^n \geq 0$ 。

說明：

■ 本基本學習內容之教學活動應以數字實例說明。

■ 本基本學習內容宜包含底數為分數及負數之  $n$  次方，如： $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ；若  $n$  為奇數，則  $(-a)^n = -a^n$ ；若  $n$  為偶數，則  $(-a)^n = a^n$ 。

■ 本基本學習內容之指數  $n$  不宜太大，宜限制在 5 以內。

範例：

1. 計算  $(32^2 - 16^2) \times \frac{1}{16}$  之值為何？

- (A) 3
- (B) 16
- (C) 32
- (D) 48

2. 計算  $(-2^4) \div (-3)^3$  之值為何？

- (A)  $-\frac{8}{3}$
- (B)  $-\frac{16}{27}$
- (C)  $\frac{8}{3}$
- (D)  $\frac{16}{27}$

7-n-11	能理解同底數的相乘或相除的指數律。	N-4-09
--------	-------------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-nc-11-1 乘法指數律
- 7-nc-11-2 除法指數律

#### 基本學習表現

- 7-ncp-11-1 知道： $a^n \times a^m = a^{n+m}$ 。
- 7-ncp-11-2 知道： $(ab)^n = a^n b^n$ 。
- 7-ncp-11-3 知道： $(a^n)^m = a^{n \times m}$ 。
- 7-ncp-11-4 知道： $a^n \div a^m = a^{n-m}$  ( $n \geq m$ )。

說明：

- 延續 7-nc-10 之規範，本基本學習內容之指數限制為非負整數。
- 本基本學習內容之教學活動應以數字實例說明。
- 本基本學習內容宜包含底數為分數及負數之  $n$  次方。

範例：

1. 已知  $a = 4 \times 10^8$ ， $b = 2 \times 10^2$ ，則  $a \div b = ?$   
 (A)  $4 \times 10^6$   
 (B)  $4 \times 10^{14}$   
 (C)  $1.6 \times 10^{18}$   
 (D)  $1.6 \times 10^{19}$
2. 計算  $10^7 \div (10^3)^2 \times 10^5$  之值為何？  
 (A)  $10^6$   
 (B)  $10^9$   
 (C)  $10^{17}$   
 (D)  $10^{18}$

7-n-12	能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。	N-4-10
--------	-----------------------	--------

#### 基本學習內容

7-nc-12-1 科學記號表示法

#### 基本學習表現

7-ncp-12-1 知道科學記號的名稱。

7-ncp-12-2 知道：若  $n$  為正整數，則  $10^n = \overbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}^{n \text{ 個 } 10} = \overbrace{100 \cdots 0}^{n \text{ 個 } 0}$ 。

7-ncp-12-3 知道：若  $n$  為正整數，則  $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0.\overbrace{00 \cdots 01}^{n-1 \text{ 個 } 0}$ 。

7-ncp-12-4 知道科學記號表示法是將正數表示成  $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq a < 10$ ， $a$  為整數。

7-ncp-12-5 能將正數用科學記號表示。

7-ncp-12-6 能寫出科學記號  $a \times 10^n$  所代表的數。

7-ncp-12-7 能比較兩科學記號所代表的數之大小。

說明：

- 本基本學習內容限制在正數的範圍中。
- 本基本學習內容之教學活動應以數字實例說明。
- 對於  $10^{-n}$  之引入，可直接用  $10^{-n} = 0.\overbrace{00 \cdots 01}^{n-1 \text{ 個 } 0}$ 。
- 本基本學習內容為國、高中物理及化學常用的數量表示法，因此，宜協助學生熟練科學記號。

範例：

1. 用科學符號（即科學記號）可將 1234 表示成「 $1.234 \times 10^3$ 」。若  $A$  的科學符號可表示成「 $1.234 \times 10^5$ 」，則  $A$  為幾位數？  
 (A) 6  
 (B) 7  
 (C) 8  
 (D) 9
2. 將  $1.234 \times 10^{-4}$  寫成小數形式，則其小數點後第六位數字為何？  
 (A) 0  
 (B) 1  
 (C) 2  
 (D) 3

7-n-13	能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。	N-4-03
--------	-----------------------------------	--------

基本學習內容

- |           |          |
|-----------|----------|
| 7-nc-13-1 | 比的意義及記法  |
| 7-nc-13-2 | 比值的意義    |
| 7-nc-13-3 | 比例式的意義   |
| 7-nc-13-4 | 正比、反比的意義 |
| 7-nc-13-5 | 比例問題     |

<b>基本學習表現</b>
---------------

- |            |                  |
|------------|------------------|
| 7-ncp-13-1 | 知道比的名稱、意義與記法。★   |
| 7-ncp-13-2 | 知道比值的名稱與意義。★     |
| 7-ncp-13-3 | 知道比例式的名稱、意義與記法。★ |
| 7-ncp-13-4 | 知道正比的名稱與意義。★     |
| 7-ncp-13-5 | 知道反比的名稱與意義。★     |
| 7-ncp-13-6 | 能解決生活情境中有關比例的問題。 |

說明：

- 本基本學習內容宜與 7-nc-14 一起學習。
- 本基本學習內容為國小 6-n-09（比、比值）、6-n-10（正比）之後續學習概念，故學生對相關名稱及概念應有某程度之認識。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 不要求學生辨別某數量關係為正比或反比。
- 對部分學生而言，常因比例問題情境不瞭解而產生解題困難，因此，宜提供學生熟識的生活情境問題，茲舉例如下：（摘錄自：九年一貫數學學習領域課程綱要）
  - ↓ 速度固定時，距離與時間成正比  
例： 甲 30 分鐘走 2000 公尺，45 分鐘走多少公尺？
  - ↓ 時間固定時，距離與速度成正比  
例： 甲每 6 分鐘走 740 公尺，乙每 6 分鐘走 820 公尺，求甲、乙兩人的速度比？
  - ↓ 距離固定時，時間和速度成反比

例： 甲每分鐘走 75 公尺，乙每分鐘走 90 公尺，若甲、乙兩人走完 1000 公尺，則甲、乙兩人所花的時間比？

↓ 折扣固定時，定價與售價成正比

例： 已知書局將全部書籍以相同折扣出售，定價 80 元的書以 56 元售出，那麼定價 110 元的書將以多少元售出？

↓ 單價固定時，數量與總價成正比

↓ 面積固定時，矩形的長與寬成反比

↓ 體積固定時，長方體的高與底面積成反比

- 濃度問題較為抽象，建議不宜在此教學。
- 比例問題情境不宜過度複雜，應能直接使用問題所提供的「比」求解為原則。至於下面這個問題，不論哪一種解題過程，都需要更深層的思考、更高階的數學能力，故不宜在本基本學習內容中檢測。
- 現有一些 100 元及 500 元的鈔票，合計 7500 元。已知 100 元，500 元的鈔票的張數比為 5:4，請問各有多少張？
- 上例（1）須將張數比 5:4 轉化為金額比  $5 \times 100 : 4 \times 500$ ，得 100 元的金額為  $500k$  元，500 元的金額為  $2000k$  元，合共金額為  $500k + 2000k = 7500$ ，解  $k$  得 3，因此，100 元的金額為 1500 元，500 元的金額為 6000 元，故 100 元 15 張，500 元 12 張；或（2）100 元  $5k$  張，500 元  $4k$  張，合共金額為  $500k + 2000k = 7500$ ，解  $k$  得 3，故 100 元 15 張，500 元 12 張。
- 反比問題的情境較為困難，教學活動可舉少量的例子，但檢測不宜出現反比問題。

範例：

1. 若  $a:b=4:3$ ，則下列哪一個式子是錯誤的？
  - (A)  $\frac{a}{5}:\frac{b}{5}=4:3$
  - (B)  $a \div 4 = b \div 3$
  - (C)  $4a = 3b$
  - (D)  $a:4 = b:3$
2. 下列哪一個選項，其比值與 2:3 的比值相等？



- (A)  $(2+1):(3+1)$   
 (B)  $(2-1):(3-1)$   
 (C)  $(5\times 2):(5\times 3)$   
 (D)  $(5\div 2):(5\div 3)$

7-n-14	能熟練比例式的基本運算。	N-4-04
--------	--------------	--------

#### 基本學習內容

7-nc-14-1 比例式的基本運算

#### 基本學習表現

7-ncp-14-1 知道：若  $a:b=c:d$ ，則  $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$  或  $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ 。

7-ncp-14-2 知道：若  $a:b=c:d$ ，則  $ad=bc$ 。

7-ncp-14-3 知道：若  $ax=by$ ， $a$ 、 $b$  為正整數，則  $x:y=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=b:a$ 。

7-ncp-14-4 知道：若  $a:b=c:d$ ，則  $a:c=b:d$ 。

7-ncp-14-5 知道：若  $a:b=c:d$ ，則  $a=ck$ ， $b=dk$  ( $k \neq 0$ )。

7-ncp-14-6 能進行比例式的基本運算。

說明：

- 本基本學習內容宜與 7-nc-13 一起學習。
- 比例問題情境不宜過度複雜，應能直接使用問題所提供的「比」求解為原則。
- 反比問題的情境較為困難，教學活動可舉少量的例子，但檢測不宜出現反比問題。

範例：

1. 若  $x:y=1:3$ ，且  $2x+y=20$ ，則  $(x-1):(y+1)$  之比值為何？

- (A)  $\frac{1}{3}$

(B) 3

(C)  $\frac{13}{3}$ (D)  $\frac{3}{13}$ 2. 若  $3:(a+1)=4:3$ ，則  $8a+2$  之值為何？

(A) 10

(B) 12

(C) 16

(D) 18

7-n-15	能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。	N-4-03 N-4-04
--------	--------------------------------	------------------

## 基本學習內容

7-nc-15-1 連比的意義及記法

7-nc-15-2 連比例式的意義

7-nc-15-3 連比例的基本運算

7-nc-15-4 連比例的問題

## 基本學習表現

7-ncp-15-1 知道連比的名稱與意義。★

7-ncp-15-2 知道連比例式的名稱與意義。★

7-ncp-15-3 能將兩個比例式化為連比例式。

7-ncp-15-4 知道：若  $a:b:c=d:e:f$ ，則  $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ 。7-ncp-15-5 知道：若  $ax=by=cz$ ，則  $x:y:z=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}=b\times c:c\times a:a\times b$ 。7-ncp-15-6 知道：若  $a:b:c=d:e:f$ ，則  $a=dk$ ， $b=ek$ ， $c=fk$  ( $k\neq 0$ )。

7-ncp-15-7 能做連比例的基本運算。

7-ncp-15-8 能解決生活情境中有關比例的問題。

說明：

- 比限制在三個數量。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 比例問題數字以簡易的正整數為原則。
- 比例問題情境不宜過度複雜，應能直接使用問題所提供的「比」求解為原則。
- 反比問題的情境較為困難，教學活動可舉少量的例子，但檢測不宜出現反比問題。

範例：

1. 若  $a:b=3:2$ ， $b:c=4:2$ ，則  $a:b:c=?$   
(A)  $3:2:4$   
(B)  $3:4:2$   
(C)  $6:2:4$   
(D)  $6:4:2$
  
2. 若  $3:a:5=b:8:10$ ，則  $a-b=?$   
(A)  $2$   
(B)  $-2$   
(C)  $5$   
(D)  $-5$

## 代數領域

7-a-01	能熟練符號的意義，及其代數運算。	A-4-01 A-4-02
--------	------------------	------------------

## 基本學習內容

- 7-ac-01-1 未知數概念與符號
- 7-ac-01-2 一元一次式
- 7-ac-01-3 一元一次式的代數運算
- 7-ac-01-4 二元一次式
- 7-ac-01-5 二元一次式的代數運算

## 基本學習表現

- 7-acp-01-1 知道並能使用英文字母表示未知數。
- 7-acp-01-2 認識係數為分數，形如  $ax$ 、 $ax \pm b$  的一元一次式，知道  $ax$  為  $a \times x$ 。
- 7-acp-01-3 知道式子中括號的使用時機與意義。
- 7-acp-01-4 熟練係數為分數的一元一次式之代數運算。
- 7-acp-01-5 認識係數為分數，形如  $ax \pm by$ 、 $ax \pm by \pm c$  之二元一次式，知道同一個式子中  $x$  與  $y$  代表不同的數，但值可以相同。
- 7-acp-01-6 熟練係數為整數的二元一次式之代數運算。

說明：

- 此處所涉及的學習內容是中學代數最重要的基礎，學生後續學習中處處皆需用到，故在此內容上的基本學習表現需達精熟程度。
- 此處代數運算指的是一次式的加減運算以及一次式乘除常數的運算。例如， $(-3)(2x+1)$ 、 $-3x-7+2(5x+1)$ 。
- 括號在式子中可用以區別運算次序，即括號內先算；當兩數相乘時，其中的數若含有括號，則乘號可被括號取代，如  $2(3x+1)$  即  $2 \cdot (3x+1)$ 、

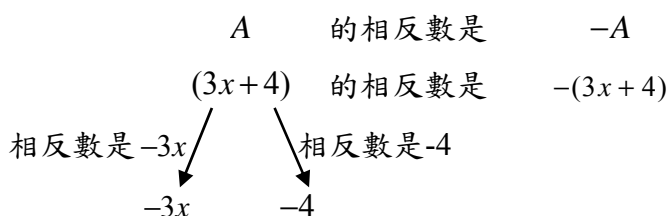
$(-2x-3)(-4)$  即  $(-2x-3) \cdot (-4)$ 。

- 對許多學生而言，看到  $ax-b$  這種形式時，不論是根據小學的學習經驗或是視覺的反應，都不會覺知此式亦為  $ax+c$  的形式，故在協助學生認識一次式時，除讓學生知道如何簡記  $a \times x$  與  $x \times a$  外，應安排教學活動，使學生在看到簡記的式子時，覺知式子是如何由「 $\times$ 」與「 $+$ 」組合而成。例： $2x-3$  是由 2 與  $x$  相乘後減 3 而成，也是由 2 與  $x$  相乘後加負 3 而成。
- 一元一次式之運算僅需包含一層括號。例如： $-(x+2)$ 、 $2(x+\frac{6}{5})-3$ 、 $-2(x-7)+3(2x+1)$ 。
- 二元一次式之運算僅需包含一層括號，原則上以一個括號為主。例如： $-(x+2y)$ 、 $2(x+3y)-3x$ 。對於限定一個括號，其主因有二：其一為，對於含兩個括號以上之運算，學生在一元一次式中已有練習的機會；其二為，真實生活中有兩個未知數的情境較少需要用到兩個以上的括號來列式。
- 在代數運算上，並不要求學生能理解或能以文字符號表徵交換律、結合律、分配律等運算。當遇到需要使用分配律運算時，只需將運算視為數的運算，以「括號內所有項都要被乘以括號外的數」之觀念做運算，然後再運用同類項合併與化簡的方式進行運算即可。對於化簡  $2 \cdot (3x+4)$ ，可以圖形或數值實例搭配箭頭分配之形式進行教學。例如：

$$2 \cdot (3x+4) = 2 \cdot 3x + 2 \cdot 4$$

- 當式子如  $-(3x+4)$  時，學生看不到括號前面的倍數，只看到符號，教學

活動安排需強化此處的「 $-$ 」號代表「 $-1$ 」，語意上表示「拿走或扣除一倍」，依此再以圖形或數值實例搭配箭頭分配之形式進行教學。對學習非常困難的學生，可以利用「相反數」的語詞與概念，例如：



