

補救教學基本學習內容

【國民小學數學學習領域】

(脈絡)

目次

國民小學數學學習領域補救教學基本學習內容脈絡

國民小學數學基本學習內容脈絡

整數的數概念.....	1
加、減運算(含整數、分數及小數；運算性質).....	26
乘法運算(含整數、分數及小數；運算性質).....	68
除法運算(含整數、分數及小數；運算性質).....	105
多步驟問題(含解文字題、運算次序及列式).....	138
分數(含分數數概念及加、減、乘、除運算).....	171
小數(含小數數概念及加、減、乘、除運算).....	207
概數(含估算、取概數及概算).....	235
因數與倍數.....	244
比與比值.....	257
時間.....	271
長度.....	286
重量.....	306
容量.....	317
面積.....	327
角度.....	345
體積.....	356
數的運算關係.....	365
幾何.....	395
統計.....	473

國民小學數學基本學習內容脈絡

整數的數概念

一年級：

- 1-n-01：能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。
- 1-n-02：能認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣幣值，並做 1 元與 10 元錢幣的換算。
- 1-n-03：能運用數表達多少、大小、順序。
- 1-n-07：能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

二年級：

- 2-n-01：能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並作位值單位換算。
- 2-n-02：能認識 100 元的幣值，並做 10 元與 100 元錢幣的換算。
- 2-n-03：能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。
(同 2-a-01)

三年級：

- 3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。
- 3-n-09：由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。

四年級：

- 4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並作位值單位的換算。

1-n-01	能認識 100 以內的數及「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。	N-1-01
--------	---------------------------------------	--------

基本學習內容

- 1-nc-01-1 能進行 100 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- 1-nc-01-2 認識「個位」及「十位」的位名，並進行 100 以內位值單位的換算。

基本學習表現

- 1-ncp-01-1 能唱出及寫出 100 以內的數詞序列(命名活動)。
- 1-ncp-01-2 能唱出 100 以內又一及又十「向上數」的數詞序列。
- 1-ncp-01-3 能唱出 100 以內又一及又十「向下數」的數詞序列。
- 1-ncp-01-4 能進行 100 以內各數的說、讀、聽、寫。
- 1-ncp-01-5 能用代表「10」和「1」的具體物或圖象表示 100 以內的數字或數詞。
- 1-ncp-01-6 能將「幾十幾」聚成「幾個十、幾個一」。
- 1-ncp-01-7 能將「幾個十、幾個一」化成「幾十幾」。
- 1-ncp-01-8 認識「個位」及「十位」的位名。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生建立 100 以內數的命名及說、讀、聽、寫、做；以及認識「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。
- 數的命名：能唱出 100 以內的數詞序列，並寫出 100 以內的數字。
- 數的說、讀、聽、寫、做：
 - 說：使用數詞(聲音)來描述一堆物件的個數是多少個，例如透過點數 8 個花片的活動，說出這堆花片有「ㄅㄩ」個。
 - 聽：聽懂別人說出的數詞所代表物件的個數。

寫：使用數字(符號)來描述這堆物件的個數是多少個，例如寫出這堆花片有「8」個。

讀：看懂別人寫出來的數字所代表物件的個數。

做：聽到數詞或看到數字，能夠拿出相對應個數的物件，例如聽到數詞「ㄅㄩ」顆蘋果，或看到數字「8」顆蘋果，能拿出 8 顆蘋果，或者拿出 8 個花片或畫出 8 個圓圈代表 8 顆蘋果。

- 進行 100 以內位值單位的換算，指的是能將「幾十幾」聚成「幾個十、幾個一」，以及將「幾個十、幾個一」化成「幾十幾」的雙向化聚。

- 本基本學習內容建立 100 以內又一及又十的數詞序列，學生學會又十及又一「向上數」及「向下數」的數詞序列之後，可以為以後利用點數策略解加、減問題鋪路。

例如：

透過	$38、48、58、59、60、61、62$ 又十 又十 又一 又一 又一 又一	解決 $38 + 24 = 62$ 的加法問題。
透過	$72、62、52、51、50、49、48$ 又十 又十 又一 又一 又一 又一	解決 $72 - 24 = 48$ 的減法問題。

- 又一「向上數」的數詞序列：23、24、25、26。
 又一「向下數」的數詞序列：26、25、24、23。
 又十「向上數」的數詞序列：28、38、48、58。
 又十「向下數」的數詞序列：58、48、38、28。

- 評量數詞序列時，以又十及又一為評量重點，不宜出現「等差數列」的問題，例如 2、5、8、11、□、□、20。

- 100 以內數的「說、讀、聽、寫、做」，教學的重點是「以一為單位的記法」，例如將 58 解讀成 50 和 8 的合成。

認識「個位、十位」的位名，並進行 100 以內位值單位換算，教學的重點是「兩個單位的記法」，例如將 58 解讀成 5 個⑩和 8 個①的合成。

- 國小一年級常透過下面四組教具，幫助學生進行位值單位的換算。

吸管：1 根、1 捆

10 根吸管可以綁成 1 捆，1 捆吸管可以拆成 10 根。

積木：白色積木、橘色積木

10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，10 個白色積木可以換成 1 條橘色積木，1 條橘色積木可以換成 10 個白色積木。

錢幣：一元、十元硬幣

10 個一元硬幣換 1 個十元硬幣，1 個十元硬幣換 10 個一元硬幣。

圖像：①、⑩



透過約定，10 個①可以換 1 個⑩，1 個⑩可以換 10 個①。

其中吸管及積木是成比例的教具；錢幣、圖像是不成比例的教具。

- 「個位」及「十位」的名詞比較抽象，引入定位板時，可以在個位及十位上加入白色積木、橘色積木或①、⑩的圖像，幫助學生掌握不同單位計數的意義。

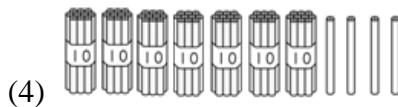
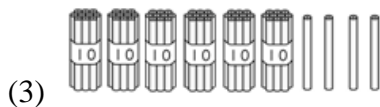
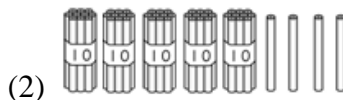
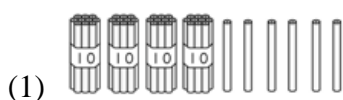
例如：5 個十和 3 個一在定位板上的記法如下。

十位	個位
⑩	①
5	3

十位	個位
	
5	3

範例：

1. 數一數，哪一個選項中的鉛筆合起來是「64 枝」？



2. 填一填：

52 和 () 個十和 () 個一合起來一樣大，請把 52 記在下方的定位板上。

十位	個位

1-n-02	能認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣幣值，並做 1 元與 10 元錢幣的換算。	N-1-01
--------	---	--------

基本學習內容

1-nc-02-1 認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣，並能用這些錢幣來付款。

基本學習表現

- 1-ncp-02-1 認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣。
- 1-ncp-02-2 能做 1 元與 10 元錢幣的換算。
- 1-ncp-02-3 能做 1 元與 5 元錢幣的換算。
- 1-ncp-02-4 能做 1 元與 50 元錢幣的換算。
- 1-ncp-02-5 能點數給定 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣合起來是多少元。
- 1-ncp-02-6 能用 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣來付款。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生認識 1 元、5 元、10 元及 50 元等錢幣，並做 1 元與 10 元錢幣、1 元與 5 元錢幣及 1 元與 50 元錢幣的換算。
- 給定金額讓學生付款時，本基本學習內容只要求學生掌握一種錢幣的付款方式即可，不要求學生窮盡所有的付款方式。
- 建議教師多使用錢幣進行數數活動，並透過簡單的買賣活動，幫助學生提高加、減計算及位值換算的興趣。
- 學生必須先掌握 10 個一數、5 個一數，或又十、又五及又一的數詞序列，才能較快速的點數錢幣。
 例如透過「10、20、30、35、40、45、46、47、48」，點數出下面的硬幣共有 48 元。
 ⑩⑩⑩⑤⑤⑤①①①