所以  $(3x+4)$  的相反數是  $-3x-4$

所以  $-(3x+4)$  是  $-3x-4$ 。

- 在安排同類項合併與化簡的教學時，需特別安排活動使學生意識到係數中負號得一起合併。例如： $2x+8-5x+3$  中，當將含  $x$  的項合併時，是將  $2x$  與  $-5x$  合併，而不是與  $5x$  合併。

範例：

1. 化簡  $5x-7-6x+2$ 。
2. 化簡  $2x-3y+4-6x+2y-1$ 。
3. 化簡  $-\frac{3}{2}(2x+\frac{1}{2})$ 。
4. 化簡  $3(2x-5y)+1$ 。

7-a-02	能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。	A-4-03 A-4-04
--------	---------------------	------------------

#### 基本學習內容

同 7-a-01 中之 7-ac-01-1 至 7-ac-01-5。

#### 基本學習表現

- 7-acp-02-1 能察覺生活情境中數量的關係。
- 7-acp-02-2 能使用一元一次式表示生活情境中之數量關係。
- 7-acp-02-3 能使用二元一次式表示生活情境中之數量關係。

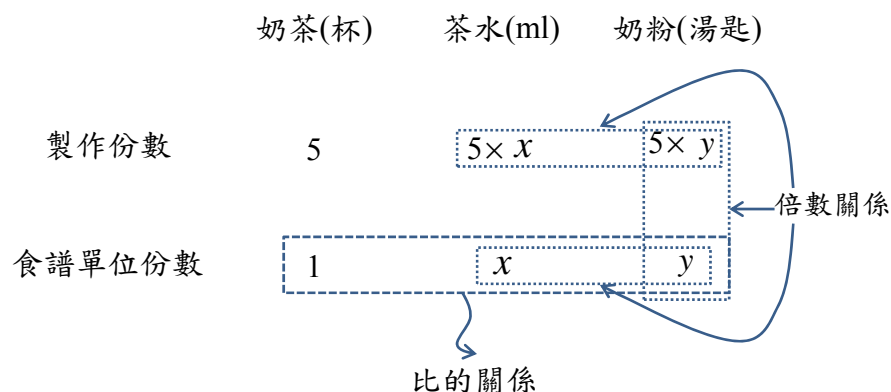
說明：

- 此指標重視數學與生活的連結，雖為數學的核心意義之一，但在後續銜接高中主要學習內容上，為次要的內容；故不要求數學程度較差的同學精熟，讓這些同學能將心力放在其他更影響後續學習的內容上。
- 在協助學生列一元一次式時，應讓學生體會生活情境中，倍數、合併、拿走等運作與「 $\times$ 」、「 $+$ 」、「 $-$ 」數學運算之關聯。
- 應安排察覺生活情境數量關係的教學活動，且教材結構力求清楚，活動安排循序漸進。例如，

➤ 生活情境中有一些「不變關係」：

(1) 父子年齡的「差」是絕對的，即使年齡變動，仍為一定值；當父子年齡變動到某特定年齡時，可能恰為某倍數，是特殊狀況，非絕對不變關係。

(2) 根據食譜製作的食物份數與食材分量是「倍」或「比」的關係，是絕對關係。例如，食譜中，一杯無糖奶茶需奶粉 $x$ 湯匙，茶水 $y$ 毫升，則5杯奶茶需奶粉 $5x$ 湯匙，茶水 $5y$ 毫升。此處製作食物份數與食譜單位份數必為倍數關係，製作食物所需食材分量與食譜單位分量也必為倍數關係；食物份數及食材間彼此分量為比的關係；當比只含兩個量時，也可視為倍數關係。如下圖，不管製作多少份食物，垂直間必為倍數關係，水平間必為比的關係，且水平間比的關係不變。



➤ 生活情境中有幾類重要的數量關係：

- (1) 添加型與併加型關係：例如，在一元的情境中，買了  $x$  個 30 元的漢堡，再買一杯 20 元的奶昔，共花了  $30x+20$  元；在二元的情境中，買了  $x$  個 30 元的漢堡和  $y$  杯 20 元的奶昔，共花了  $30x+20y$  元。
- (2) 拿走型關係：例如，在一元的情境中，小嵐 原有 100 元，買了 2 包  $x$  元的糖果，還剩下  $100-2x$  元；在二元的情境中，小嵐 原有 100 元，買了 2 包  $x$  元的糖果，3 盒  $y$  元的口香糖，還剩下  $100-2x-3y$  元。
- (3) 比較型關係：例如，在一元的情境中，大偉 比 小傑 大 5 歲，如果 小傑  $x$  歲，則 大偉  $x+5$  歲；如果 大偉  $y$  歲，那麼 小傑  $y-5$  歲；在二元的情境中，全票一張  $x$  元，優待票一張比全票少  $y$  元，則優待票一張為  $x-y$  元。

➤ 生活情境中倍的關係處處可見，其用語有時呈現有時隱藏：

- (1) 整數倍的用語：例如，爸爸今年的年齡是 小明 年齡的 3 倍，若 小明 今年  $x$  歲，則爸爸今年是  $3x$  歲。
- (2) 平分用語與倍數的關係：例如，有  $x$  個比薩平分給 30 人，每人可分得  $\frac{x}{30}$  個比薩；如果從倍數的角度來看，每人分得的比薩為原有比薩的  $\frac{1}{30}$  倍，故也可以視為  $\frac{1}{30}x$ 。倍的用語在此處是隱藏的。
- (3) 小數（分數）倍用語的隱藏：例如，一件衣服  $x$  元，打八折後為  $0.8x$  或  $\frac{80}{100}x$  元。此處牽涉到八折與小數（分數）倍用語的轉換，倍的用語在情境中是隱藏的。

- 在列一元一次式時，以一個括號為原則，舉例來說，香蕉一斤  $x$  元，蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，買了 3 斤蘋果，共需  $3(x+10)$  元。
- 在列二元一次式時，以不含括號為原則。從銜接高中基礎內容的角度來看，如此的難度即可，並不需要將具體情境轉化為更複雜的一次式，至



於高中需要會做含有括號的一次式之運算部分，已包含於 7-a-01 中。

範例：

1. 爸爸今年的年齡是小甫年齡的 4 倍，若小甫今年  $x$  歲，則爸爸明年幾歲？
2. 全票一張  $a$  元，優待票一張  $b$  元，那麼優待票比全票便宜多少元？

7-a-03	能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。	A-4-03 A-4-06 A-4-07
--------	-------------------------------------	----------------------------

#### 基本學習內容

- 7-ac-03-1 一元一次方程式  
7-ac-03-2 一元一次方程式的解  
7-ac-03-3 列一元一次方程式

#### 基本學習表現

- 7-acp-03-1 認識係數為分數、形如  $ax=0$ 、 $ax\pm b=0$ 、 $ax\pm b=cx\pm d$  之一元一次方程式。  
7-acp-03-2 知道一元一次方程式中解的意義。★  
7-acp-03-3 能以一元一次方程式表示生活情境中相等的數量關係。

說明：

- 一元一次方程式的解之意義為：使等號兩邊成立的未知數之數值。如果將具體情境中相等的數量關係以一元一次方程式表示時，方程式的解就是使情境中相等關係成立的數值。
- 在某些問題情境中，「設  $x$ 」這個主題頗為困難，故此內容中盡量以特殊簡單的情境為主，例如，「買了 3 個漢堡及 20 元的薯條共花了 125 元」，這類特別單純的情境，可讓學生經歷設未知數的技能。又如「買一個漢堡及一包薯條共需 55 元，買了 3 個漢堡及 2 包薯條共花了 145 元」這

類的情境，牽涉到兩個未知量，學生需要選擇設哪一個為未知數，複雜度較高，且將來可用二元一次方程式求解，不宜在這裡練習。

- 根據情境所列出的一元一次方程式中所含一元一次式，難度以不超過 7-a-02 中所界定的基本學習內容與表現為原則。例如，母親今年 35 歲，女兒 5 歲， $x$  年後母親的年齡是女兒年齡的 4 倍，依題意可列出方程式為  $35+x=4(5+x)$ 。

範例：

1. 爸爸今年的年齡是小甫的 4 倍，若小甫今年  $x$  歲，爸爸明年 41 歲，依題意可列出一元一次方程式為何？
2. 香蕉一斤  $x$  元，蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，買 3 斤蘋果花了 135 元，依題意可列出一元一次方程式為何？

7-a-04	能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。	A-4-05 A-4-07
--------	----------------------	------------------

基本學習內容		
7-ac-04-1	等量公理	
7-ac-04-2	解一元一次方程式	

基本學習表現		
7-acp-04-1	能理解等量公理。	
7-acp-04-2	能解簡易的一元一次方程式。	
7-acp-04-3	在解簡易一元一次方程式中，能選擇恰當的解題步驟。	

說明：

- 等量公理對學生而言，是一種不證自明的想法：「對相等的物件做同樣的動作，自然還會相等」，此想法在應用於解題上頗為自然且重要，宜加以強調；相對來看，等量公理的符號形式（如  $a=b \Rightarrow a+c=b+c$ ）難度不高，且此形式在真實解題上應用性不廣，故並不需要花太多時間。

符號形式應用性不廣的原因為：在介紹等量公理時，原式 $a=b$ 經過等號兩邊同作一個運算後，如 $a+c=b+c$ ，等號兩邊的式子會變長或項會變多，此特質與解方程式時，使等號兩邊式子變短或項變少的特質差異頗大；除此，等量公理符號形式中從已知原式 $a=b$ 出發，等號兩邊沒有運算符號，欲進行的運算可以是任意一個四則運算， $c$ 可以是任意數，但在解方程式中，已知原式都含有運算符號，欲進行的運算往往限定為原運算的逆運算，而需消去的項，乃方程式中的物件，不會是任意數，這樣的差異，使得等量公理符號形式的應用性不廣。

- 此指標中，學生主要的學習困難發生於應用等量公理解題時，不知該選擇哪個物件、做哪個運算。在解方程式時，從已知方程式出發，思考焦點先要放在選擇「去掉」（消去）哪個數，之後得判斷去掉那個數的原運算為何，再進行逆運算；在一元一次方程式解題步驟中牽涉到許多先前的概念與技能，等量公理的運用雖為關鍵，但時機並不多，教學活動安排宜考量解題思考流程，舉例圖示於下：

解一元一次方程式	解題思考流程	等量公理應用時機
$3x-5=7$	選擇去掉 5	
	判斷原運算為「－」	
	知道逆運算為「＋」	
$3x-5+5=7+5$	等號兩邊同+5	應用等量加法公理
$3x=12$	化簡	
	選擇去掉 3	
	判斷原運算為「×」	
	知道逆運算為「÷」	
$\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$	等號兩邊同÷3	應用等量除法公理
$x=4$	化簡	

- 對於形如 $ax+b=c$ 的簡易形式，學生應能達到精熟的地步，且 $a$ 、 $b$ 、 $c$

可為任意數或符號，例如，解  $2x - a = 5$  ( $x$  以  $a$  表示)、解  $ax + b = c$  ( $x$  以  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示)。

- 此處簡易方程式中所含的一元一次式以不超過 7-a-01 的範圍為原則，同時，對於含一層括號，或等號兩邊皆有未知數的方程式，數字盡量簡單，原則上以整數為主，式子中若有分數，則以運用等量乘法原理即可將該分數化為整數為原則，例如， $3(2x - 1) = 5x$ 、 $\frac{3}{2}(2x - 5) = -3$ 、 $\frac{3}{4}x - 5 = 2x + 3$ 、 $2(3x - 4) + 7 = 2 - (4x - 5)$ 。

範例：

- 在解  $x$  的一元一次方程式  $-2x - 5 = a$  時，下列哪一個是恰當的第一步？
  - (1) 等號兩邊同減 5
  - (2) 等號兩邊同減 2
  - (3) 等號兩邊同加 5
  - (4) 等號兩邊同加 2
- 解一元一次方程式  $-2(3x + 1) = 10x$ 。

7-a-05	能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。	A-4-07
--------	------------------------	--------

說明：

- 本指標不列入基本學習內容中，詳細說明請參閱附錄。

7-a-06	能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。	A-4-03 A-4-09
--------	-------------------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- |           |           |
|-----------|-----------|
| 7-ac-06-1 | 二元一次方程式   |
| 7-ac-06-2 | 二元一次方程式的解 |
| 7-ac-06-3 | 列二元一次方程式  |

**基本學習表現**

7-acp-06-1 認識係數為整數，形如  $ax=c$ 、 $by=c$ 、 $ax \pm by=c$  之二元一次方程式。

7-acp-06-2 知道二元一次方程式解的意義。

7-acp-06-3 能以二元一次方程式表示生活情境中相等的數量關係。

說明：

- 二元一次方程式的解為無限多組數值，且將每一組數值代入方程式的兩個未知數時，都會使得方程式等號兩邊的數值相等。這是學生第一次接觸到非單一解且解非單一數值的狀況。當將具體情境中相等的數量關係以二元一次方程式表示時，方程式的解即表示使情境中相等關係成立的所有數值組。
- 找解的過程中，牽涉到代數運算，增加複雜度，故不要求學生找出許多個解，可以安排檢驗多對數值是否為解的活動。
- 根據情境所列出的二元一次方程式中所含二元一次式，難度以不超過 7-a-02 中所界定的型式為原則，故所列出的式子不含量號。母親今年  $x$  歲，女兒今年  $y$  歲，5 年後兩人的年齡和為 50 歲，依題意可列出二元一次方程式為  $x+5+y+5=50$ 。
- 「設  $x$ 、 $y$ 」的情境宜盡量單純，例如，小彬和爸爸買了一張全票、一張優待票，若全票比優待票貴 10 元，則可列出二元一次方程式為何？此時學生可練習設全票一張  $a$  元，優待票一張  $b$  元，二元一次方程式為  $a-b=10$ 。
- 針對  $x=c$  及  $y=c$  這類的二元一次方程式，需安排特殊的例子加以介紹，否則學生看不到缺少的那一元。可先安排二元係數皆不為 0 的例題，引出二元，再將情境修改，保留二元，但使得其中一元的係數轉變為 0。例如，  
若漢堡一個  $x$  元，沙拉一盒  $y$  元，小彬買 3 個漢堡及 2 盒沙拉共需 215 元，若全部金額都得由他出，那麼可列出二元一次方程式為  $3x+2y=215$ 。

接著，承上題，漢堡與沙拉的價格不變，但不管買多少個漢堡，小彬都只需要出一個漢堡的錢，而不管買多少盒沙拉，小彬都不需要出沙拉的錢（0 盒沙拉的錢），最後小彬出了 35 元，那麼可列出二元一次方程式  $1 \cdot x + 0 \cdot y = 35$ ，這個式子中，保留了沙拉這一元，但將其係數轉變為 0。之後透過簡單觀察，即可知此二元一次方程式為  $x = 35$ 。

- 情境盡量簡單，避免九年一貫數學學習領域課程綱要中所示的流速問題、比例變化問題、三元情境問題。

範例：

- 下列何者為  $x$ 、 $y$  的二元一次方程式  $2x = 6$  的解？  
(1)  $x = 3$  (2)  $y = 4$  (3)  $x = 3, y = 3$  (4)  $x = 4, y = 4$
- 香蕉一斤  $x$  元，蘋果一斤  $y$  元，買了 3 斤蘋果，2 斤香蕉共花了 155 元，依題意可列出二元一次方程式為何？

7-a-07	能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。	A-4-03 A-4-12
--------	--	------------------

#### 基本學習內容

- 7-ac-07-1 二元一次聯立方程式  
7-ac-07-2 二元一次聯立方程式的解  
7-ac-07-3 列二元一次聯立方程式

#### 基本學習表現

- 7-acp-07-1 認識二元一次聯立方程式的形式。  
7-acp-07-2 知道二元一次聯立方程式解的意義。  
7-acp-07-3 能以二元一次聯立方程式表示生活情境中相等的數量關係。

說明：

- 雖然二元一次聯立方程式可能有無限多解，但是在生活中或應用上並不高，因為此時聯立的兩個方程式實際上可視為同一個。此處以一個解為

主，但有時條件矛盾，就會產生無解的狀況。無解的情形可透過簡單生活實例讓學生知道，不需特別強調或評量。

- 當二元一次聯立方程式有一個解時，其解為一對數值，且以此對數值代入聯立方程式中任一方程式的兩個未知數時，會使得方程式等號兩邊的數值相等。當將具體情境中兩組相等的數量關係以聯立方程式表示時，聯立方程式的解即表示使情境中這兩組相等關係成立的數值。
- 二元一次聯立方程式中各方程式，難度以不超過 7-a-06 之界定為原則。
- 某些問題情境，若只設一個未知數，以一元一次方程式求解會使得解題較為困難，則可改為設兩個未知數，例如，「買一個漢堡及一包薯條共需 55 元，買了 3 個漢堡及 2 包薯條共花了 145 元」這類的情境，牽涉到兩個未知量，學生透過「設  $x$ 、 $y$ 」，不需要選擇設哪一個為未知數，複雜度較低，可讓學生練習設兩個未知數，同時列兩個二元一次方程式。

範例：

1. 下列何者為二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x=6 \\ x+9y=21 \end{cases}$  的解？

(1)  $x=3$  (2)  $y=2$  (3)  $x=2$ ,  $y=3$  (4)  $x=3$ ,  $y=2$

2. 香蕉一斤  $x$  元，蘋果一斤  $y$  元，若蘋果一斤比香蕉一斤貴 10 元，買了 3 斤蘋果，2 斤香蕉共花了 155 元，依題意可列出二元一次聯立方程式為何？

7-a-08	能熟練使用代入消去法與加減消去法求二元一次聯立方程式的解。	A-4-12
--------	-------------------------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-ac-08-1 代入消去法  
 7-ac-08-2 加減消去法  
 7-ac-08-3 解二元一次聯立方程式

## 基本學習表現

7-acp-08-1 能熟練解簡易二元一次聯立方程式。

說明：

- 代入消去法在解二元一次聯立方程式上，應用性較低，主要是因為計算複雜度往往較高，然而，代入的方法在後續數學學習中反覆出現，故可盡量安排簡易的數值，讓學生經歷代入的方法，例如：

$$\begin{cases} y = x \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 2x + 3y = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

當以  $y = mx + n$  代入另一式時， $m$ 、 $n$  以整數為原則，如  $y = \frac{x+1}{2}$  的式子

都應避免要求使用代入消去法。

- 此指標主要是讓學生學會解二元一次聯立方程式的方法，故盡量減少不必要的式子運算，需要去括號、同類項合併的式子都應避免。
- 在聯立方程式中，若遇到如  $y - x = 3$  這類  $y$  在  $x$  之前，沒有排成  $ax \pm by = c$  形式的式子，數學程度較差的學生會感覺無法將這個式子排成「好的」位置；此困難來自於原式讀作「 $y$  減  $x$  等於 3」，重排的式子卻讀作「負  $x$  加  $y$  等於 3」，感覺上只是重排，應該讀起來只是前後對調，但其中「減」不見了，又多出一個「負」與「加」，轉換很不自然；除此，在重排的過程中，需要將  $x$  與  $y$  位置互換，此非前面學過同類項合併的作法，對學生而言是一個新的經驗，學生需要找出  $y$  的性質符號，再將其轉換為運算符號，也需將  $x$  前的運算符號轉換為性質符號；此部分應特別安排教學活動以協助學生。

範例：

1. 解二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x = 6 \\ x + 9y = 21 \end{cases}$ 。



2. 解二元一次聯立方程式  $\begin{cases} y-2x=6 \\ 2x+9y=24 \end{cases}$ 。

7-a-09	能認識函數。	A-4-01 A-4-04
--------	--------	------------------

#### 基本學習內容

7-ac-09-1 對應關係

7-ac-09-2 函數

#### 基本學習表現

7-acp-09-1 知道函數是一種對應關係。★

7-acp-09-2 能判斷生活情境中哪些關係是函數。

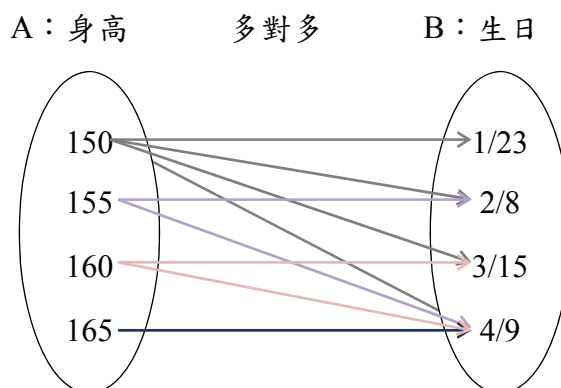
7-acp-09-3 能判斷簡易數的對應關係中哪些是函數。

說明：

- 舉生活情境中各式各樣的對應關係，讓學生感受各種不同的對應狀況。  
底下是一些 A 對應到 B 的例子，其中一個對應到一個或多個對應到一個都是函數的關係。

函 數 關 係		非 函 數 關 係	
A→B 一對一	A→B 多對一	A→B 一對多	A→B 多對多
A：夫 B：妻	A：子女 B：父	A：父 B：子女	A：身高 B：生日

- 上述關係的對應需小心處理，學生方能感受對應狀況，而不是感到困擾。  
舉例來說，A 是身高、B 是生日的對應關係，可以用箭頭圖示：



- 舉出的例子，由生活物件對應逐漸轉換到數的對應。在數的對應上，可考慮「整數」對應到「完全平方數」，此例可做為未來  $y = x^2$  的前置經驗；教學活動的安排應先從正方形邊長（正整數）對應到正方形面積（正整數）開始舉例，再將這個對應加以擴充，包含對稱的負整數對應及 0 的對應，學生可以透過此例體會二個對一個的關係（除了 0 以外）。
- 應善用恰當的表徵方式引出各種函數，例如，函數介紹中，表徵華氏溫度與攝氏溫度的對應關係應先從表格表徵開始，接著以輸入輸出的程序運算表徵（可搭配電算器流程圖），最後搭配 7-a-10 引出式子表徵。
- 在非一對一的對應關係中，需透過具體表徵方式教學，如箭頭圖形表徵。對於特例：所有值皆對應到同一個值（常數函數的觀念），應舉實際例子說明此對應亦為函數，以作為常數函數的先備經驗，例如，「搭計程車所跑里程數對應到起跳金額」。
- 多對一、一對多、一對一、多對多概念的教學，主要是為了釐清函數關係，其名詞，不宜用在布題敘述中，也不宜評量學生。
- 為了溝通方便，教學中可介紹並使用自變數、應變數的名稱，但不宜用在布題敘述中，也不宜評量學生。

範例：

1. 在民國 101 年，由日期對應到月份的關係，是否為函數關係？
2. 下列哪一個表示 B 是 A 的函數？

(1)

A	30	31	32	33
B	2	2	4	4

(2)

A	30	31	32	33
B	2	3	4	5

(3)

A	30	31	32	33
B	2	2	2	2

(4)

A	30	30	33	33
B	2	3	4	5

7-a-10	能認識常數函數及一次函數。	A-4-01 A-4-04
--------	---------------	------------------

## 基本學習內容

7-ac-10-1 常數函數

7-ac-10-2 一次函數

7-ac-10-3 函數值

7-ac-10-4 式子  $y = ax + b$ 、 $f(x) = ax + b$ 

## 基本學習表現

7-acp-10-1 知道從  $x$  對應到  $ax + b$  可將對應關係記為  $y = ax + b$  或  $f(x) = ax + b$ 。7-acp-10-2 知道  $y = ax + b$  為一次函數 ( $a \neq 0$ )。★7-acp-10-3 知道  $y = c$  為常數函數。★

7-acp-10-4 認識一次函數及常數函數的函數值。

7-acp-10-5 當知道  $x$  的值時，能求出對應的函數值。

說明：

- 從對應關係轉換到一次函數時，宜由淺入深，由真實生活數量到抽象數字或符號，透過多樣性的表徵，讓學生認識。例如，如下圖所示，先以表格表徵方式寫出正方形邊長與周長的實際數值對應，再將此對應以一般化 $x$ 對應到 $4x$ 的符號表徵紀錄，同時引出 $y = 4x$ 之式子表徵。

邊長	周長
1	4
2	8
3	12
4	16
□	□
$x$	$4x$

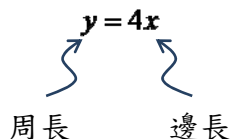
$x$ 對應到 $4x$

對應關係：周長是邊長的4倍

邊長 =  $x$ ，周長 =  $4x$

令 $y$ 表示周長

則對應關係「周長是邊長的4倍」可記為

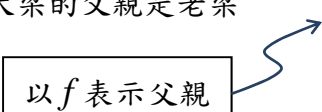
$y = 4x$   


- $f(x)$ 的符號雖然在九年一貫數學學習領域課程綱要中提到不要出現，但此符號在溝通函數值時實用性高，例如， $f(2)$ 即可取代當「 $x=2$ 時， $y$ 的值」；在安排恰當的教學且不做過度擴充下，對學生在函數概念的學習上有所助益（參考下方針對常數函數值的說明）；同時，各版本教科

書及測驗中都出現此符號，故此處建議仍可加以介紹，但不宜延伸擴充到  $f(x+4)$ 、 $f(g(x))$  等如此複雜且需要安排許多教學活動學生方能瞭解的使用方式。

- $f()$  符號中  $f$  雖然表示函數英文 function 之第一個字母，但直接用這個詞來教程度不高的學生，恐造成學生的困擾。可先以函數實例搭配譬喻引出此符號，再於恰當時機告訴學生  $f$  代表哪一個英文字。舉例來說，可以從子女對應到父親這種函數關係做函數符號的譬喻：

函數：子女→父親

大梁的父親是老梁       $\text{father of 大梁 is 老梁}$   
  
 $f$        $\text{of 大梁 is 老梁}$   
 記作： $f(\text{大梁}) = \text{老梁}$

小梁的父親是老梁       $f(\text{小梁}) = \text{老梁}$

阿趙的父親是老趙       $f(\text{阿趙}) = \text{老趙}$

- 在函數符號引出後，仍須以數值對應的例子加以說明。例如，用上面提到正方形邊長對應到周長的例子，進行函數符號及求函數值的教學，該關係為「 $f(\text{邊長}) = \text{周長}$ 」，故  $f(1) = 4$ ， $f(2) = 8$ ， $f(x) = 4x$  等等。
- 函數符號的介紹宜強調函數的程序性運算，也就是給定  $x$ ，透過將  $x$  代入對應關係式（一次式或常數式），找出對應到的值。例如，前面提到正方形邊長對應到周長的例子，在  $f(x) = 4x$  的情況下， $f(2)$  表示以  $x = 2$  代入  $4x$ ，故此時可得到函數值 8。
- 「 $y = f(x)$ 」這個式子，學生會覺得困難，不宜出現，但可用實例說明函數表示法中  $y$  與  $f(x)$  皆適用。例如，由於前面提到正方形周長可以用  $y$  表示，也可以用  $f(x)$  表示，所以可讓學生知道  $f(x) = 4x$  及  $y = 4x$  兩種

方法都可以表示函數。

- 此處函數應從生活中的對應關係擴充到可用一次式規範兩組數量的對應關係，例如，正方形邊長與周長的對應關係，可以描述為  $f(x) = 4x$ ，然而單看此式，若  $x$  代表的不是邊長，那麼也可以是負值，此時  $4x$  就是規範對應關係的一次式。
- 常數函數  $y = c$  或  $f(x) = c$  的對應關係及函數值不如一次函數般容易觀察，最主要的原因是學生找不到  $x$  要代入何處求值，仍宜由具體實例引入。例如，「搭計程車所跑里程數對應到起跳金額」為函數，可記為  $f(\text{里程數}) = \text{起跳金額}$ ；若設里程數是  $x$ ，那麼這個函數可以記成  $f(x) = 70$  或是  $y = 70$ 。由此例可看出常數函數以  $f(x)$  來記，學生較易找到  $x$  代入，如  $x = 2$  時，學生可寫出  $f(2)$ ，進而知道此時函數值仍為 70。在以生活實例引入後，仍須安排適度的練習，使學生能在給定  $x = a$  的情況下，求如  $y = c$  及  $f(x) = c$  這類函數值。

範例：

1. 攝氏溫度  $x^{\circ}\text{C}$  與華氏溫度  $y^{\circ}\text{F}$  之關係為  $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，攝氏 10 度時，華氏為幾度？
2. 若常數函數  $f(x) = 100$ ，求  $f(5)$  為何。

7-a-11	能理解平面直角坐標系。	A-4-10
--------	-------------	--------

#### 基本學習內容

- 7-ac-11-1 直角坐標平面
- 7-ac-11-2 縱軸與橫軸、 $x$  軸與  $y$  軸
- 7-ac-11-3 數對
- 7-ac-11-4 象限
- 7-ac-11-5 描點

#### 基本學習表現

7-acp-11-1 認識直角坐標平面相關數學用詞：縱軸、橫軸、 $x$ 軸、 $y$ 軸、象限、數對。★

7-acp-11-2 知道直角坐標平面上點的坐標與數對之對應情形。

7-acp-11-3 認識直角坐標平面上原點的位置。

7-acp-11-4 能判斷數對在直角坐標平面上位於哪個象限。

7-acp-11-5 能判斷各象限中，點的坐標之符號規則。

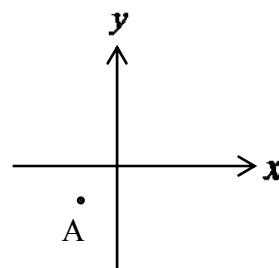
7-acp-11-6 熟練在直角坐標平面上描繪坐標數值簡單的點。

說明：

- 針對這個指標，九年一貫數學學習領域課程綱要與現場教師會混用「直角坐標平面」與「直角坐標系」。在國中階段，「平面」的用詞在此處第一次出現，其與後續幾何所提平面有相同處但也有相異處。可以具體實例介紹平面為何，而後指出在平面上建立一個標示位置的系統，即「直角坐標系」，當平面上有此系統後，就又稱為「直角坐標平面」。
- 以具體生動的例子介紹直角坐標平面，如地圖、颱風圖、藏寶圖等等。
- 在直角坐標平面描點時，部分學生會將 $(2, 3)$ 這個點描成 $(2, 0)$ 、 $(0, 3)$ 這兩個點。這種錯誤較易發生於以投影方式介紹點坐標的教法，若學生以此法有困難，可改以將 $(2, 3)$ 視為從原點向右走2單位再向上走3單位之方式來引出直角坐標平面中的點坐標。
- 描點以坐標值為整數或分母為2的分數為主。

範例：

1. 如果A點坐標為 $(-2, 3)$ ，那麼A點在哪一象限？
2. 右圖的A點坐標可能是下面哪一個？  
(1)  $(2, 2)$  (2)  $(-2, -2)$  (3)  $(2, -2)$  (4)  $(-2, 2)$



7-a-12	能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。	A-4-11
--------	--------------------------	--------