如果學生無法掌握又五的數詞序列，可以幫助學生先利用 5 個一數的方式點數 5 元硬幣，再透過又十及又一的數詞序列點數剩下的硬幣。

例如透過「5、10、15、25、35、45、46、47、48」，點數出上面的硬幣共有 48 元。

如果學生無法進行 5 個一數，可以幫助學生將 5 元硬幣都換成 1 元硬幣後再點數。

範例：

1. $\textcircled{50}$ 代表 50 元， $\textcircled{10}$ 代表 10 元， $\textcircled{5}$ 代表 5 元， $\textcircled{1}$ 代表 1 元，

下列哪一個選項剛好是 65 元？

- (1) $\textcircled{50} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1}$
- (2) $\textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1}$
- (3) $\textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{5} \textcircled{5} \textcircled{5}$
- (4) $\textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{50}$

2. 請圈出 63 元？



1-n-03	能運用數表達多少、大小、順序。	N-1-01
--------	-----------------	--------

基本學習內容

1-nc-03-1 能比較 100 以內兩量的多少及兩數的大小。

1-nc-03-2 能進行 100 以內序數的命名，並用序數描述位置及先後關係。

基本學習表現

1-ncp-03-1 能比較 100 以內兩量的多少。

1-ncp-03-2 能比較 100 以內兩數的大小。

1-ncp-03-3 能進行 100 以內序數的命名。

1-ncp-03-4 能用序數描述位置及先後關係。

1-ncp-03-5 能區分集合數(例如 5 個)與順序數(例如第 5 個)的意義。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生比較 100 以內兩量的多少及兩數的大小；以及認識 100 以內的序數，並用序數描述位置及先後關係。
- 幫助學生透過一對一對應的比較活動，比較兩量的多少，例如透過 1 個紅蘋果對應一個青蘋果的對應活動，知道 8 個紅蘋果比 5 個青蘋果多。
- 「比較兩數大小」比「比較兩量多少」抽象，教師可透過比較兩量多少的結果，引入兩數的大小關係，例如：13 個比 8 個多，所以 13 比 8 大。
- 學生能接受「2 顆西瓜比 5 粒葡萄少」，但部份學生可能不接受「2 顆西瓜比 5 粒葡萄少，所以 2 比 5 小」，因為 2 顆西瓜比 5 粒葡萄大很多。我們使用多與少來描述兩堆物件個數多少的關係，例如：2 顆比 5 粒少；使用大與小來描述兩個數字次序的大小關係，例如：2 比 5 小，「兩數的大小關係」比「兩量的多少關係」抽象。

- 透過位值說明「十位數字比較大的數比較大」，對低年級學生而言很抽象。以比較 32 和 27 的大小為例，必須知道 3 個「十」比 2 個「十」多 1 個「十」，也就是 10，10 一定比 7 大，所以當 32 的十位數字比 27 的十位數字大時，32 就比 27 大。
一年級學生已熟悉數詞序列 1、2、...、100，應知道愈後面唸到的數字愈大，教師可以透過「先唸出的數字比較小，後唸出的數字比較大」，說明「十位數字比較大的數比較後唸到，所以十位數字比較大的數比較大」。

- 集合數與順序數是兩種不同概念的數。

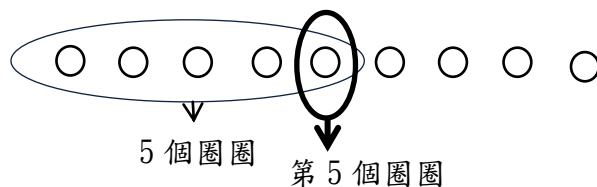
集合數：1、2、3(one、two、three)等，描述某一個集合元素的個數。

例如：全班有 25 個人，跑了 50 公尺等。

順序數：第 1、第 2、第 3(first、second、third)等，是坐標概念的前置經驗，標示某一物件在群體中的位置，群體必須按照某種特性加以線形排列，以顯示其先後的次序，才能夠討論序數的意義。

例如：小明的成績是全班第 5 名，翻開課本第 13 頁等。

- 排列出超過 5 個的物件，例如：「○○○○○○○○」，透過「請圈出 5 個圓圈」和「由左至右，請圈出第 5 個圓圈」，可以幫助學生區分「第 5 個」和「合起來有 5 個」的意義。



- 進行序數的教學活動時，常出現「自左邊往右邊數」等用語，國小一年級學生常混淆左、右方向的意義，教師在課堂活動中，必須用手勢比畫出由左至右的方向，紙筆評量時，必須畫出箭頭「 \Longrightarrow 」，溝通由左至右的方向。

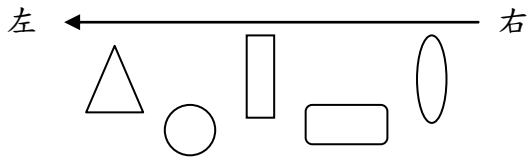
範例：

1. 下列哪一個數最大，請在()打✓？

80	19	55	37
----	----	----	----

() () () ()

2. 從右邊向左邊數，○ 排在第幾個？



- (1) 第 2 個 (2) 第 3 個 (3) 第 4 個 (4) 第 5 個

3. 下面哪一個選項是錯誤的？

- (1) 塗黑 6 個圈圈

左 ●●●●●●○○○○○○○ 右

- (2) 塗黑 6 個圈圈

左 ○○○●●●●●○○○○○ 右

- (3) 由左往右數第 6 個是黑圈圈

左 ○○○○○●○○○○○○○ 右

- (4) 由左往右數第 6 個是黑圈圈

左 ○○○○○○○●○○○○○ 右

1-n-07	能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。	N-1-01 N-1-04
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

1-nc-07-1 能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

基本學習表現

1-ncp-07-1 能唱出數詞序列「2、4、6、8、10、12、...」。

1-ncp-07-2 能進行 2 個一數的活動。

1-ncp-07-3 能唱出數詞序列「5、10、15、20、25、30、...」。

1-ncp-07-4 能進行 5 個一數的活動。

1-ncp-07-5 能唱出數詞序列「10、20、30、40、50、60、...」。

1-ncp-07-6 能進行 10 個一數的活動。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動，是二年級學習乘法的前置經驗。
- 學生必須先學會唱出數詞序列「2、4、6、8、10、...」，才能進行 2 個一數的活動；必須先學會唱出數詞序列「5、10、15、20、25、...」，才能進行 5 個一數的活動；必須先學會唱出數詞序列「10、20、30、40、50、...」，才能進行 10 個一數的活動。
本基本學習內容建議透過百數表，幫助學生熟悉上述的數詞序列。
- 零散的物件只能 2 個一數，無法 5 個或 10 個一數。
當物件已每 5 個或每 10 個排成一堆時，才能進行 5 個一數或 10 個一數的活動。

- 2 個一數、5 個一數、10 個一數，都是以「1 個」為單位的數法，它們都比一個一數更有效率。

以點數零散的 30 個花片為例：

1 個一數、用「1、2、3、...、29、30」等 30 個聲音數出有 30 個花片。

2 個一數、用「2、4、6、...、28、30」等 15 個聲音數出有 30 個花片。

以點數 5 個或 10 個放成一堆的 30 個花片為例：

5 個一數、用「5、10、15、20、25、30」等 6 個聲音數出有 30 個花片。

10 個一數，用「10、20、30」等 3 個聲音數出有 30 個花片。

- 以點數下列有幾個圓圈為例，說明以「一」為單位的點數方法，和以「一」及「十」為單位點數方法的差異。國小一年級教學重點是以「一」為單位的點數方法。

○○○○○ ○○○○○ ○○○○○
○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○

- (1) 以「一」為單位的點數方法：

方法一：1 個一數

用「1、2、3、...、29、30、31、32」等 32 個聲音點數出有 32 個圓圈。

方法二：先 10 個一數再 1 個一數

用「10、20、30、31、32」等 5 個聲音點數出有 32 個圓圈。

這兩種方法點數的對象都是幾個圓圈，方法二比方法一有效率。

- (2) 以「一」及「十」為單位的點數方法：

方法一：稱 10 個為一堆，用「1 堆、2 堆、3 堆、1 個、2 個」點數出有 3 堆和 2 個，3 堆和 2 個合起來是 32 個。

方法二：用「1 個十、2 個十、3 個十、1 個一、2 個一」點數出有「3 個十、2 個一」，「3 個十、2 個一」合起來是 32。

這兩種方法點數的對象包含幾堆(幾個十)和幾個(幾個一)，才是以「十」和「一」為單位的點數方法。

- 學生面對 5 元或 10 元硬幣時，只能透過 5 個一數及 10 個一數點數出有多少元。

以點數下圖中有多少元為例：

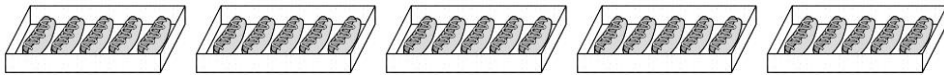
⑩、⑩、⑤、⑤、⑤、①、①、①

一個一數時，上圖中只有 8 個錢幣。

比須先透過 10 個一數，10、20，再透過 5 個一數，25、30、35，及一個一數，36、37、38，才能點數出上圖中共有 38 元。

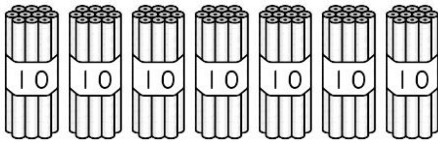
範例：

1. 下圖共有多少個熱狗麵包？



- (1) 5 個
- (2) 20 個
- (3) 25 個
- (4) 30 個

2. 下圖共有多少根吸管？



- (1) 7 根
- (2) 17 根
- (3) 70 根
- (4) 80 根

3. 抓一把花片，用 2 個一數的方式數數看，共有多少個花片？

2-n-01	能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並作位值單位換算。	N-1-01
--------	---------------------------------	--------

基本學習內容

- 2-nc-01-1 能進行 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- 2-nc-01-2 認識「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位的換算。

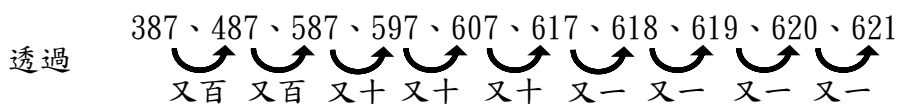
基本學習表現

- 2-ncp-01-1 能唱出及寫出 1000 以內的數詞序列(命名活動)。
- 2-ncp-01-2 能唱出 1000 以內又一、又十及又百的數詞序列。
- 2-ncp-01-3 能進行 1000 以內各數的說、讀、聽、寫。
- 2-ncp-01-4 能用代表「100」、「10」和「1」的具體物或圖像表示 1000 以內的數字或數詞。
- 2-ncp-01-5 能將「幾百幾十幾」聚成「幾個百、幾個十和幾個一」。
- 2-ncp-01-6 能將「幾個百、幾個十和幾個一」化成「幾百幾十幾」。
- 2-ncp-01-7 認識「百位」的位名。
- 2-ncp-01-8 能比較 1000 以內兩數的大小。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識 100 以內的數，能唱出 100 以內又一及又十的數詞序列，並作位值單位換算。本基本學習內容建立 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做；並作位值單位換算。
- 本基本學習內容建立 1000 以內又一、又十及又百的「向上數」及「向下數」的數詞序列，學生學會「向上數」及「向下數」的數詞序列之後，可以為以後透過點數策略解決加、減問題鋪路。

例如：



解決 $387 + 234 = 621$ 的加法問題。

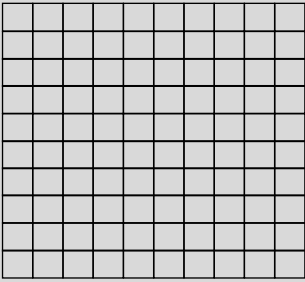


透過 $723、623、523、513、503、493、492、491、490、489$

解決 $723 - 234 = 489$ 的減法問題。

- 又一「向上數」的數詞序列：23、24、25、26。
 又一「向下數」的數詞序列：26、25、24、23。
 又十「向上數」的數詞序列：28、38、48、58。
 又十「向下數」的數詞序列：58、48、38、28。
 又百「向上數」的數詞序列：328、428、528、628。
 又百「向下數」的數詞序列：752、652、552、452。
- 進行 1000 以內位值單位的換算，指的是能將「幾百幾十幾」聚成「幾個百、幾個十、幾個一」，以及將「幾個百、幾個十、幾個一」化成「幾百幾十幾」的雙向化聚。
- 本基本學習內容新增「百位」的位名。
- 先處理「一」和「十」單位，以及「一」和「百」單位的換算，再處理「十」和「百」單位的換算。
- 「個位」、「十位」及「百位」比較抽象，引入定位板時，可以在個位及十位上加入白色積木、橘色積木、百格板，或①、⑩、100的圖像，幫助學生掌握不同單位計數的意義。

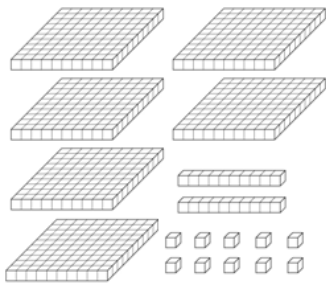
例如：2 個百、5 個十和 3 個一在定位板上的記法如下。

百位	十位	個位
100	⑩	①
2	5	3

百位	十位	個位
		
2	5	3

範例：

1. 圈出和 528 個□一樣多的積木。



2. 請把 869 記在定位板上。

百位	十位	個位

2-n-02	能認識 100 元的幣值，並做 10 元與 100 元錢幣的換算。	N-1-01
--------	-----------------------------------	--------