## 基本學習內容

7-ac-12-1  $(x, f(x))$  在直角坐標平面上的圖形

7-ac-12-2 常數函數在直角坐標平面上的圖形

7-ac-12-3 一次函數在直角坐標平面上的圖形

## 基本學習表現

7-acp-12-1 能瞭解一次函數  $f(x)=ax+b$  之表示方式與  $y=ax+b$  是可互換的。

7-acp-12-2 知道一次函數  $y=ax+b$  ( $a \neq 0$ ) 及常數函數  $y=b$  ( $b \neq 0$ )、 $y=0$  在直角坐標平面上的圖形為直線，且常數函數的圖形為水平的直線。★

7-acp-12-3 能以描繪  $x$  及其對應的函數值  $y$  之方式，畫出一次函數及常數函數在直角坐標平面上的圖形。

7-acp-12-4 能以找出兩點的方式畫出一次函數及常數函數在直角坐標平面上的圖形。

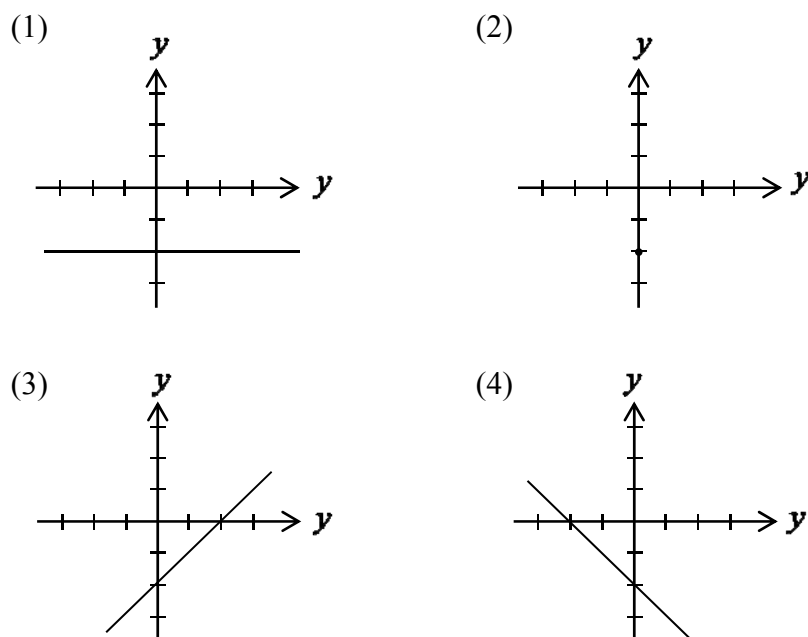
說明：

- 此指標中，常數函數  $y=b$  ( $b \neq 0$ )、 $y=0$  的圖形參考指標 7-a-13 的安排。
- 在教學中，可進行  $y=ax+b$  與  $ax-y+b=0$  之間的轉換，並以學生舊經驗中畫直線  $ax-y+b=0$  的經驗畫出  $y=ax+b$  在直角坐標平面上的圖形。
- 雖然透過將  $y=ax+b$  轉換為  $ax-y+b=0$ ，即可用畫二元一次方程式圖形的方式畫出一次函數與常數函數的圖形，然而，最終仍應使學生可不經式子的轉換，直接畫出  $y=ax+b$  的圖形；如此可將方程式中描繪「使等式相等的解」的圖形之概念轉換為函數中描繪「 $x$  與其對應值  $y$ 」的圖形之概念。

範例：

1. 在直角坐標平面上，畫出  $y=-2x+1$  的圖形。
2. 下列何者為  $y=-2$  的圖形？





7-a-13	能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。	A-4-11
--------	------------------------	--------

### 基本學習內容

- 7-ac-13-1 二元一次方程式所有解所形成的圖形
- 7-ac-13-2 二元一次方程式圖形
- 7-ac-13-3 二元一次方程式圖形與直線的關係
- 7-ac-13-4 畫二元一次方程式圖形

### 基本學習表現

- 7-acp-13-1 能將整係數二元一次方程式  $ax=c$ 、 $by=c$  轉換為  $x=\frac{c}{a}$  與

$$y=\frac{c}{b}。$$

- 7-acp-13-2 知道兩點決定一直線。
- 7-acp-13-3 知道二元一次方程式的圖形為所有解所形成的圖形。★
- 7-acp-13-4 知道二元一次方程式的圖形為直線。
- 7-acp-13-5 能以整係數二元一次方程式  $ax\pm by=c$  的二個解畫出其圖形。

7-acp-13-6 能畫出形如  $x = a$  及  $y = b$  的二元一次方程式之圖形。

7-acp-13-7 知道水平線的方程式形如  $y = b$ ，鉛垂線的方程式形如  $x = a$ 。★

7-acp-13-8 知道縱軸為二元一次方程式  $x = 0$  的圖形，橫軸為二元一次方程式  $y = 0$  的圖形。

說明：

- 在此指標中，畫出一般二元一次方程式的圖形乃程序性操作，對學生而言困難度不高；此指標的困難之處在於二元一次方程式圖形的概念性理解及有「一元係數為 0」的二元一次方程式圖形。
- 從概念性理解來說，學生雖然會畫出二元一次方程式的圖形，但對於「圖形上的點為方程式的解」或是「圖形上的任何一點代入方程式會使方程式成立」之觀念較為薄弱。為強化學生概念性理解，描點作圖的活動應切實執行。
- 以「一元係數為 0」的特殊狀況來說，鉛垂線、水平線、縱軸、橫軸與二元一次方程式的關連對學生而言是全新的，較為困難。尤其是  $x = 0$  及  $y = 0$  究竟是  $x$  軸還是  $y$  軸，困難度更高。教學中建議先教  $a \neq 0$  時， $x = a$  及  $y = a$  的情形，待學生對這類圖形已經自動化的產生鉛垂線及水平線的心像時，再引出  $a = 0$  的情形。
- 對於如  $x = a$  這類方程式而言，在畫出其圖形時，找解即有所困難，可回到 7-a-06 的實例說明。透過找出兩對解來畫出圖形後，對於這類圖形，仍須讓學生逐步脫離找解畫圖的方法，而自動看出  $x = a$  即為過  $(a, 0)$  之鉛垂線。

範例：

1. 在直角坐標平面上，畫出二元一次方程式  $2x + 3y = 6$  的圖形。
2. 在直角坐標平面上，畫出二元一次方程式  $2x = 6$  的圖形。

7-a-14	能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。	A-4-11 A-4-12
--------	---------------------	------------------

## 基本學習內容

- 7-ac-14-1 兩個二元一次方程式圖形的交點  
 7-ac-14-2 二元一次聯立方程式的解與其圖形交點的關係  
 7-ac-14-3 畫二元一次聯立方程式的圖形

## 基本學習表現

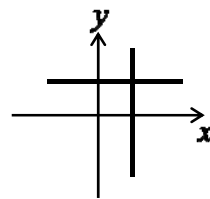
- 7-acp-14-1 知道兩個二元一次方程式圖形的交點為其聯立方程式的解。  
 7-acp-14-2 能在一直角坐標平面上畫出二元一次聯立方程式的圖形，並知道解的位置及其約略坐標。★

說明：

- 根據九年一貫數學學習領域課程綱要，此處只包含聯立方程式為一個解的情形。
- 若以畫圖求二元一次聯立方程式的解，恐學生在精準度不足下，無法找出正確解，建議不要求學生找出確切解，只需讓學生判斷解的坐標在哪一象限或何範圍。

範例：

1. 請畫出二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ x-y=4 \end{cases}$  的圖形，並判斷其解在哪一象限。
2. 右圖中兩條粗線為二元一次聯立方程式的圖形，請問下列哪一個數對可能是此聯立方程式的解？  
 (1) (2, 0)      (2) (0, 2)      (3) (2, 2)      (4) (0, 0)



7-a-15	能理解不等式的意義。	A-4-08
--------	------------	--------

說明：

■ 本指標不列入基本學習內容中，詳細說明請參閱附錄。

7-a-16	能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。	A-4-03 A-4-08
--------	----------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 7-ac-16-1 簡易一元一次不等式
- 7-ac-16-2 生活中非相等關係的用語，如：不小於、不大於、不超過、未滿、未達等
- 7-ac-16-3 「以上（含）」、「以下（含）」用語
- 7-ac-16-4 列一元一次不等式

#### 基本學習表現

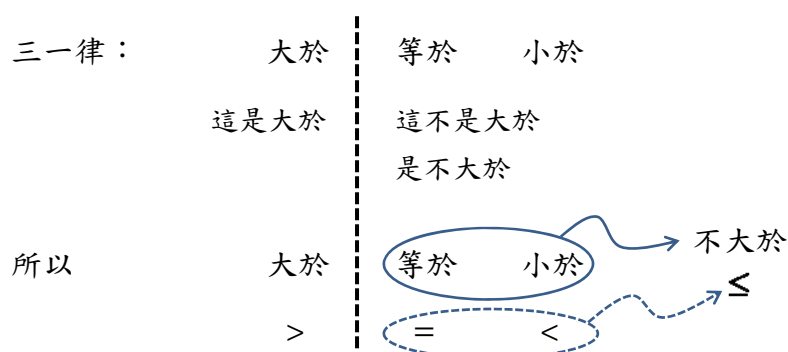
- 7-acp-16-1 察覺生活情境中數量的大小關係。
- 7-acp-16-2 認識係數為分數、形如  $ax+b \geq 0$ 、 $ax+b \geq cx+d$  等一元一次不等式（含其他  $\leq$ 、 $>$ 、 $<$  之不等式）。
- 7-acp-16-3 能將生活中非相等關係的用語，如：不小於、不大於、不超過、未滿、未達等轉化為相對應的  $\geq$ 、 $\leq$  或  $<$  符號。
- 7-acp-16-4 能將「以上（含）」、「以下（含）」轉換為  $\geq$ 、 $\leq$  符號。
- 7-acp-16-5 能根據生活情境列出簡易一元一次不等式。

說明：

- 此指標同 7-a-02，重視數學與生活的連結，雖為數學的核心意義之一，但對於後續銜接高中主要學習內容上，為次要的內容；故對於數學程度較差的同學，不要求精熟。
- 在列一元一次不等式時，其中的一元一次式以 7-a-02 之限定為範圍，即以一个括號為原則，同時，式中只含一個不等號（指如  $\leq$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $>$  等符號），不宜要求學生列出如九年一貫數學學習領域課程綱要所示之  $c \leq ax+b \leq d$  式子，以免造成解題上的困擾；即使應情境需要，也應允許學生以  $ax+b \geq c$ （或  $c \leq ax+b$ ）及  $ax+b \leq d$  兩式分列。一般而言，列出兩個不等號式子的情境都較為複雜、困難，且非銜接高中基礎內容

所需，建議不需在國中階段進行教學。

- 「不小於」、「不大於」、「不超過」、「不滿」、「未達」等非相等用語在生活中處處可見，其與不等號的連結對部分學生而言頗有困難。在這些學生的認知中，「大於」為 $>$ ，不大於就應為「小於」。這個現象是因為在生活經驗中，「二分」比「三一」更為常見；「男女」、「善惡」、「美醜」、「高矮」等等皆是二分，且相對兩概念各自涵蓋範疇感覺上差異不大。相對來看，三一律強調精準，「相等」只有一點，「大於」、「小於」卻是無限延伸的兩端，生活中一般較少使用三一律的方式來看事情。在此部分的教學中需特別安排活動強調以三一律的觀點思考生活中的數量，強調等於的存在感。舉例來說，教師可舉與學生生活較相關且有明顯等於情境的問題問學生，如：班上有兩位同學，小美與小麗，如果知道小美 13 歲，那麼小麗的年齡和小美年齡的大小關係有幾種？
- 在強調三一律後，仍須安排「不大於」與「小於或等於」之間概念的轉換活動。另外，部分學生會認為「不大於」應如等號的方式使用「 $\neq$ 」，故「不大於」與「小於或等於」此兩概念所使用符號之間的轉換也應有對應的教學活動。舉例來說，可讓學生寫出「小於」、「等於」、「大於」，在這三者有排他性的狀況下，如下圖，不是「第一者」，就是「第二或第三者」：



對於「不小於」與「大於或等於」的轉換，也應安排類似的教學活動。

- 對於「不超過」的教學仍須透過「超過」即「大於」，「不超過」即「不

大於」的方式，搭配前述「不大於」的方法進行教學。

- 對於「未滿」、「未達」等教學，可以生活實例轉換「滿」與「達」即為「到」的觀念，故「未滿」與「未達」即「不到」，也就是「小於」。例如，儲值卡滿 300 送 30，表示需加值達到 300 元才能送 30，如果未滿 300 元，如 299 元，則不能送 30。
- 在法條中，「以上」、「以下」的用語含等於的狀況，此乃約定成俗，不易選擇恰當的方法教學，建議用語都明確表示出含等號，即「以上(含)」、「以下(含)」。

範例：

1. 小嵐身上帶了 200 元，她想買一杯 25 元的聖代，其他的錢買每個 30 元的漢堡，如果可以買  $x$  個漢堡，則可列出一元一次不等式為何？
2. 某便利商店推出特惠，消費每滿 100 元送一張貼紙。小傑在店裡已經花了 170 元，他想再買一些每顆 15 元的電池以便至少拿到 5 張貼紙，依題意可設什麼未知數？可列出的一元一次不等式為何？

7-a-17	能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。	A-4-08
--------	--------------------------	--------

#### 基本學習內容

7-ac-17-1 以等量公理解簡易一元一次不等式

7-ac-17-2 在數線上標示  $x$  的範圍

#### 基本學習表現

7-acp-17-1 理解一元一次不等式的解乃  $x$  值的可能範圍。

7-acp-17-2 能對如  $a \leq x$  這類  $x$  在不等號右邊的式子與  $x \geq a$  這種  $x$  在等號左邊的式子進行轉換。

7-acp-17-3 能熟練以等量公理解簡易一元一次不等式。

7-acp-17-4 知道  $x$  的範圍所對應數線上的區間。

7-acp-17-5 能將一元一次不等式的解標示在數線上。

說明：

- 在解一元一次不等式時，仍宜由等量公理的方式求解，避免使用移項法則產生如指標 7-a-05 中所述混淆。
- 在此指標中，不需涉及九年一貫數學學習領域課程綱要所述不等號的遞移律；對於  $a > b$  且  $b > c$ ，學生透過生活經驗，可直觀判斷出  $a > c$ 。
- 有時為了縮短或簡化解題過程，會將  $x$  項移到或留在不等號的右邊，如此在解完時，就會得到形如  $a \leq x$  這類的式子，雖然  $a \leq x$  不一定需要轉換為  $x \geq a$ ，但在這個時機下，可讓學生練習將  $a \leq x$  轉換為  $x \geq a$ 。作法上建議可讓學生由左至右讀出「 $a$  小於等於  $x$ 」或從  $x$  出發讀出「 $x$  大於等於  $a$ 」，再透過這些讀法，瞭解  $x$  與  $a$  的大小關係，進而改寫該式為  $x \geq a$ 。
- 對於不等式左右同乘、除一個負數時需要改變不等號的作法，學生理解上並沒有很大的困難，其困難在於面對需要同乘、除一個負數的情境時，不容易引動要改變不等號的想法，教學中宜安排恰當的練習活動，例如，讓學生練習求解  $x$  項係數正負對應的由簡至繁之題目（如下表所示），使學生逐步熟練：

$x$  項係數正負對應的式子：

• $2x > 1$	• $-2x > 1$
• $-\frac{1}{2}x > 1$	• $\frac{1}{2}x > 1$
• $x + 2 \geq -1$	• $-x + 2 \geq -1$
• $-\frac{1}{3}x < 0$	• $\frac{1}{3}x < 0$
• $2 - x > 0$	• $2 + x > 0$
• $-3 + 2x > 2$	• $-3 - 2x > 2$