基本學習內容

2-nc-02-1 認識 100 元錢幣，並做 10 元與 100 元錢幣的換算。

基本學習表現

2-ncp-02-1 認識 100 元錢幣。

2-ncp-02-2 能做 10 元與 5 元，以及 100 元與 10 元錢幣的換算

2-ncp-02-3 能點數給定 1 元、5 元、10 元、50 元及 100 元等錢幣合起來是多少元。

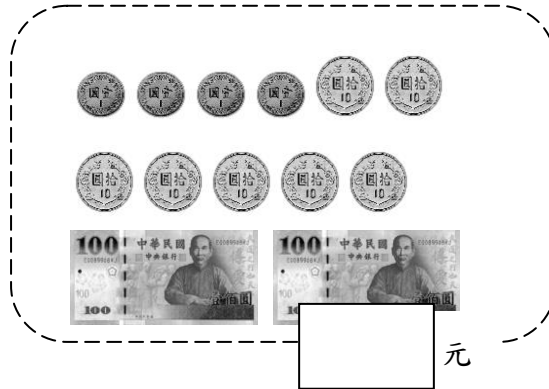
2-ncp-02-4 能用 1 元、5 元、10 元、50 元及 100 元等錢幣來付款。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-02 之後續學習概念，故學生應該已經認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣，並能用這些錢幣來付款。
本基本學習內容幫助學生認識 100 元錢幣，並做 10 元與 100 元錢幣的換算。
- 給定金額讓學生付款時，可以要求二年級學生掌握一種以上錢幣的付款方式，但不必要求窮盡所有的付款方式。
- 一年級錢幣的教學重點是不同錢幣與 1 元的換算。
二年級錢幣的教學重點是不同錢幣間的換算及不同錢幣的組合方式。
- 一年級認識 1 元、5 元、10 元、50 元等錢幣。
二年級認識 100 元錢幣，200 元的紙鈔較不常見，不必刻意引入。
三年級認識 500 及 1000 元錢幣，2000 元的紙鈔較不常見，不必刻意引入。

範例：

1. 數一數，合起來有多少元？



2. ⑤①代表 50 元，⑩代表 10 元，⑤代表 5 元，①代表 1 元。將 1 張 100 元的紙鈔換成錢幣，可以怎麼換？請畫出兩種不同換錢的方法。

2-n-03	能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。(同 2-a-01)	N-1-01 A-1-01
--------	---	------------------

基本學習內容

2-nc-03-1 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係。

2-nc-03-2 能在具體情境中認識遞移律。

基本學習表現

2-ncp-03-1 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩數大小比較的結果(例如 $73 > 58$)。

2-ncp-03-2 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩算式或數字大小比較的結果
(例如 $17 + 8 > 25 - 8$ 或 $21 = 15 + 6$)。

2-ncp-03-3 能在具體情境中認識「 $=$ 」的遞移律。

2-ncp-03-4 能在具體情境中認識「 $>$ 」與「 $<$ 」遞移律。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-04 之後續學習概念，學生應該已經理解加法與減法的意義，能使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
本基本學習內容幫助學生用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識大於、小於及等於的遞移律。
- 一年級加法與減法算式中的等號是「得到答案」的意義，例如 $5 + 3 = 8$ 指的是 5 和 3 合起來的新名字是 8，一年級學生無法理解 $8 = 5 + 3$ 記法的意義。
二年級算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義，例如 $5 + 3 = 8$ 指的是「 $5 + 3$ 」和「8」經過比較大小的活動後，得到 $5 + 3$ 和 8 一樣大的結果； $8 = 5 + 3$ 指的是「8」和「 $5 + 3$ 」經過比較大小的活動後，得到 8 和 $5 + 3$ 一樣大的結果。

- 本基本學習內容算式中的等號表示「兩邊一樣大」，是六年級學習等量公理的前置經驗。
- 本基本學習內容「在具體情境中認識遞移律」，包含大於、小於及等於的遞移關係。
 - 「大於」的遞移：甲比乙高，乙比丙高，所以甲比丙高。
 - 「小於」的遞移：甲比乙矮，乙比丙矮，所以甲比丙矮。
 - 「等於」的遞移：甲和乙一樣重，乙和丙一樣重，所以甲和丙一樣重。
- 不宜引入「遞移律」的名詞。
- 透過比較活動引入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」。
 - 例如：「 $5+3$ 比 7 大」可以記成「 $5+3>7$ 」；
 - 「 7 比 $5+3$ 小」可以記成「 $7<5+3$ 」。
 - 「 $5+3$ 和 8 一樣大」可以記成「 $5+3=8$ 」；
 - 「 8 和 $5+3$ 一樣大」可以記成「 $8=5+3$ 」。
- 教師不宜透過「 $2+7$ 和 8 誰比較大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法；應透過「 $2+7$ 和 8 誰比誰大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法。
 - 前者的問話只問誰比較大，學生只須回答「 $2+7$ 比較大」即可，無法將「 $2+7$ 比較大」記成「 $2+7>8$ 」；後者的問話詢問兩者的大小關係，學生必須回答「 $2+7$ 比 8 大」，「 $2+7$ 比 8 大」較易引入算式「 $2+7>8$ 」。

範例：

1. 在□裡填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ：

(1) 678 □ 867

(2) $8+6$ □ $16-2$

(3) 59 □ $50+9$

2. 甲有 56 元，乙有 75 元，丙的錢比乙多，請問甲和丙的錢誰比較多？

3-n-01	能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。	N-2-01
--------	-----------------------------------	--------

基本學習內容

3-nc-01-1 10000 以內數的命名及說、讀、聽、寫、做。

3-nc-01-2 認識「千位」的位名，並進行 10000 以內位值單位換算。

基本學習表現

3-ncp-01-1 能唱出及寫出 10000 以內的數詞序列。

3-ncp-01-2 能唱出 10000 以內又一、又十、又百及又千的數詞序列。

3-ncp-01-3 能進行 10000 以內各數的說、讀、聽、寫。

3-ncp-01-4 能用代表「1000」、「100」、「10」和「1」的具體物或圖像表示 10000 以內的數字或數詞。

3-ncp-01-5 認識「千位」的位名。

3-ncp-01-6 能將「幾千幾百幾十幾」聚成「幾個千、幾個百、幾個十和幾個一」。

3-ncp-01-7 能將「幾個千、幾個百、幾個十和幾個一」化成「幾千幾百幾十幾」。

3-ncp-01-8 能比較 10000 以內兩數的大小。

3-ncp-01-9 能寫出四位數的展開式(例如 $3456 = 3000 + 400 + 50 + 6$)。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識 1000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做；認識「個位」、「十位」及「百位」的位名，並進行 1000 以內位值單位換算。
本基本學習內容建立 10000 以內整數的命名及說、讀、聽、寫、做，並進行位值單位換算。
- 本基本學習內容建立 10000 以內又一、又十、又百及又千的數詞序列，當學生學會這些數詞序列之後，才能透過點數活動，確定一堆物件的個數。

例如：

透過 1000、2000、3000、3100、3200、3300、3400、3410、3420、3421

點數出 3 個千元、4 個百元、2 個十元和 1 個一元合起來是 3421 元。

- 本基本學習內容新增「千位」的位名。
- 先處理一和十單位、一和百單位、以及一和千單位的換算，再處理十和百單位、以及百和千單位的換算，最後再處理十和千單位的換算。
- 認識 500 元及 1000 元錢幣，進行錢幣組合、點數及換算的能力。
2000 元的紙鈔較不常見，不必刻意引入。
- 能寫出四位數的展開式：例如 $3507 = 3000 + 500 + 0 + 7$ 。
不宜引入十進位表示法：例如 $3507 = 1000 \times 3 + 100 \times 5 + 10 \times 0 + 1 \times 7$ 。