- 避免過度困難的題目，如九年一貫數學學習領域課程綱要中，上下山時速問題。

- 解一元一次不等式以式子中僅含一層括號為原則；同時係數以含至多一個分數為限，若係數有分數則不含括號；另不宜包含如九年一貫數學學習領域課程綱要所述  $c \leq ax + b \leq d$  這類二個以上不等號的式子。

範例：

1. 解一元一次不等式  $-2x + 5 \leq 0$ ，並將其解在數線上標示出來。
2. 下列何者為  $x + 3 > 2x - 1$  的解？  
 (1)  $x < 2$     (2)  $x > 2$     (3)  $x < 4$     (4)  $x > 4$

7-a-18	能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y = cx + d$ 的範圍，並在數線上圖示。	A-4-11
--------	---	--------

說明：

- 此指標牽涉到函數值、極值、數線，甚至不等式，為複合概念，複雜度高且對銜接高中沒有直接影響，故不需被涵蓋於基本學習內容或表現中。



## (二) 八年級

## 數與量領域

8-n-01	能理解二次方根的意義及熟練二次方根的計算。	N-4-11 N-4-12
--------	-----------------------	------------------

## 基本學習內容

8-nc-01-1 二次方根的意義

8-nc-01-2 二次方根的計算

## 基本學習表現

8-ncp-01-1 知道平方根（或二次方根）、正平方根、負平方根的名稱與意義。★

8-ncp-01-2 知道：由於任意數（整數、分數、小數）的平方必定大於或等於 0，故  $\sqrt{a}$  僅能在  $a$  不為負數時才有意義。8-ncp-01-3 知道： $\sqrt{0} = 0$ 。8-ncp-01-4 知道：若  $a > 0$ ， $(\sqrt{a})^2 = a$ ， $(-\sqrt{a})^2 = a$ ，亦即  $\pm\sqrt{a}$  皆為  $a$  的平方根。8-ncp-01-5 知道： $x^2 = a$  ( $a > 0$ ) 恰好有兩個解  $\pm\sqrt{a}$ 。8-ncp-01-6 知道： $\sqrt{a^2} = |a|$ 。8-ncp-01-7 知道：若  $a > b > 0$ ， $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。8-ncp-01-8 知道：若  $a > 0$ ， $n\sqrt{a} \pm m\sqrt{a} = (n \pm m)\sqrt{a}$ 。8-ncp-01-9 知道：若  $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 。8-ncp-01-10 知道：若  $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 。

8-ncp-01-11 能進行簡單的方根計算。

說明：

- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 本基本學習內容的根號  $a$  中的  $a$  限制在正整數和正分數的範圍中。
- 本基本學習內容以實際數字講授為原則，不宜直接以符號等式教學。
- 對於  $\sqrt{a^2} = |a|$ ，可解釋為：由於  $\sqrt{4}$  為 4 的正平方根，因此  $\sqrt{4} > 0$ ，故不論  $\sqrt{2^2}$  或  $\sqrt{(-2)^2}$ ，其值皆為 2。
- 本基本學習內容只處理簡單的方根計算，如  $\sqrt{121} = 11$ 、 $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$  等，對於使用算式、或分配律、或和的平方、或平方差等代數式，將在基本學習內容 8-n-03 中討論。

範例：

1. 下列有關  $\sqrt{12}$  的敘述，何者不正確？
  - (A)  $\sqrt{12}$  是方程式  $x^2 = 12$  的一個解。
  - (B)  $\sqrt{12} < 4$
  - (C)  $\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$
  - (D)  $\sqrt{12} > 3$
2. 計算  $(-\sqrt{\frac{5}{6}}) \times \sqrt{\frac{24}{25}}$  之後，可得下列哪一個結果？
  - (A)  $-\sqrt{\frac{4}{5}}$
  - (B)  $\sqrt{\frac{4}{5}}$
  - (C)  $-\frac{\sqrt{4}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{4}}{5}$

8-n-02	能求二次方根的近似值。	N-4-11
--------	-------------	--------

## 基本學習內容

8-nc-02-1 二次方根的近似值

## 基本學習表現

8-ncp-02-1 知道：若  $a > b > c > 0$ ， $\sqrt{a} > \sqrt{b} > \sqrt{c}$ 。

8-ncp-02-2 能用查表求平方根的近似值。

8-ncp-02-3 能用電算器求平方根的近似值。

8-ncp-02-4 知道：若  $a > 0$ ，在數線上可以找到坐標為 $\pm\sqrt{a}$ 的點。

說明：

- 本基本學習內容的根號  $a$  中的  $a$  限制在正整數和正分數的範圍中。
- 求平方根近似值時，答案（近似值）不宜太大，以少於 20 為宜。
- 用電算器求平方根近似值時，宜以四捨五入法限制近似值至多小數第 2 位。
- 本基本學習內容不教授用十分逼近法求平方根近似值。
- 本基本學習內容不要求在數線上標示平方根或其近似值。

範例：

1. 右表表示 5 個數及其平方後所得到的值。

利用此表估算  $\sqrt{171}$  的整數部分為何？

- (A) 12  
(B) 13  
(C) 14  
(D) 15

$N$	12	13	14	15	16
$N^2$	144	169	196	225	256

2. 對於  $\sqrt{135}$  的值，下列關係式何者正確？

- (A)  $9 < \sqrt{135} < 10$

(B)  $10 < \sqrt{135} < 11$

(C)  $11 < \sqrt{135} < 12$

(D)  $12 < \sqrt{135} < 13$

8-n-03	能理解根式的化簡及四則運算。	N-4-12
--------	----------------	--------

## 基本學習內容

8-nc-03-1 根式化簡的意義

8-nc-03-2 根式的化簡

8-nc-03-3 根式的四則運算

## 基本學習表現

8-ncp-03-1 知道最簡根式的名稱與意義。★

8-ncp-03-2 能使用算式、或分配律、或和的平方、或平方差等代數式進行運算，並將根式化簡至最簡根式。

說明：

- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。

- 本基本學習內容處理如  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\sqrt{25} - \sqrt{\frac{4}{9}} = 4\frac{1}{3}$ 、 $3\sqrt{5} - \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{14\sqrt{5}}{5}$ 、 $(\sqrt{5}+1)^2 = 6+2\sqrt{5}$ 、 $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$  等的根式化簡。

- 本基本學習內容使用代數式時，其計算不應過度複雜，數字與數字間宜具約分或平方等簡化功能。

範例：

1. 計算  $\sqrt{12} - \sqrt{\frac{4}{3}}$  之後，可得下列哪一個結果？

(A) 0

(B)  $\sqrt{\frac{8}{3}}$

(C)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(D)  $4\sqrt{3}$

2. 下列何者是根式  $\frac{8}{\sqrt{3}-1}$  化簡的結果？

(A)  $\sqrt{3}-1$

(B)  $\sqrt{3}+1$

(C)  $4\sqrt{3}+4$

(D)  $4\sqrt{3}-4$

8-n-04	能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。	N-4-13
--------	---------------------------	--------

#### 基本學習內容

8-nc-04-1 數列的意義

8-nc-04-2 第  $n$  項的意義

8-nc-04-3 第  $n$  項的符號表示法

#### 基本學習表現

8-ncp-04-1 知道數列的名稱與意義。★

8-ncp-04-2 知道：在數列中，數的次序十分重要，所以，每一數含有雙重意義，第幾項和本身的數值。

8-ncp-04-3 知道： $a_1$  代表數列中第 1 項的數值， $a_2$  代表數列中第 2 項的數值， $a_3$  代表數列中第 3 項的數值， $\dots$ ， $a_n$  代表數列中第  $n$  項的數值，其中  $n$  為任意正整數等。

8-ncp-04-4 能發現數列的規則性。

說明：

■ 本基本學習內容宜與 8-nc-05，8-nc-06 一起學習。

- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 一般項的意義較為抽象，學生不易理解，教學時宜使用第  $n$  項。
- 本基本學習內容之數列以等差數列、等比數列、平方數列、或規則明顯的數列（如：1, -2, 3, -4, 5, -6, ...）為原則，不宜引入高階等差數列。同時，不宜介紹等比數列、平方數列的名稱。
- 等差數列可安排遞增與遞減的例子，然公差不宜太大，以  $\pm 10$  以內為原則，且第 1 項可用較大的數，如  $a_n = 100 + (n-1)d$ 。
- 等差數列應介紹奇數數列和偶數數列，特別是其第  $n$  項  $a_n = 2n-1$ 、 $a_n = 2n$ 。
- 在觀察數列的規則時，可安排等比數列的例子，然公比不宜太大，以  $\pm 5$  以內或  $\pm 10$  為原則，且宜從第 1 項和第 2 項中可輕易發現公比，如  $a_n = 2r^{n-1}$ ，但等比數列的名稱不宜出現
- 可介紹  $a_n = 2^{n-1}$ 、 $a_n = 3^{n-1}$ 、 $a_n = 10^{n-1}$  等數列，特別是其第  $n$  項。
- 公差或公比可用分數，但宜同時兼顧數列的簡單化。
- 教學活動內容可引入具體操作情境，如用邊長為 1 的正方形排出邊長為  $n$  的正方形，其周長為  $4 \times n$ ，面積為  $n^2$ ；用邊長為 1 的正三角形排出邊長為  $n$  的正三角形，其周長為  $3 \times n$ 。

範例：

1. 將 1~100 的正整數中，除以 5 餘 1 的數，由小到大排列（第 1 個數是 1）。請問第 10 個數是多少？
  - (A) 10
  - (B) 46
  - (C) 50
  - (D) 51
2. 數列  $a_1 = 2\sqrt{3}$ ， $a_2 = -3\sqrt{3}$ ， $a_3 = 4\sqrt{3}$ ， $a_4 = -5\sqrt{3}$ ， $\dots$ ， $a_{100} = -101\sqrt{3}$  中，請問第 20 個數是多少？
  - (A)  $-20\sqrt{3}$

- (B)  $20\sqrt{3}$   
 (C)  $-21\sqrt{3}$   
 (D)  $21\sqrt{3}$

8-n-05	能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。	N-4-13 N-4-14
--------	------------------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 8-nc-05-1 等差數列的意義  
 8-nc-05-2 首項、公差的意義  
 8-nc-05-3 第  $n$  項公式

#### 基本學習表現

- 8-ncp-05-1 知道等差數列的名稱與意義。★  
 8-ncp-05-2 能判別一數列是否等差數列。  
 8-ncp-05-3 知道首項、前項、後項、公差、第  $n$  項的名稱。  
 8-ncp-05-4 知道：在等差數列中，第一項稱為首項，以  $a_1$  表示；任何相鄰兩項，前者稱為前項，後者稱為後項；後項減前項的值稱為公差，以  $d$  表示。  
 8-ncp-05-5 知道：公差  $d = a_{m+1} - a_m$ ，其中  $m$  為任意正整數。  
 8-ncp-05-6 知道：第  $n$  項  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中  $n$  為任意正整數， $d$  為公差。  
 8-ncp-05-7 給定一等差數列，能依題意求出：公差  $d$ 、或第  $n$  項  $a_n$ 、或第  $m$  項  $a_m$  ( $m$  為特定正整數)、或某數為第幾項等。

說明：

- 本基本學習內容宜與 8-nc-04，8-nc-06 一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 不要求學習等差中項。

- 本基本學習內容以整數為原則，偶而引入分數。
- 等差數列可安排遞增與遞減的例子，然公差不宜太大。
- 教學活動內容可引入具體操作情境，如用牙籤排出成一直線的  $n$  個正方形，其牙籤數為  $3 \times n + 1$ ；用牙籤排出成一直線的  $n$  個正三角形，其牙籤數為  $2 \times n + 1$ 。

範例：

1. 從  $-16$ 、 $-2$ 、 $6$ 、 $14$  四個數中刪去一個數，餘下的三個數由小而大，依序排列為一等差數列。請問刪去的是哪一個數？
  - (A)  $-16$
  - (B)  $-2$
  - (C)  $6$
  - (D)  $14$
2. 等差數列  $a_1 = 1$ ， $a_2$ ， $a_3$ ， $a_4$ ， $\dots$ ， $a_{51}$ ， $a_{52}$  中，若  $a_4 - a_3 = 4$ ，則  $a_{12} = ?$ 
  - (A)  $41$
  - (B)  $45$
  - (C)  $49$
  - (D)  $53$

8-n-06	能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。	N-4-13 N-4-14
--------	----------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 8-nc-06-1 等差級數之意義
- 8-nc-06-2 等差級數的和之公式
- 8-nc-06-3 等差級數問題

#### 基本學習表現

- 8-ncp-06-1 知道等差級數的名稱與意義。★
- 8-ncp-06-2 知道等差級數為一數值。



8-ncp-06-3 知道等差級數  $s_n$  的和之公式為： $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ ，其中  $a_1$ 、 $a_n$

為原等差數列之首項及第  $n$  項。

8-ncp-06-4 知道等差級數  $s_n$  的和之公式為： $s_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，其中

$a_1$ 、 $d$  為原等差數列之首項及公差。

8-ncp-06-5 能解決等差級數問題。

說明：

- 本基本學習內容宜與 8-nc-04，8-nc-05 一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 不宜要求學生區分「等差級數」與「等差數列」之差異，學生只需能應用自如即可。但教學活動舉例或檢測則不應使用「等差級數的前  $n$  項和」、「等差級數的公差  $d$ 」、和「等差級數的第  $n$  項」之用語，宜改為「原等差數列的前  $n$  項和」或「等差級數的和」、「原等差數列的公差  $d$ 」、與「原等差數列的第  $n$  項」等敘述。
- 教學活動舉例或檢測若使用 8-ncp-06-4 之公式，不宜要求學生直接求出項數  $n$ 。

範例：

1. 等差數列之首項為  $a_1 = 1$ ，第  $n$  項  $a_n$  為 19，且其級數和  $s_n$  為 100，則  $n = ?$ 
  - (A) 10
  - (B) 19
  - (C) 20
  - (D) 100
2. 等差數列之首項為 5，前 10 項之和為 140，則公差為何？
  - (A) 1
  - (B) 2

(C) 3

(D) 4

## 代數領域

8-a-01	能熟練二次式的乘法公式。	A-4-13
--------	--------------	--------

## 基本學習內容

- 8-ac-01-1 未知數自乘的簡記  
 8-ac-01-2 乘法公式： $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$   
 8-ac-01-3 乘法公式： $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$   
 8-ac-01-4 乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

## 基本學習表現

- 8-acp-01-1 熟練  $c(a+b)$  與  $(a+b)c$  的展開，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為整數。  
 8-acp-01-2 知道乘法公式： $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為整數。  
 8-acp-01-3 知道乘法公式： $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+c^2$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為整數。  
 8-acp-01-4 知道乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，其中  $a$ 、 $b$  為整數。  
 8-acp-01-5  $a$  為整數時，能將  $(ax)^2$  展開為  $bx^2$ ，其中  $b=a^2$ 。

說明：

- 分配律的教學可於此進行，用圖形面積及箭頭方式讓學生理解分配  $c$  的概念；例如，箭頭方式：

$$\overbrace{c(a+b)}^{\curvearrowright} = ac + bc$$

$$\overbrace{(a+b)c}^{\curvearrowright} = ac + bc$$

- 如： $\overbrace{(a+b)(c+d)}^{\curvearrowright} = ac + ad + bc + bd$ ， $\overbrace{(a+b)(c+d)}^{\curvearrowright} = ac + bc + ad + bd$