範例：

1. 「五千三百六十」用數字怎麼記？
 - (1) 536
 - (2) 5360
 - (3) 530060
 - (4) 500030060
2. 「9 個千、3 個百和 5 個一」合起來是多少？
 - (1) 935
 - (2) 9305
 - (3) 9350
 - (4) 90003005

3-n-09	由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。	N-2-14 N-2-15 N-2-16
--------	---	----------------------------

基本學習內容

3-nc-09-1 認識整數數線，能在數線上比較兩數大小及做加減的操作。

3-nc-09-2 認識一位小數數線，能在數線上比較兩數大小及做加減的操作。

基本學習表現

3-ncp-09-1 認識整數數線。

3-ncp-09-2 能在數線上比較兩數的大小及做加減的操作。

3-ncp-09-3 認識一位小數數線。

3-ncp-09-4 能在數線上比較兩數的大小及做加減的操作。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-15 之後續學習概念，故學生應該已經能使用直尺測量物長。
本基本學習內容開始引入整數及一位小數數線，並在數線上做大小比較與加、減的操作。
- 本基本學習內容由長度測量的經驗來認識數線，不要求學生自己繪製數線，教師教學或評量時應先繪製數線。
- 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的 5 有下列兩種意義
 - (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5
 - (2) 和原點 0 的距離是 5。

- 先引入整數數線，確定學生掌握一位小數的意義後，再引入小數數線。
- 數線是國中學習直角坐標的先備知識，也是統整所有數系及幾何的重要基礎，應讓學生練習數線的使用。

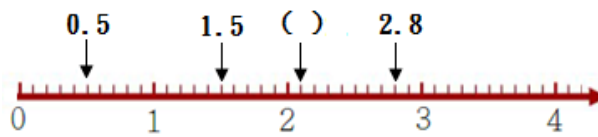
範例：

1. 數線上的()，應該填入哪一個數字？



- (1) 4
- (2) 6
- (3) 7
- (4) 9

2. 數線上的()，應該填入哪一個數字？



- (1) 1.9
- (2) 2
- (3) 2.1
- (4) 2.5

4-n-01	能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並作位值單位的換算。	N-2-02
--------	--	--------

基本學習內容

4-nc-01-1 大數的命名及說、讀、聽、寫。

4-nc-01-2 大數的位值單位換算。

基本學習表現

4-ncp-01-1 能認識大數的十進位記數法。

4-ncp-01-2 能認識大數的萬進位記數法。

4-ncp-01-3 能進行大數十進位記數法與萬進位記數法的互換。

4-ncp-01-4 能進行大數的說、讀、聽、寫。

4-ncp-01-5 能進行大數的位值單位換算。

4-ncp-01-6 能比較兩個大數的大小。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識 10000 以內數的命名及說、讀、聽、寫、做；也認識「個位」、「十位」、「百位」及「千位」的位名，並進行 10000 以內位值單位換算。
本基本學習內容是國小整數數概念的總結，學生應掌握大數的意義。
- 大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：
十進位記數法將「145240607143825」這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5

萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145,2406,0714,3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

- 英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」....等，所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10,234,567,891 後，讀做 ten「billion」,two hundred and thirty-four「million」,five hundred and sixty-seven「thousand」,eight hundred and ninety one。
- 進行「萬」、「億」及「兆」單位教學時，必須進行 1 萬到 9999 萬、1 億到 9999 億、以及 1 兆到 9999 兆的命名。
以「萬」單位的教學為例，十進位記數法逢十進一，學生只要學會 1 萬到 9 萬，10 個「萬」就換成 1 個「十萬」，「萬」的個數最多只有 9 個；而萬進位記數法逢萬進一，學生必須學會 1 萬到 9999 萬，10000 個「萬」才會換成 1 億。
- 「5 百萬」、「500 萬」和「5000000」都一樣大，而且讀法相同，但是三者所表示單位的意義不相同，「5 百萬」是以「百萬」為單位，指的是 5 個「百萬」；「500 萬」是以「萬」為單位，指的是 500 個「萬」；5000000 是以「一」為單位，指的是 5000000 個「一」。

範例：

1. 「七兆七千九百五十七億五千三百六十九萬七千六百」用數字怎麼記？
 - (1) 77957536976 (2) 779575369760
 - (3) 7795753697600 (4) 77957536976000
2. 「3 個一千萬、6 個一萬和 5 個十」合起來是多少？
 - (1) 30600050 (2) 30600500
 - (3) 30060050 (4) 30060500

加、減運算(含整數、分數及小數；運算性質)

一年級：

- 1-n-04：能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
- 1-n-05：能熟練基本加減法
- 1-n-06：能做一位數之連加、連減與加減混合計算。
- 1-a-01：能在具體情境中，認識加法的交換律。
- 1-a-02：能在具體情境中，認識加減互逆。

二年級：

- 2-n-04：能熟練二位數加減直式計算。
- 2-n-05：能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
- 2-a-02：能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。
- 2-a-04：能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

三年級：

- 3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和 <10000 ，含多重退位)。
- 3-n-10：能做簡單的三位數加減估算。
- 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。

四年級：

- 4-n-02：能熟練整數加、減的直式計算。
- 4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。
- 4-n-12：能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。

五年級：

- 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。
- 5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。

1-n-04	能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。	N-1-02 A-1-01
--------	---	------------------

基本學習內容

1-nc-04-1 能從合成、分解的活動中，理解加法與減法的意義，並用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

1-nc-04-2 能用加法與減法，解決生活中的問題。

基本學習表現

1-ncp-04-1 能從合成、分解的活動中，理解加法與減法的意義。

1-ncp-04-2 能用加法或減法算式記錄合成或分解活動的結果。

1-ncp-04-3 認識加法、加號、被加數、加數及和。

1-ncp-04-4 認識減法、減號、被減數、減數及差。

1-ncp-04-5 能用加法與減法，解決生活中的問題。

1-ncp-04-6 能進行加法與減法算式的擬題活動。

說明：

- 本基本學習內容首次引入加法和減法算式，先幫助學生用加法與減法算式記錄解題的活動，再幫助學生利用加法與減法算式解決生活中的問題。
- 以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來是幾顆蘋果？」為例，學生利用合成或點數解決問題，得到合起來是8顆蘋果的答案後，教師應要求學生用加法算式「 $5+3=8$ 」把做法記下，學生必須透過經常記錄，才能較快速的熟記加法或減法算式。
- 合成與分解指的是量的情境，例如5個和3個合起來是8個，7個拿走2個剩下5個。
加法與減法指的是數的情境，例如「 $5+3=8$ 」，「 $7-2=5$ 」。
- 教師應檢查學生加法與減法算式的角色是解題的紀錄或是解題的工具。

當學生有足夠利用合成與分解或點數解決加法與減法問題的經驗後，幫助學生用加法與減法算式記錄解題過程，此時的加法與減法算式是解題的紀錄；當學生熟練基本加法與基本減法後，能直接利用加法與減法解決問題，此時加法與減法算式的角色由解題的紀錄轉換成解題的工具。以「5顆蘋果和3顆蘋果合起來是幾顆蘋果？」為例，當學生透過點數的方式解題成功，得到「5顆和3顆合起來是8顆」的答案後，用加法算式「 $5+3=8$ 」把題目、算法和答案記下來，此時加法算式的角色是解題的紀錄；如果學生直接利用加法算式「 $5+3=8$ 」算出答案是8顆蘋果，此時加法算式的角色是解題的工具。