視為展開後合併項或消去項的結果。

- 如  $x^2$ 、 $(3x)^2$  等  $x$  為二次的式子，學生在此第一次接觸，應安排活動使學生知道  $(3x)^2 = 3x \cdot 3x = 9x^2$ （可視為係數相乘、未知數相乘）。另外，在應用乘法公式展開如  $(3x+5)^2$  的式子時，會出現  $2 \cdot 3x \cdot 5$  這類的式子，需

安排活動使學生知道此式可以化簡為  $30x$ （數字相乘）。

- 應用乘法公式求數字相乘結果的問題，難度頗高，如  $103 \times 97$ ，學生不易察覺此運算與乘法公式的關連：此項能力並非一般學生必要的能力，不宜對學生評量，但可讓學生透過將數字代入乘法公式以助公式的記憶與熟悉。

- 在學生已學會乘法公式的情形下，可安排應用乘法公式的教學活動。例如，在  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為實際整數的情況下，讓學生嘗試應用乘法公式展開：

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd$$

$$(ax \pm b)^2 = (ax)^2 \pm 2abx + b^2$$

$$(ax+b)(ax-b) = (ax)^2 - b^2。$$

在此  $(ax+b)^2$  這類式子並非視為多項式的相乘，只是將  $ax+b$  視為一元一次式（此式代表某數）。多項式的相乘在指標 8-a-04 處理。

範例：

1.  $(x+1)(x-1) =$

(1)  $x+1+x-1$     (2)  $x^2-2x+1$     (3)  $x^2+2x+1$     (4)  $x^2-1$

2.  $(3x-1)^2 =$

(1)  $9x^2-6x+1$     (2)  $3x^2-6x+1$     (3)  $9x^2+6x-1$     (4)  $9x^2-1$

8-a-03	能認識多項式及相關名詞。	A-4-14
--------	--------------	--------

#### 基本學習內容

8-ac-03-1  $x$  的多項式與常數多項式

8-ac-03-2 項、係數、次數

8-ac-03-3 升冪(升次)、降冪(降次)

## 基本學習表現

8-acp-03-1 認識 $x$ 的多項式。★

8-acp-03-2 認識單項式。

8-acp-03-3 認識常數多項式。★

8-acp-03-4 認識 $x$ 的多項式相關名詞，如：項、項數、係數、常數項、次數、一次項、二次項、最高次項。8-acp-03-5 知道 $ax^2$ 為 $a \cdot x \cdot x$ 及 $ax^3$ 為 $a \cdot x \cdot x \cdot x$ 。8-acp-03-6 能將 $x$ 的多項式作升冪(升次)排列、降冪(降次)排列。★

說明：

- 此處的學習重點著重在 $x$ 的多項式和相關名詞的認識，不需涉及同類項合併及化簡。
- 在 7-a-01 中學生已能熟練符號的意義及其代數運算，但該指標所學內容侷限於一次式的範圍， $3x$ 是「3 個 $x$ 相加」，學生的舊經驗會把 $3x$ 讀作「3 個 $x$ 」，對加法的感覺不強烈。而多項式涉及到 $x$ 的次方， $x^3$ 是「3 個 $x$ 相乘」，教學上若在此點到為止，學生容易只抓取到「3 個 $x$ 」而忽略「相乘」，故介紹此單元時應強調 $-2x^3$ 其實就是「 $(-2)$ 乘 $x$ 乘 $x$ 乘 $x$ 」的簡記。在此指標中宜加強「相加」和「相乘」兩者不同的概念。
- 教學設計上可將多項式的構成以圖像化的方式表示：

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & x^3 & + & \square & x^2 & + & \square & x & + & \square \\
 \downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow & & & \\
 & x \cdot x \cdot x & & x \cdot x & & & x & & & 
 \end{array}$$

- 讓學生在 $\square$ 中填入數(實數)，數字可相同也可不同，從每一項的組成中認識係數和 $x$ 的次方之間是相乘的關係。
- 括號的位置會影響代數運算的順序。但在正式教材中並未特別提到括號的使用方式及省略的時機，故括號的誤用是學生學習本指標的另一困難點。如：學生常將 $3x^2$ 和 $(3x)^2$ 視為相同。故在此指標中宜設計相關的教

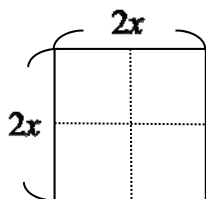
學活動，以幫助學生了解括號的使用方法，舉例如下：

【下圖每個小正方形的邊長皆為  $x$ 】

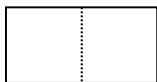
(1) 4 個小正方形排成邊長為  $2x$  的正方形，其面積為  $4 \cdot x^2 = 4x^2$ ，

或用正方形面積公式可算出其面積為  $(2x) \cdot (2x) = (2x)^2$ ，故

$$(2x)^2 = 4x^2。$$



(2) 2 個小正方形並排成如下的長方形，其面積為  $2 \cdot x^2 = 2x^2$ 。



(3) 由(1)和(2)可以發現  $(2x)^2 = 4x^2 \neq 2x^2$ 。

- 在教學過程中也可反問學生， $3x^2$  如何用上述圖例表示？而  $(3x)^2$  又該如何表示？讓學生從圖形面積大小不同，更深刻的體會  $3x^2$  並非如  $\square^2$  的形式，而是  $3 \cdot \square^2$  的形式。
- 在介紹完何謂「項」之後，為確認學生是否具備完整「項」的概念，教師可設計如下的兩個教學活動：

【活動一】在單項式的表示法中，我們常常會省略「 $\cdot$ 」的符號，直接寫成簡記的形式，請在下表的空格內，按照提示填入適當的文字或符號。

不省略 「 $\cdot$ 」號	$2 \cdot x \cdot x$			$(-5) \cdot x \cdot x$			$\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)$
$\Downarrow$							

省略「 $\cdot$ 」 號簡記	$2x^2$	$3x$	$\frac{1}{3}x^2$		$-0.2x$	$(2x)^2$	
----------------------	--------	------	------------------	--	---------	----------	--

【活動二】請同學求出隨著  $x$  值的不同，將其代入  $3x$ 、 $3x^2$ 、 $(3x)^2$ 、 $-2x^2$  後的值分別為何？並完成下列表格。

$x$	$3x$	$3x^2$	$(3x)^2$	$-2x^2$
-1				
2				

- 教學上可多舉實際數值的例子，從實例中介紹  $x$  的多項式之定義及相關名詞，如：單項式、多項式、項、項數、係數、常數項、一次項、二次項、最高次項、升幂與降幂。例如： $x$  的二次多項式  $2x-1-3x^2$  共有三項，它的降幂排列表示法為  $-3x^2+2x-1$ ，最高次項為  $-3x^2$ ，二次項、一次項及常數項分別為  $-3x^2$ 、 $2x$  及  $-1$ ，而二次項係數、一次項係數及常數項分別為  $-3$ 、 $2$  及  $-1$ 。
- 此處所指的多項式限定在  $x$  的多項式，故不討論形如  $3xy+4x$  是否為多項式，或其次數為何等問題。
- 在 7-a-10 時已經提過什麼是常數了，但在該內容中，並未涉及常數函數的次數。在這裡，學生看不到常數有任何次方。一般而言，為求教學方便，有時會將  $a$  記成  $a \cdot x^0$ ，以說明零次多項式的用語；然而， $a \cdot x^0$  這樣的表示法中， $x$  不能為  $0$ ，此與多項式之  $x$  值可為任意數矛盾。在國中階段，學生並不需要處理零次多項式或零多項式的問題，故在此不需要區分或介紹。建議教學中，在介紹多項式時即做分類：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{① 高次多項式} \\ \text{② 二次多項式} \\ \text{③ 一次多項式} \\ \text{④ 常數多項式} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{三次多項式} \\ \text{四次多項式} \\ \vdots \end{array}$$

- 上述這些名詞在此單元的題目中經常性地被使用，故有認識的必要，但不宜刻意為了評測學生是否具備本基本學習表現而命題。如：「若多項式  $(a+5)x^2 + (b-1)x + 7$  是一個常數多項式，則  $a = ?$   $b = ?$ 」此類題目應避免。

範例：

1. 多項式  $-x - 4x^3 + 6$  中， $x^3$  的係數為何？又  $x^2$  的係數為何？
2. 下列何者與  $2x - 4x^2 + 6$  不同？
  - (1)  $-4x^2 + 2x + 6$
  - (2)  $2x - (2x)^2 + 6$
  - (3)  $6 + 2x - 4x^2$
  - (4)  $2x - (4x)^2 + 6$

8-a-04	能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。	A-4-14
--------	---------------------	--------

#### 基本學習內容

- |           |                     |
|-----------|---------------------|
| 8-ac-04-1 | 整係數多項式的加、減法運算       |
| 8-ac-04-2 | 整係數多項式的乘法運算         |
| 8-ac-04-3 | 整係數多項式的除法運算         |
| 8-ac-04-4 | 整係數多項式的簡易加、減、乘法混合運算 |

#### 基本學習表現

- |            |                   |
|------------|-------------------|
| 8-acp-04-1 | 認識同類項。            |
| 8-acp-04-2 | 熟練兩整係數多項式的加、減法運算。 |



- 8-acp-04-3 熟練整係數單項式乘以整係數單項式的代數運算。
- 8-acp-04-4 熟練整係數多項式的乘法運算。
- 8-acp-04-5 熟練整係數單項式除以整係數單項式的代數運算。
- 8-acp-04-6 認識被除式、除式、商式、餘式、整除。
- 8-acp-04-7 熟練以長除法或分離係數法進行整係數多項式的除法運算。
- 8-acp-04-8 能以被除式=除式 $\times$ 商式+餘式的式子表示被除式、除式、商式和餘式之間的關係。
- 8-acp-04-9 熟練整係數多項式的簡易加、減、乘法混合運算。

說明：

- 此處所涉及的學習內容是中學代數一個重要的基礎，和後續代數學習內容關聯性極高，故在此內容上的基本表現須達到精熟程度。
- 多項式加法和減法的代數運算不宜過於複雜，在未來學習中僅含加法和減法的情況下，需要用兩層以上的括號來列式計算的情況不多，建議此處仍以一層括號為限。
- 單項式乘以單項式的代數運算是多項式乘法的基礎，學生在此項目的學習表現應做到精熟，後續不論是單項式乘以多項式，或是多項式乘以多項式，其實都可以看成單項式乘多項式中的每一項，再將所得的積相加。單項式除以單項式的代數運算求商式的過程中常用，應精熟。
- 多項式的乘法運算方式很多，可以使用直式、分離係數和橫式，但在國中，多項式的乘法運算次數都不高，多數學生習慣使用分配律(橫式)的方式進行運算，在此並不設限學生一定得用哪一種方法，只要能算出答案即可。
- 在中學代數中，多項式的四則運算屬於重要且基本的學習內容，但若需要動手計算的題目或情境列式，多項式所涉及的次數通常不會太高。在此限制所指涉的多項式皆為整係數多項式，其乘法所得乘積之次數最高至三次；其除法的計算，被除式的次數原則上不要超過三次，除式的次數則以一次為限。
- 語言常是學生了解數學的障礙。此處題目中常出現類似「甲式能整除乙

式」或是「甲式被乙式整除」的敘述，學生受到語言的干擾，不易覺知被除式到底是甲式還是乙式。但這樣的語句理解對後續學習內容影響不大，故在此只要求學生了解：餘式是 0 即為「整除」。部分學習材料命題會同時使用「整除」概念與解方程式技能，類似這種複合兩種以上的概念之題目，應予以避免，如：「已知多項式  $x^2 + ax + 3$  能被  $x - 1$  整除，求  $a = ?$ 」

- 對於除法原理的式子，學生只要能夠知道被除式、除式、商式和餘式之間關係，在已知其中三式的情況下，透過除法原理推導出另一式即可，如：「如果一個多項式除以  $x - 3$  得商式  $2x^2 - 1$ ，餘式 4，求此多項式。」至於其他涉及複合概念，如將等量公理、除法原理合併的內容，不宜入題，如：「若多項式 A 除以多項式 B，可得商式 Q，餘式為 R，那麼， $4A$  除以  $3B$  的商式及餘式各為何？」

範例：

1. 請將多項式  $(x^2 - 4)(-2x + 3)$  展開化簡。
2. 試計算  $4x^2 - 15$  除以  $x + 2$  所得的商式和餘式。

8-a-06	能理解二次多項式因式分解的意義。	A-4-16
--------	------------------	--------

#### 基本學習內容

- 8-ac-06-1 整係數多項式中，整除的意義  
 8-ac-06-2 整係數多項式的因式、倍式  
 8-ac-06-3 整係數多項式因式分解的意義

#### 基本學習表現

- 8-acp-06-1 知道整係數多項式中，整除的意義。  
 8-acp-06-2 能利用除法判別兩整係數多項式間是否有因式、倍式的關係(商、餘式亦為整係數)。  
 8-acp-06-3 能利用除法將整係數二次多項式寫成兩個整係數一次式相乘

的形式。

8-acp-06-4 知道因式分解的用語。

8-acp-06-5 能從因式分解的形式判別多項式的因式、倍式(以整係數為限)。

說明：

- 此處內容在透過多項式除法的計算，知道因式、倍式的意義；因此，以被除數、除數、商皆為整係數多項式為原則，才不致於因為較難的分數計算，讓學生在計算過程中耗費大量心神，因而模糊了學習焦點。
- 判別因式、倍式時，只限於一次多項式是另一個二次多項式的因式，或二次多項式是另一個一次多項式的倍式。
- 不必刻意提及「除了 0 以外的常數都是任意多項式的因式」，因其並不至於影響後續學習，可讓學生知道將因式寫成類似  $2x+4$  或  $2(x+2)$  均可，但不宜出現類似「2 是  $2x+4$  的因式嗎？」這類題目。
- 利用除法判別多項式的因式、倍式的活動，可從學生舊經驗中，整數的因數、倍數類化至多項式的因式、倍式。例如：

整數	多項式
$6 \div 2 = 3 \cdots 0$ 餘數為 0，可以整除 所以 2 是 6 的因數， 6 是 2 的倍數	$(x^2 - 2x - 3) \div (x + 1) = x - 3 \cdots 0$ 餘數為 0，可以整除 所以 $(x + 1)$ 是 $x^2 - 2x - 3$ 的因式， $x^2 - 2x - 3$ 是 $(x + 1)$ 的倍式

- 由除法判斷因式、倍式的活動，發展出因式與倍式的乘法關係，此種轉化可透過除法原理讓學生理解，並進而知道二次多項式因式分解的意義；當學生聽到「因式分解…」時，會想到就是要把一個二次多項式寫成兩個一次因式相乘的樣子，是另一種多項式的表現形式。
- 教學時，亦可從學生舊經驗中的因數分解(標準分解式)類化至二次多項

式的因式分解，例如：

整數	多項式
$6 \div 2 = 3 \cdots 0$	$(x^2 - 2x - 3) \div (x + 1) = x - 3 \cdots 0$
$6 = 2 \times 3$	$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$
2、3 都是 6 的因數	$(x + 1)$ 、 $(x - 3)$ 都是 $x^2 - 2x - 3$ 的因式
$2 \times 3$ 稱為 6 的因數分解 (標準分解式)	$(x + 1)(x - 3)$ 稱為 $x^2 - 2x - 3$ 的因式分解

- 利用除法將二次多項式寫成兩個一次式相乘的形式的活動內容應包含除式為單項式者，接下來的提出公因式作因式分解即會用到。例如：

1.  $3x^2 \div x = 3x \cdots 0$

$$3x^2 = x \cdot 3x$$

2.  $(4x^2 - x) \div x = 4x - 1 \cdots 0$

$$4x^2 - x = x(4x - 1)$$

範例：

1.  $2x^2 - 3x - 2$  是  $(2x - 1)$  的倍式嗎？

2.  $(x - 2)$  是  $3x^2 - 3x - 6$  的因式嗎？如果是，請將  $3x^2 - 3x - 6$  因式分解。

8-a-07	能利用提公因式法分解二次多項式。	A-4-16
--------	------------------	--------

#### 基本學習內容

8-ac-07-1 整係數二次多項式的公因式常數函數

8-ac-07-2 提公因式作因式分解

#### 基本學習表現

8-acp-07-1 能判別兩個整係數多項式(至多二次)的公因式。(公因式亦限制為整係數)

8-acp-07-2 能利用提出整係數的公因式作整係數二次多項式的因式分解。

說明：

- 找兩個多項式的公因式以及提出公因式作因式分解，均可從學生舊經驗中的公因數以及提出公因數出發，讓學生從比對中，熟悉提出公因式的意義。例如：

- 找出公因數/公因式

整數	$29$ 是 $29^2$ 與 $24 \times 29$ 的公因數 $\parallel$ $29 \times 29$
多項式	$x$ 是 $x^2$ 與 $24 \cdot x$ 的公因式 $\parallel$ $x \cdot x$
	$(x+5)$ 是 $(x+5)^2$ 與 $24 \cdot (x+5)$ 的公因式 $\parallel$ $(x+5)(x+5)$

又如：

提出公因數作因數分解/提出公因式作因式分解

整數	因數分解 $29^2 - 24 \times 29$ $= 29 \cdot 29 - 24 \times 29$ $= 29(29 - 24)$ $= 29 \cdot 5$	亦即因數分解 $841 - 696 = 145$ 找出公因數 29，並 找出前項還剩 29、後項還剩 24 提出公因數 29，並 用括號呈現前項剩的 29、後項剩的 24， 以及運算符號 整理後，得到因數分解
----	---	--

		(標準分解式)
多 項 式	因式分解 $x^2 - 24 \cdot x$ $= x \cdot x - 24 \cdot x$ $= x(x - 24)$	找出公因式 $x$ ，並 找出前項還剩 $x$ 、後項還剩 24 提出公因式 $x$ ，並 用括號呈現前項剩的 $x$ 、後項剩的 24， 以及運算符號 得到因式分解
	因式分解 $(2x+3)^2 + 24(2x+3)$ $= (2x+3) \cdot (2x+3) + 24(2x+3)$ $= (2x+3)(2x+3+24)$ $= (2x+3)(2x+27)$	找出公因式 $2x+3$ ，並 找出前項還剩 $2x+3$ 、後項還剩 24 提出公因式 $2x+3$ ，並 用括號呈現前項剩的 $2x+3$ 、後項剩的 24，以及運算符號 整理後，得到因式分解
	因式分解 $(2x+3)(3x-5) + (2x+3)$ $= (2x+3)(3x-5) + 1 \cdot (2x+3)$ $= (2x+3)(3x-5+1)$ $= (2x+3)(3x-4)$	找出公因式： $2x+3$ ，並 找出前項還剩 $3x-5$ 、後項還剩 1 提出公因式 $2x+3$ ，並 用括號呈現前項剩的 $3x-5$ 、後項剩的 1，以及運算符號 整理後，得到因式分解

- 提出公因式作因式分解的題目安排應循序漸進，讓學生從中發展，把握解題的程序：

☞ 從兩個已分解的多項式中找到公因式，並找出前、後多項式(前、後項)還剩的元素。




☞ 提出找到的公因式，並用括號呈現前、後多項式所剩的元素，以及運算符號，與提出的公因式寫成相乘的形式。

☞ 括號內化簡、同類項合併

- 學生對於  $x$  就是  $1 \cdot x$  或者像  $(2x+5)$  就是  $1 \cdot (2x+5)$  的轉換時機往往無法掌握，例如寫答時就要寫成  $x=2$  而不會是  $1 \cdot x=2$ ，但是因式分解  $x^2 - x$  時，又得想到後項的  $x$  就是  $1 \cdot x$ 。再加上舊經驗中比較強化的是化簡，比較沒機會將形如  $(ax+b)$  的代數式改成  $1 \cdot (ax+b)$  的形式，這部分需要有多次的學習歷程，才能讓學生掌握到何時轉換。

因此建議，利用提出公因式作因式分解的教學活動，除了讓學生找公因式，也應讓學生知道，前、後多項式(前、後項)一定還會有剩下的，並讓學生找出前、後項還剩下的元素。例如像因式分解  $(x+3)^2 - (x+3)$ ，除了讓學生找到公因式  $(x+3)$ ，也應讓學生找前、後項還剩的元素為何，在前、後項一定還會有剩下的信念下，才會引動將  $(x+3)$  視為  $1 \cdot (x+3)$  的想法，並據以找到後項剩下的 1，才不至於認為後項提出  $(x+3)$  之後就沒了，因而誤將  $(x+3)^2 - (x+3)$  的因式分解寫成  $(x+3)(x+3)$ 。

- $b-a=-(a-b)$  形式上看起來像「化簡為繁」(因為右邊多了括號及負號)，卻有助於某些多項式的因式分解以及後續學習，宜有教學活動讓學生對此形式的轉換確實掌握。可從具體數字讓學生能將「 $b-a=-(a-b)$ 」口語上解釋成「減法的前後項不能亂交換，若要交換，會差一個負號」，並知道以何形式表達此結論，仿其表達形式，對多項式作適度的練習。例如：

$3-5=-2$	$150-100=50$	$1-x$
$5-3=2$	$100-150=-50$	$x-1$
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">   <math>3-5=-(5-3)</math> </div> <div style="text-align: center;">   <math>150-100</math>  <math>=-(100-150)</math> </div> <div style="text-align: center;">   <math>1-x=-(x-1)</math> </div> </div>		

- 因式分解形如  $(2x+3)(2x-1)+(2x+5)(2x+3)$  等複合概念的題目時，可

先乘開、同類項合併後，再以十字交乘法因式分解，但是學生常會在乘開或同類項合併的過程就出錯，鑄下這類題目很難的印象。因此，建議此類題目還是讓學生用提出公因式的方法作因式分解，但目的是在讓學生學會提出公因式的方法，所以題目儘量避免會因計算錯誤而作錯，尤其是去括號時前面有負號的題目，經常是學生計算錯誤所在，例如上述題目若改成兩多項式相減  $(2x+3)(2x-1)-(2x+5)(2x+3)$ ，錯誤的可能性就大增，基本學習內容只含特例且簡易數學物件即可。

■ 分組提公因式作因式分解的內容，牽涉到

1. 需作適當的分組
2. 各分組個別提出公因式
3. 找出兩個分組的公因式
4. 提出兩個分組的公因式
5. 整理

其解題程序牽涉多步驟以及多概念(分組、找公因式、提公因式等)，應視為困難概念，只含特例且簡易數學物件之內容即可，但符合特例且簡易數學物件之題目，不外因式分解  $x^2-3x+4x-12$ 、 $x^2-3x+ax-3a$  之類的題目，前者大可一次項合併後，用十字交乘法作，後者又多了一個符號  $a$ ，一方面難度提升，且對後續學習影響不大，因此建議不要有此內容。

範例：

1. 寫出  $(x+5)^2$  與  $3(x+5)$  的公因式：\_\_\_\_\_
2. 因式分解  $(x+5)^2-3(x+5)$ 。

8-a-08	能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。	A-4-16
--------	---------------------	--------

基本學習內容		
8-ac-08-1	乘法公式作整係數二次多項式的因式分解	
8-ac-08-2	十字交乘法作整係數二次多項式的因式分解	



**基本學習表現**

8-acp-08-1 能用乘法公式因式分解整係數二次多項式。

8-acp-08-2 能熟練用十字交乘法因式分解整係數二次多項式。

說明：

- 可使用完全平方公式因式分解的內容，建議不要求學生一定要配成完全平方的形式求答，因為這兩個公式的正向 $(a \pm b)^2 \rightarrow a^2 \pm 2ab + b^2$ ，某些學生可以靠分配律(右式是記錄算出的結果)或背誦記得，但反向則不太容易把握，因為它牽涉到形式上的轉換，而不是算出來的。

教學時建議此類題目應多出題，但仍以十字交乘法計算，得出結果後，再寫成完全平方的樣子，讓學生看到多項式以完全平方的形式呈現。因此，題目建議以沒括號的為原則，如因式分解 $x^2 \pm 6x + 9$ ，但形如 $(x-2)^2 - 4(x-2) + 4$ 的因式分解則不要。

- 可使用平方差公式因式分解的內容，若有些學生仍不熟悉此公式，建議仍以十字交乘法教學，並在多次經驗後，得出規律，知道 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 的公式做法，再讓學生直接用公式分解，甚或可以進一步至含有一個括號的題目，如 $(2x+1)^2 - 4$ 。但不宜再進一步至兩個括號者，如 $(2x+1)^2 - (4x-3)^2$ ，目的是讓學生學會使用平方差公式作因式分解，但此題即使學生會用平方差公式分解成 $((2x+1) + (4x-3))((2x+1) - (4x-3))$ ，

接下來進行括號裡的化簡、合併過程，很容易出錯，反而喪失了學會十字交乘法的意義。

- 十字交乘法學習內容的安排，建議從二次項係數是1的，再到二次項係數是其它正整數者，至於二次項係數為負者或其他，建議不要。因為國中階段因式分解的主要目的是作為解一元二次方程式的方法之一，而解方程式是可藉由等量公理，讓二次項係數均為正整數；高中職時的因式分解也可在提出負號或分數後，成為正整係數下進行。
- 不過，二次項係數是1時，也就是 $x^2$ ，教學時，還是要強調分解成 $x \cdot x$ ，

不要讓學生誤以為永遠都是如此，影響接下來的二次項係數是其它正整數者的學習。

- 以十字交乘法因式分解的內容安排，建議可依一次項係數與常數項的正負來考慮；先(+、+)，讓學生看出常數項一定是分成兩個正數相乘，可不必考慮負的；然後(-、+)，讓學生看出常數項一定是分成兩個負數相乘，可不必考慮正的；再(+、-) 或(-、-)，如此學生較易觀察出係數的特性，簡化十字交乘的過程。
- 十字交乘時，常數項除了考慮數字大小外，也要注意不要可多組分解的數，如 60，更不要不常用的質數乘積，如 209(11×19)，重點在習得十字交乘的方法，而不是為難學生。

範例：

因式分解下列各題：

1.  $8x^2 - 2x - 15$
2.  $4x^2 - 1$

8-a-09	能在具體情境中認識一元二次方程式，並理解其解的意義。	A-4-06 A-4-16
--------	----------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 8-ac-09-1 一元二次方程式  
8-ac-09-2 一元二次方程式的解或根

#### 基本學習表現

- 8-acp-09-1 認識從具體情境中列出的一元二次方程式。  
8-acp-09-2 認識一元二次方程式的通式為  $ax^2 + bx + c = 0$ ， $a \neq 0$ 。  
8-acp-09-3 能檢驗整係數一元二次方程式的解或根。

說明：

- 可用簡單的例子讓學生知道何謂一元二次方程式，例如：一面積為 12

平方公尺的長方形，已知長比寬多 4 公尺，問寬為多少？但不用特別訓練學生從具體情境中列出一元二次方程式，因為無論是假設未知數或列方程式的能力，在一次方程式時已有此內容，差別在於情境不同，但此處的情境常陷入較為造作或複雜的情形，因此建議不用。

- 學生從舊經驗中，已有多次機會知道方程式解的意義就是方程式中未知數所代表的值，也就是能使方程式的等號成立的所有值。但是有些學生在此處反而誤會解的意義，例如：認為 3、-5 為  $(x-3)(x+5)=0$  的兩根，是因為同時將 3、-5 代入  $(x-3)(x+5)=0$ ，得到  $0 \cdot 0=0$ ，此錯誤觀念必須加以澄清，強調兩個括號中的  $x$  代表相同的數。

- 檢驗一元二次方程式的解與以前比較不一樣的是：

1. 一元二次方程式的通式形式是等號右邊等於 0 的樣子，如此，檢驗解相當於在作代入左邊多項式，求其值是否等於 0。
2. 需作平方的計算。有些學生在此方面會有問題，例如將  $x=2$  代入  $3x^2$ ，得到的結果是 36，因為他將  $3 \cdot 2^2$  解讀成  $(3 \cdot 2)^2$ ，關於乘與平方的運算順序，需再加強。
3. 一元二次方程式的解有兩個，可用分解好的方程式讓學生獲知此概念，例如 3、-5 都是  $(x-3)(x+5)=0$  的解。而  $(x-3)^2=0$  的解，可將平方拆開，成為  $(x-3)(x-3)=0$ ，也是有兩個解，都是 3，稱為重根。

- 檢驗一元二次方程式的解時，通式型的題目與分解型的題目難易有差別。

例如檢驗  $\frac{3}{2}$  是否為  $2x^2+7x-15=0$ 、 $(2x-3)(x+5)=0$  的解時，代入後者的計算容易多了，此亦可作為引起學習用因式分解解一元二次方程式的動機。

範例：

1. 下列各數是否為一元二次方程式  $x^2-x-2=0$  的解？  
2、-2、1、-1
2. 下列何者為一元二次方程式  $4x^2-4x+1=0$  的解？

(A)1      (B)-1      (C)  $\frac{1}{2}$       (D)- $\frac{1}{2}$

8-a-10	能利用因式分解來解一元二次方程式。	A-4-16
--------	-------------------	--------

#### 基本學習內容

8-ac-10-1 若  $a \cdot b = 0$ ，則  $a = 0$  或  $b = 0$

8-ac-10-2 用因式分解求整係數一元二次方程式的解

#### 基本學習表現

8-acp-10-1 能理解若  $a \cdot b = 0$ ，則  $a = 0$  或  $b = 0$ 。

8-acp-10-2 能熟練用十字交乘法解整係數一元二次方程式。

8-acp-10-3 能用乘法公式解整係數一元二次方程式。

8-acp-10-4 能熟練用提公因式法解整係數一元二次方程式。

說明：

- 建立「若  $a \cdot b = 0$ ，則  $a = 0$  或  $b = 0$ 」的概念時，可提問，例如「若  $a \cdot b = 1$ ，則  $a = 1$  或  $b = 1$  嗎？」，讓學生經由比較，知道一定是在等號右邊是 0 時，才會得此結果。因為這是用因式分解求一元二次方程式解的根本想法，學生必須知道，第一步驟就是讓等號右邊是 0。
- 用因式分解求一元二次方程式的解，其最後一步都是解形如  $x \pm b = 0$  或  $ax \pm b = 0$  的一元一次方程式，對於不會解一元一次方程式的學生，先補救這兩類題目，即可接續本內容的學習。
- 此處內容以整係數的一元二次方程式為原則，如果係數為分數，讓學生先使用兩邊同乘，化為整係數再計算。有些分式方程式雖然化簡後會成為一元二次方程式，但化簡的過程較為複雜，建議不用。
- 關於用十字交乘法或乘法公式解一元二次方程式的教學，請參考 8-ac-08-1、8-ac-08-2 的說明。
- 本指標的教學，請與 8-a-07、8-a-08 配合。
- 學生自行解題時，不宜限制使用何種方法。