- 一年級加法與減法算式中的等號為「得到答案」的意義。
 例如「 $5+3=8$ 」表示5個和3個合起來的答案是8個，不是「 $5+3$ 」和「8」兩邊個數一樣多或一樣大的意義。部份學生不接受「 $8=5+3$ 」或「 $5+3=9-1$ 」，理由是學生心中的等號是得到答案的意義。
 二年級透過比較活動，引入等號兩邊一樣大的意義。
 例如透過提問：「『 $5+3$ 』和『8』誰比誰大？」，引入「 $5+3$ 」和「8」一樣大，記成「 $5+3=8$ 」；「『8』和『 $5+3$ 』誰比誰大？」，引入「8」和「 $5+3$ 」一樣大，記成「 $8=5+3$ 」。
- 首次引入的加法與減法算式都是橫式紀錄，直式紀錄是直式算則的前置經驗，可以較晚引入。
- 學生較能掌握先固定一數再加或減的問題，建議加法教學時先引入添加型問題，再引入併加型問題；減法教學時先引入拿走型問題，再引入比較型問題。
 添加型問題：甲有8元，乙給甲5元後，甲有多少元？
 併加型問題：甲有8元，乙有5元，兩人合起來共有多少元？
 拿走型問題：甲有8元，給乙5元後，還剩下多少元？
 同單位的比較型問題：甲有8元，乙有5元，兩個人相差多少元？
 不同單位的比較型問題：8個人，5頂帽子，一人戴1頂帽子，帽子多還是人多，多多少？
- 可以進行加法與減法算式的擬題活動，幫助學生掌握加法與減法算式的意

義。例如在課堂活動中提出加法算式「 $5+3=8$ 」，要求學生說出加法算式對應的文字題。因為一年級學生使用文字敘述的能力不足，因此擬題活動不可以進行紙筆評量。

範例：

1.把做法用算式記錄下來：

籃子裡有 26 顆紅球，9 顆白球，紅球比白球多幾顆？

算式：

答：多()顆

2.把做法用算式記錄下來：

小美有 5 張貼紙，又收集 9 張後，小美有幾張貼紙？

算式：

答：()張

1-n-05	能熟練基本加減法。	N-1-02
--------	-----------	--------

基本學習內容

1-nc-05-1 能熟練基本加減法。

基本學習表現

1-ncp-05-1 能熟練基本加法。

1-ncp-05-2 能熟練基本減法。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
本基本學習內容要求學生能熟練基本加減法。
- 本基本學習內容所指的基本加減法如下：
 - (1) 加 1 與減 1。
 - (2) 加 10 與減 10。
 - (3) 合 10 與拆 10。
 - (4) 基本加法事實。
 - (5) 基本減法事實。
- 「基本加法事實」及「基本減法事實」是直式加法與直式減法算則的先備知識。
基本加法事實：一位數加一位數的加法(見下表一)。
基本減法事實：一位數減一位數及十幾減一位數的減法(見下表二)。

$1+1=2$	$2+1=3$	$3+1=4$	$4+1=5$	$5+1=6$	$6+1=7$	$7+1=8$	$8+1=9$	$9+1=10$
$1+2=3$	$2+2=4$	$3+2=5$	$4+2=6$	$5+2=7$	$6+2=8$	$7+2=9$	$8+2=10$	$9+2=11$
$1+3=4$	$2+3=5$	$3+3=6$	$4+3=7$	$5+3=8$	$6+3=9$	$7+3=10$	$8+3=11$	$9+3=12$
$1+4=5$	$2+4=6$	$3+4=7$	$4+4=8$	$5+4=9$	$6+4=10$	$7+4=11$	$8+4=12$	$9+4=13$
$1+5=6$	$2+5=7$	$3+5=8$	$4+5=9$	$5+5=10$	$6+5=11$	$7+5=12$	$8+5=13$	$9+5=14$
$1+6=7$	$2+6=8$	$3+6=9$	$4+6=10$	$5+6=11$	$6+6=12$	$7+6=13$	$8+6=14$	$9+6=15$
$1+7=8$	$2+7=9$	$3+7=10$	$4+7=11$	$5+7=12$	$6+7=13$	$7+7=14$	$8+7=15$	$9+7=16$
$1+8=9$	$2+8=10$	$3+8=11$	$4+8=12$	$5+8=13$	$6+8=14$	$7+8=15$	$8+8=16$	$9+8=17$
$1+9=10$	$2+9=11$	$3+9=12$	$4+9=13$	$5+9=14$	$6+9=15$	$7+9=16$	$8+9=17$	$9+9=18$

(表一：基本加法事實)

$2-1=1$	$3-2=1$	$4-3=1$	$5-4=1$	$6-5=1$	$7-6=1$	$8-7=1$	$9-8=1$	$10-9=1$
$3-1=2$	$4-2=2$	$5-3=2$	$6-4=2$	$7-5=2$	$8-6=2$	$9-7=2$	$10-8=2$	$11-9=2$
$4-1=3$	$5-2=3$	$6-3=3$	$7-4=3$	$8-5=3$	$9-6=3$	$10-7=3$	$11-8=3$	$12-9=3$
$5-1=4$	$6-2=4$	$7-3=4$	$8-4=4$	$9-5=4$	$10-6=4$	$11-7=4$	$12-8=4$	$13-9=4$
$6-1=5$	$7-2=5$	$8-3=5$	$9-4=5$	$10-5=5$	$11-6=5$	$12-7=5$	$13-8=5$	$14-9=5$
$7-1=6$	$8-2=6$	$9-3=6$	$10-4=6$	$11-5=6$	$12-6=6$	$13-7=6$	$14-8=6$	$15-9=6$
$8-1=7$	$9-2=7$	$10-3=7$	$11-4=7$	$12-5=7$	$13-6=7$	$14-7=7$	$15-8=7$	$16-9=7$
$9-1=8$	$10-2=8$	$11-3=8$	$12-4=8$	$13-5=8$	$14-6=8$	$15-7=8$	$16-8=8$	$17-9=8$
$10-1=9$	$11-2=9$	$12-3=9$	$13-4=9$	$14-5=9$	$15-6=9$	$16-7=9$	$17-8=9$	$18-9=9$

(表二：基本減法事實)

- 學生必須熟練基本加法與減法，才能以加法和減法算式作為解題工具，並為以後引入加減直式算則鋪路。

- 熟練基本加法與減法，並不表示一年級只能引入基本加減法問題。在學生尚未開始學習直式加法與減法算則之前，可以利用數數策略解決 $29+5$ 、 $21-4$ 等問題；或利用合成或分解策略解決 $18+21$ 、 $53-22$ 等不進退位的問題。

數數策略：透過往上數 29 、 30 、 31 、 32 、 33 、 34 ，得到 $29+5=34$ 。

透過往下數 21 、 20 、 19 、 18 、 17 ，得到 $21-4=17$ 。

合成或分解策略：將 18 分解成 10 和 8 ， 21 分解成 20 和 1 ，

先算 $8+1=9$ ，再算 $10+20=30$ ，最後算 $30+9=39$ ，得到 $18+21=39$ 。

將 53 分解成 50 和 3 ， 22 分解成 20 和 2 ，先算 $3-2=1$ ，再算 $50-20=30$ ，最後算 $30+1=31$ ，得到 $53-22=31$ 。