■ 題目以數字盡量簡單、最多一層括號為原則，例如：

適宜	不適宜
$x^2 - 2x - 2 = x + 2$	$(x+3)^2 - (x+3) - 2 = 0$
$(2x+1)^2 - 9 = 0$	$(2x+1)^2 - (4x-3)^2 = 0$
$(x-1)(x+3) - 3(x+3) = 0$	可能即使方法對了，在過程中卻容易出現計算錯誤，與讓學生學會方法的原意不合，是為不宜。
$x^2 = 3x$	

範例：

解下列各一元二次方程式：

- $8x^2 + 2x - 15 = 0$
- $4x^2 = 1$

8-a-11	能利用配方法解一元二次方程式。	A-4-16
--------	-----------------	--------

#### 基本學習內容

- 8-ac-11-1 配首項係數為 1、整係數二次多項式的完全平方式
- 8-ac-11-2 配方法解首項係數為 1、整係數的一元二次方程式
- 8-ac-11-3 整係數一元二次方程式的公式解
- 8-ac-11-4 整係數一元二次方程式的判別式

#### 基本學習表現

- 8-acp-11-1 能熟練地將首項係數為 1、整係數二次多項式配成完全平方式。(過程中亦均為整係數)
- 8-acp-11-2 能用配方法解首項係數為 1、整係數一元二次方程式。(配方過程中亦均為整係數)
- 8-acp-11-3 能用公式解整係數一元二次方程式。
- 8-acp-11-4 知道整係數一元二次方程式的判別式。
- 8-acp-11-5 能用判別式判斷一元二次方程式解的情形。

說明：

- 配成完全平方式不僅此處會用，九年級的二次函數是靠配方法化成標準式；高中職階段更是將配方法視為必備工具，而且經常使用；因此，必須讓學生熟練配方法，但數據務必簡單些，以  $x^2$  的係數為 1、其它項為整係數，而且配方過程中亦均為整係數者為原則。更不必要求到一般化，重要的是讓學生從數值實例學到配方法的步驟，並能精熟。
- 配成完全平方式的教學，建議能將公式圖像化，例如：

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a + b)^2$$

$$\square^2 + 2 \cdot \square \cdot \bigcirc + \bigcirc^2 = (\square + \bigcirc)^2$$

- 並讓學生在  $\square$ 、 $\bigcirc$  中分別填入數或式(練習在  $\square$  中填入  $x$  就好， $2x$  之類就不必了)，讓學生逐漸熟悉從  $a^2 + 2ab + b^2$  轉換成  $(a + b)^2$  這種形式的方法與步驟。
- 指導學生用配方法解方程式時，應讓學生了解，因為二次項與一次項都要用完，常數是可以藉由等號兩邊作加減來調節，因此，可先將常數項用等量公理移至等號右邊，此初始步驟與用因式分解求解的初始步驟是完全相反的。程序如下：

■ 用配方法解一元二次方程式	實例
步驟	$x^2 + 6x - 7 = 0$
1. 將常數項用等量公理移至等號右邊	$x^2 + 6x = 7$
2. 左邊配成完全平方式	$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$
3. 調節常數，寫成方程式	$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = 7 + 3^2$
4. 表成 $(x \pm a)^2 = c$ 的形式	$(x + 3)^2 = 16$
5. 解出 $x$	$x + 3 = 4$ 或 $x + 3 = -4$ $x = 1$ 或 $x = -7$

- 用公式解一元二次方程式，仍以整係數的一元二次方程式為原則，至於係數為分數者，讓學生先使用等量公理，化為整係數再計算，如此可減少計算的複雜度，因為公式裡有根號，若有分數出現，複雜程度大增。
- 一元二次方程式的判別式，主要讓學生知道何謂一元二次方程式的判別式及其與解的關係，至於其相關應用，例如根與係數的關係，可留至高中再學習。

範例：

解下列各一元二次方程式：

1.  $x^2 - 2x - 399 = 0$

2.  $5x^2 + 6x - 3 = 0$

8-a-12	能利用一元二次方程式解應用問題。	A-4-16
--------	------------------	--------

說明：

- 本指標不列入基本學習內容中，詳細說明請參閱附錄。

## 幾何領域

8-s-01	能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。	S-4-01
--------	--------------------------------------	--------

## 基本學習內容

- 8-sc-01-1 三角形及其常用符號，如點、線段、角、三角形的符號  
 8-sc-01-2 多邊形及正多邊形。

## 基本學習表現

- 8-scp-01-1 知道點、直線、線段、射線、角、三角形及其常用符號。  
 8-scp-01-2 知道凸多邊形；知道正多邊形的各邊相等，各角相等。

說明：

- 國小學生對點、直線、線段、角、三角形應已有認識，此處正式介紹符號及名稱(4-s-01)。
- 國小學生在五年級線對稱單元已經初步認識正三角形、正方形、正五邊形、正六邊形(5-s-04)。
- 學生應知道直線、射線的名稱及意義，但基本學習中不討論其符號。
- 學生應知道以兩點為起點和終點的路徑中，線段路徑是最短的，這線段的長就是「兩點的距離」。
- 透過實例(如菱形)知道等邊的多邊形不一定是正多邊形，但知道等邊三角形就是正三角形，正四邊形就是正方形。

範例：

1. 下列哪幾個不是正多邊形？  
 (1) 正方形 (2) 正四邊形 (3) 菱形 (4) 矩形 (5) 正三角形  
 (6) 等邊三角形 (7) 每個角都是  $60^\circ$  的三角形



8-s-02	能理解角的基本性質。	S-4-01 S-4-04
--------	------------	------------------

### 基本學習內容

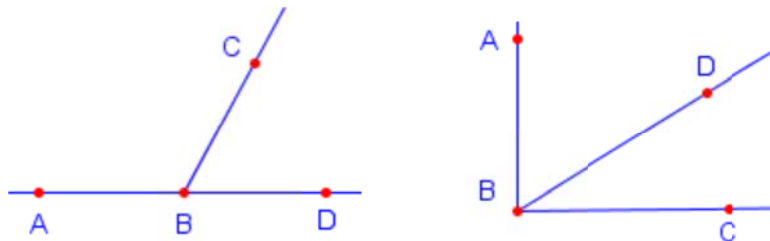
- 8-sc-02-1 角的種類：銳角、直角、鈍角
- 8-sc-02-2 兩個角的關係：互餘、互補、對頂角
- 8-sc-02-3 兩直線被一直線所截構成的角：同位角、內錯角、同側內角
- 8-sc-02-4 角平分線的意義

### 基本學習表現

- 8-scp-02-1 知道銳角、直角、鈍角名稱及概念
- 8-scp-02-2 知道兩角角度和為 90 度時，稱此兩角互為餘角。
- 8-scp-02-3 知道兩角兩角角度和為 180 度時，稱此兩角互為補角
- 8-scp-02-4 知道對頂角相等
- 8-scp-02-5 知道同位角、內錯角、同側內角名稱及概念
- 8-scp-02-6 知道角平分線將一個角平分

說明：

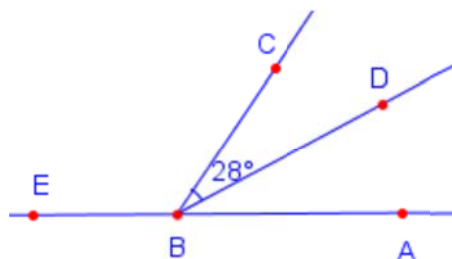
- 平角、周角不具角的型態，較難理解，教學中不討論平角、周角的名稱，涉及平角的問題以 180 取代，涉及周角的問題，以  $360^\circ$  取代。
- 學生應知道下左圖中，若 A，B，D 在一直線上，則  $\angle ABC$ ， $\angle CBD$  互補。



- 學生應知道上右圖中，若  $AB \perp BC$ ，則  $\angle ABD$ ， $\angle DBC$  互餘。
- 平行線的截線性質，將置於 8-s-05 中，平行線的判別性質之前。

範例：

- 若  $\angle A$  為  $47^\circ$ ， $\angle A$  的補角為  
 (A)  $43^\circ$   
 (B)  $90^\circ$   
 (C)  $133^\circ$   
 (D)  $180^\circ$
- 如下圖， $E, B, A$  在一直線上，若  $BD$  平分  $\angle ABC$ ， $\angle CBD = 28^\circ$ ，則  $\angle EBC =$   
 (A)  $152^\circ$   
 (B)  $124^\circ$   
 (C)  $118^\circ$   
 (D)  $100^\circ$



8-s-03	能理解凸多邊形內角和以及外角和公式。	S-4-06
--------	--------------------	--------

#### 基本學習內容

- 8-sc-03-1 凸多邊形的外角和。
- 8-sc-03-2 凸多邊形內角和。
- 8-sc-03-3 三角形的外角性質。

#### 基本學習表現

- 8-scp-03-1 知道凸多邊形外角的名稱及概念。
- 8-scp-03-2 知道任意凸多邊形外角和為  $360^\circ$  度。
- 8-scp-03-3 知道凸多邊形不相鄰的兩頂點連線，稱為對角線。
- 8-scp-03-4 知道由一個頂點能將凸多邊形分割成幾個三角形。
- 8-scp-03-5 知道多邊形的邊數時，能算出多邊形的內角和。
- 8-scp-03-6 知道三角形的外角為兩個不相鄰的內角和。

說明：

- 國中階段只討論凸多邊形，學生透過實例知道有些不是凸多邊形即可，不必要求學生能分辨某些多邊形是否凸多邊形。

- 國小學生在五年級已經透過操作得知三角形內角和為  $180^\circ$ ，但內角這一名詞，並未正式學習(5-s-01)。
- 教學時，可以直觀推導多邊形的外角和，並引導學生以對角線分割多邊形成三角形後再求多邊形的內角和；也可依學生程度討論多邊形的內角和公式，但不要求學生必背。
- 若知道邊數，學生應能求出正多邊形的外角及內角度數。
- 幾何問題中，給圖或不給圖有時也會影響問題的難度，出題時可斟酌考慮，基本學習中，除簡單問題之外盡量給圖。

範例：

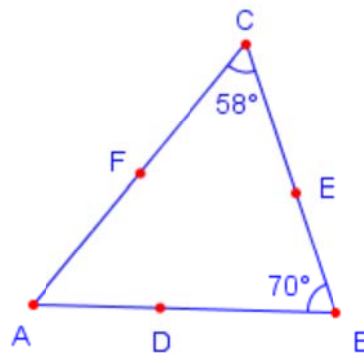
3. 從八邊形的一個頂點，作這個八邊形的對角線，可以作出幾條？
4. 六邊形的內角和是幾度？
5. 正六邊形的一個外角是幾度？
6. 三角形 ABC 中， $\angle A$  為  $47^\circ$ ，與  $\angle A$  相鄰的外角是幾度？
7. 三角形 ABC 中，與  $\angle A$  相鄰的外角是  $85^\circ$ ， $\angle B$  為  $32^\circ$ ， $\angle C$  是幾度？
8. 如右圖，若甲由 D 點沿著三角形 ABC

路徑，經 B 點轉彎再走至 E 點，再繼

續走經 C 點轉彎走到 F 點，問：

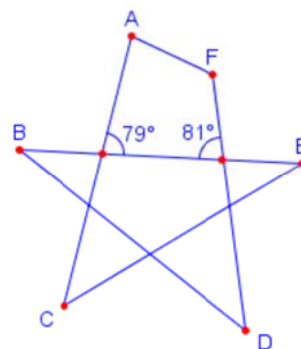
- ① 甲由 D 走到 E 轉了幾度？
- ② 甲由 E 走到 F 轉了幾度？
- ③ 甲由 D 走到 F 共轉了幾度？

(註：本題①②檢視學生外角概念，③中，若已知角若改為  $\angle A$  及  $\angle C$  就需加用內角和概念)



9. 如右圖

- ① 觀察  $\angle B$ ， $\angle D$  是那個三角形的內角，問  $\angle B + \angle D$  是幾度？
  - ②  $\angle C + \angle E$  是幾度？
  - ③  $\angle A + \angle F$  為幾度？
  - ④  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$  為幾度？
- (註：本題與上一題是引導式的題組式的問題，



若直接要求解第四題，就難了，基本學習評量，可單獨出①②③題，④應透過①②③引導)

8-s-04	能認識垂直以及相關的概念。	S-4-01 S-4-04
--------	---------------	------------------

說明：

- 國小學生對垂直的意義已有初步認識(4-s-06)，垂直平分線的意義在8-s-07 討論。

8-s-05	能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。	S-4-01 S-4-07
--------	-----------------------------	------------------

#### 基本學習內容

- 8-sc-05-1 平行的概念及符號。
- 8-sc-05-2 平行線的截線性質。
- 8-sc-05-3 平行線的判別性質。

#### 基本學習表現

- 8-scp-05-1 知道平行線的概念及符號。
- 8-scp-05-2 知道兩平行線被一直線所截的內錯角相等、同位角相等、同側內角互為補角。
- 8-scp-05-3 知道兩平行線被一直線所截時，若內錯角相等、或同位角相等、或同側內角互為補角，則兩直線平行。

說明：

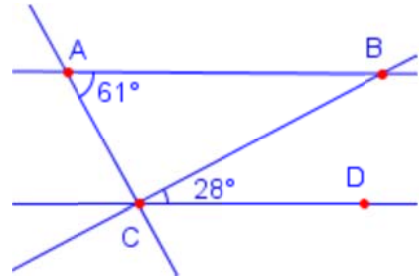
- 國小學生對平行的意義已有初步認識，應知道平行指「兩線同時垂直於某線」(4-s-06)。
- 學生應知道兩平行線中，一條直線上的任一點到另一條直線的距離為定值，平行線間的距離處處相等。
- 平行線的截線性質的基本學習，應透過實驗或觀察或已學過內容引導出

其中一個結果，再由此簡單推理推出其他結果。例如知道一組同位角相等，可推知其他組同位角相等，內錯角相等、...

- 平行線判別性質的基本學習亦應透過實驗或觀察的方式，得一結果，再以推導之方式推出其他結果。

範例：

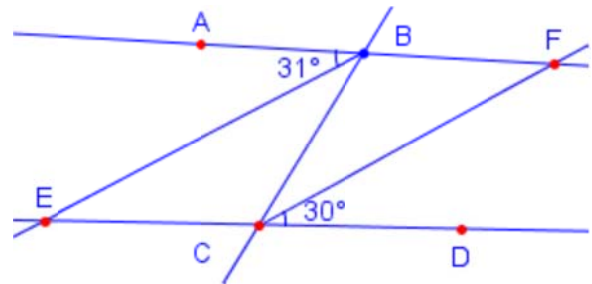
1. 右圖中，  
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle ACB =$  \_\_\_\_\_



2. 右圖中， $\overline{BE}$  平分  $\angle ABC$ ，  
 $\overline{CF}$  平分  $\angle BCD$ ，則

(1)  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  是否平行？

(2)  $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  是否平行？



8-s-06	能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。	S-4-08
--------	------------------------------	--------

#### 基本學習內容

- 8-sc-06-1 中點及垂直平分線的概念。
- 8-sc-06-2 角平分線的概念。
- 8-sc-06-3 線對稱意義及對稱軸、對稱點、對稱線段、對稱角等名稱。
- 8-sc-06-4 線對稱圖形中，對稱線段相等，對稱角相等。
- 8-sc-06-5 基本的線對稱圖形：等腰三角形、菱形、矩形、正方形、箏形、等腰梯形。

#### 基本學習表現

- 8-scp-06-1 知道中點、及垂直平分線的名稱及意義。
- 8-scp-06-2 知道角平分線的名稱及意義。
- 8-scp-06-3 認識對稱軸、對稱點、對稱線段、對稱角等名稱。