範例：

1. 算算看：

(1) $27 + 10 = (\quad)$

(2) $62 - 10 = (\quad)$

(3) $9 + 8 = (\quad)$

(4) $12 - 5 = (\quad)$

2. 連連看，哪兩個數合起來是 10。

4	8	5	9	3
.
.
1	5	2	7	6

1-n-06	能做一位數之連加、連減與加減混合計算。	N-1-02
--------	---------------------	--------

基本學習內容

1-nc-06-1 能做一位數之連加、連減與加減混合計算。

基本學習表現

1-ncp-06-1 能做一位數之連加計算。

1-ncp-06-2 能做一位數之連減計算。

1-ncp-06-3 能做一位數之加減混合計算。

說明：

- 本基本學習內容引入一位數之連加、連減與加減混合計算，幫助學生熟練基本加減法。
- 本基本學習內容教學的重點是熟練基本加減法，只進行連加、連減與加減混合的計算題，不可以引入加減兩步驟的文字題，二年級(2-n-09)在具體情境中引入加與減的兩步驟問題。
例如：
連加、連減與加減混合的計算題：「 $2+9+8=?$ 」、「 $9-2-3=?$ 」、「 $9-6+5=?$ 」
加減兩步驟問題：公車上有 9 個人，第一站下車了 6 個人，第二站上車了 5 個人，公車上剩下多少人？
- 計算題一律由左往右依序計算，不引入括號來區分運算的次序。
- 學生依照算式中數字出現的順序由左往右計算即可，不必要求學生變換順序來簡化計算。
如果學生自發性的調整順序，靈活的計算，例如計算 $1+5+9$ 時，先算 $1+9=10$ ，再算 $10+5=15$ ，教師應鼓勵並接受其算法。

- 進行一位數之連加、連減與加減混合計算時，加數與減數的個數不宜太多，以 3 個以內為限(含被加數或被減數共 4 個數)。評量時，含被加數或被減數，以共 3 個數為宜。

範例：

算算看：

(1) $8+9+2=(\quad)$

(2) $9-5-4=(\quad)$

(3) $7+8-6=(\quad)$

(4) $9-5+1=(\quad)$

1-a-01	能在具體情境中，認識加法的交換律。	A-1-02
--------	-------------------	--------

基本學習內容

1-ac-01-1 能在具體情境中，認識加法的交換律。

基本學習表現

1-acp-01-1 能在併加型問題情境中，認識加法的交換律。

1-acp-01-2 能在添加型問題情境中，認識加法的交換律。

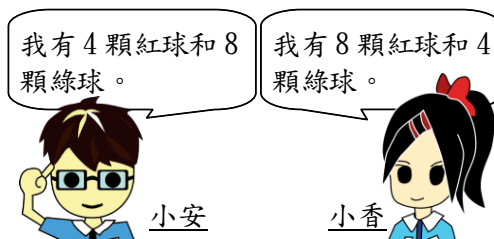
說明：

- 本基本學習內容在具體情境中，幫助學生認識加法的交換律。
- 併加型問題的兩個數字沒有出現時間先後的順序，因此可以先利用併加型問題幫助學生認識加法交換律。
例如在併加型問題「甲左手有 3 顆糖，右手有 4 顆糖，甲手上有幾顆糖？」中，幫助學生認識先算左手的糖「 $3+4$ 」，和先算右手的糖「 $4+3$ 」，它們的答案都相同。
- 添加型問題的兩個數字有出現時間先後的順序，因此可以利用添加型問題檢查學生是否理解加法交換律。
以添加型問題「乙有 8 元，丙給乙 29 元後，乙有多少元？」為例，如果學生無法掌握加法交換律的意義，他會以先出現的數字 8 為起點，往上數 29 次得到答案，如果已經掌握加法交換律的意義，他會選擇比較有效率的方法來解題，改以 29 為起點，往上數 8 次得到答案。
- 加法交換律指的是「 $a+b=b+a$ 」的性質。
認識加法交換律：分別算出答案後，發現 $a+b$ 和 $b+a$ 的答案相同。
理解加法交換律：不必算出答案，知道 $a+b$ 和 $b+a$ 的答案相同。

- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
熟練：形式與解題程序之流暢。

範例：

1. 小安、小香誰的球比較多？圈出正確的答案。



(小安 ， 小香 ， 一樣多)

2. 已經知道「 $38+7=45$ 」，請問 $7+38=(\quad)$ 。

1-a-02	能在具體情境中，認識加減互逆。	A-1-03
--------	-----------------	--------

基本學習內容

1-ac-02-1 能在具體情境中，認識加減互逆。

基本學習表現

1-acp-02-1 能在添加與併加的問題情境中，認識加減互逆。

1-acp-02-2 能在拿走的問題情境中，認識加減互逆。

說明：

- 本基本學習內容在具體情境中，認識加減互逆。例如在桌上有 7 個積木和 5 個積木的情境中，認識 7 個積木和 5 個積木合起來是 12 個積木，12 個積木中拿走 7 個積木會剩下 5 個積木，12 個積木中拿走 5 個積木會剩下 7 個積木，幫助學生認識加減互逆。
- 一年級(1-a-02)宜在合成與分解的具體情境中，認識加減互逆；二年級(2-a-04)可以引入算式填充題樣式的計算題，並進行驗算，幫助學生理解加減互逆。
- 本基本學習內容一年級只引入添加、併加型情境的被加數及加數未知問題，以及拿走型情境的被減數及減數未知問題，比較型情境的被減數及減數未知問題，等待二年級時再引入。
 - 加數未知的併加型問題：
甲有 8 元，乙有多少元時，兩個人合起來有 13 元？
 - 加數未知的添加型問題：
甲有 8 元，乙給甲多少元後，甲會有 13 元？
 - 被加數未知的併加型問題：
甲有一些錢，乙有 5 元，兩人合起來有 13 元，問甲有多少元？
 - 被加數未知的添加型問題：
甲有一些錢，當乙給甲 5 元後，甲有 13 元，問甲原有多少元？
 - 減數未知的拿走型問題：
甲有 8 元，給乙一些錢後，還剩下 5 元，問給了乙多少元？

被減數未知的拿走型問題：

甲有一些錢，給乙 5 元後，還剩下 3 元，問甲原有多少元？

減數未知的比較型問題：

甲有 8 元，乙不知有多少元，甲比乙多 3 元，問乙有多少元？

被減數未知的比較型問題：

甲不知有多少元，乙有 5 元，甲比乙多 3 元，問甲有多少元？

範例：

1. 「小安有 12 元，爸爸給他一些錢後，小安總共有 30 元。爸爸給小安多少元？」
把做法用算式記錄下來，並寫出答案。

2. 「小香有一些錢，買一顆 8 元的茶葉蛋後，還剩下 22 元。小香原有多少元？」
把做法用算式記錄下來，並寫出答案。

2-n-04	能熟練二位數加減直式計算。	N-1-02 N-1-03
--------	---------------	------------------

基本學習內容

2-nc-04-1 能熟練二位數加減直式計算。

基本學習表現

2-ncp-04-1 能熟練沒有進退位的二位數加減直式計算。

2-ncp-04-2 能熟練有進退位的二位數加減直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-04 及 1-n-05 之後續學習概念，學生應該已經能用加法與減法解決生活中的問題，也應該已經熟練基本加法與減法。
本基本學習內容幫助學生熟練二位數加減直式計算。
- 本基本學習內容建議使用吸管、積木或錢幣、圖像等具體物，來教導加減直式計算。
以利用直式加法算則解「 $38+25$ 」為例，可以透過逐一比對下面的步驟，幫助學生發現操作吸管和直式加法算則的步驟是相同的。
 - (1) 拿出 38 根吸管，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 3 捆 8 根，再拿出 25 根吸管，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 2 捆 5 根。
和將 38 解讀為 3 個十、8 個一，25 解讀為 2 個十、5 個一的步驟相同。
 - (2) 先算零散的吸管，8 根和 5 根合起來有 13 根，每 10 根綁成 1 捆，可以綁成 1 捆 3 根。
和 8 個一加 5 個一是 13 個一，13 個一可以換成 1 個十 3 個一的步驟相同。
 - (3) 再算整捆的吸管，3 捆和 2 捆合起來是 5 捆，加上多出來的 1 捆，一共有 6 捆。
和 3 個十加 2 個十是 5 個十，再加上換成的 1 個十是 6 個十的步驟相同。

(4) 全部合起來是 6 捆和 3 根，也就是合起來是 63 根。

和 6 個十加 3 個一，合起來是 63 個一，也就是 63 的步驟相同。

希望學生利用直式算則解題時，能夠模仿操作吸管的步驟，理解直式計算每一個步驟的意義。

- 應避免讓直式算則變成唯一壟斷的解題策略，例如在計算 $89+3$ 、 $51-3$ 時，點數策略或合成與分解策略可能更簡便。

點數策略：先唸出 89，接著伸出 1 根手指頭唸出 90，再伸出 1 根手指頭唸出 91，再伸出 1 根手指頭唸出 92，當發現伸出的手指頭是 3 根時就停止點數，得到 $89+3=92$ 的答案。

先唸出 51，接著伸出 1 根手指頭唸出 50，再伸出 1 根手指頭唸出 49，再伸出 1 根手指頭唸出 48，當發現伸出的手指頭是 3 根時就停止點數，得到 $51-3=48$ 的答案。

合成與分解策略：先將 89 分解成 $80+9$ ，先算 $9+3=12$ ，

再算 $80+12=92$ ，得到 $89+3=92$ 的答案。

先將 51 分解成 $40+11$ ，先算 $11-3=8$ ，

再算 $40+8=48$ ，得到 $51-3=48$ 的答案。

- 以退位減法計算問題「 $32-15$ 」為例，在說明減法退位計算時，教師常用「向十位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來；建議教師改用「拿 1 個十換 10 個一」的說法。
- 一年級加減法教學重點是「熟練」基本加減法。
二年級加減法教學重點是「熟練」二位數的加減直式計算(含進位及退位)；
及「理解」三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
三年級加減法教學重點是「熟練」四位數以內的加減直式計算。
四年級加減法教學重點是「熟練」整數的加減直式計算。
- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
熟練：形式與解題程序之流暢。

範例：

寫成直式算算看：

(1) $78 - 27$

(2) $65 - 56$

(3) $15 + 47$

(4) $23 + 45$

2-n-05	能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。	N-1-02 N-1-03
--------	-----------------------	------------------

基本學習內容

2-nc-05-1 能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。

基本學習表現

2-ncp-05-1 能理解沒有進退位的三位數加減直式計算。

2-ncp-05-2 能理解一次進退位的三位數加減直式計算。

2-ncp-05-3 能理解兩次進位的三位數加法直式計算。

2-ncp-05-4 能理解 100 減一位數或二位數減法直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-04 之後續學習概念，學生應該已經熟練二位數加減直式計算。
本基本學習內容幫助學生理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
- 本基本學習內容只要求學生能理解三位數加減直式計算，並不要求學生熟練，熟練三位數加減直式計算是三年級教學的重點。
- 在布題時，應注意題型的完備，一次進退位的加減問題應包含個位進十位、十位退個位，以及十位進百位、百位退十位。
- 加法計算可以引入兩次進位的問題。
減法計算不宜引入兩次退位的問題，但是應引入「100 減一位數或二位數」的減法問題，例如「 $100-23$ 」或「 $100-7$ 」，而不宜引入「其它整百減一位數或二位數」的減法問題，例如「 $200-23$ 」或「 $300-7$ 」，作為三年級引入兩次退位減法問題的前置經驗。

範例：

寫成直式算算看：

(1) $100 - 27$

(2) $150 - 38$

(3) $263 + 47$

(4) $352 + 138$

2-a-02	能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	A-1-02
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

2-ac-02-1 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

基本學習表現

2-acp-02-1 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

2-acp-02-2 能在具體情境中，利用加法順序改變並不影響其和的性質來簡化計算。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01 之後續學習概念，學生應該已經能在具體情境中，認識加法的交換律。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。
- 加法順序改變並不影響其和的性質，包含了加法結合律和加法交換律兩個概念，教學重點是利用這個性質來簡化計算。
例如在兩步驟連加問題「甲有 7 顆糖，乙有 5 顆糖，丙有 3 顆糖，三人共有幾顆糖」中，學生很容易認識先算 7 顆糖和 5 顆糖是 12 顆糖，再算 12 顆糖和 3 顆糖合起來是 15 顆糖，和先算 5 顆糖和 3 顆糖是 8 顆糖，再算 7 顆糖和 8 顆糖合起來是 15 顆糖，它們的答案相同。
教師可以幫助學生透過先算 7 顆糖和 3 顆糖是 10 顆糖，再算 10 顆糖和 5 顆糖合起來是 15 顆糖，來簡化計算
- 加法交換律指的是「 $a+b=b+a$ 」的性質。
加法結合律指的是「 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 」的性質。

範例：

算算看， $39+78+61=(\quad)$

2-a-04	能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。	A-1-03
--------	--------------------	--------

基本學習內容

2-ac-04-1 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

基本學習表現

2-acp-04-1 能在比較型的問題情境中，理解加減互逆。

2-acp-04-2 能在算式填充題樣式的計算問題中，理解加減互逆。

2-acp-04-3 能在加減問題情境中，理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-02 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加減互逆。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解加減互逆，並運用於驗算與解題。
- 一、二年級都有加減互逆相關的分年細目，一年級(1-a-02)教學的重點是在具體情境中，認識加減互逆，教師可以在添加、併加與拿走型的文字題中幫助學生解題，不宜引入比較型的減法問題與算式填充題樣式的計算題。二年級(2-a-04)教學的重點是理解加減互逆，並運用於驗算與解題，教師可以引入比較型的減法問題及算式填充題樣式的計算題，並進行驗算。
 拿走型問題：甲有 45 元，給乙多少元後，甲剩下 17 元？
 比較型問題：甲有 45 元，甲比乙少 17 元，問乙有多少元？
- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
 認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
 理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
 熟練：形式與解題程序之流暢。

- 可以引入線段圖的說明方式，讓學生更理解加減互逆的關係。
二年級時，線段圖只是教學的工具，說明部份與全體間的關係，不宜要求學生自行繪製線段圖。
- 「加減互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中。

範例：

1. 弟弟有 35 個彈珠，弟弟比哥哥少 17 個，問哥哥有多少個彈珠？
把做法用算式記下來，並寫出答案。

答：()個

2. 已經知道「 $84 - 35 = 49$ 」，填填看：

(1) $35 + 49 = ()$

(2) $84 - 49 = ()$

3-n-02	能熟練加減直式計算(四位數以內,和 <10000 ,含多重退位)。	N-2-03
--------	-------------------------------------	--------

基本學習內容

3-nc-02-1 能熟練加減直式計算(和或被減數 <10000 ,含多重進退位)。

基本學習表現

3-ncp-02-1 能熟練和或被減數小於 10000，一次或沒有進退位的加減直式計算。

3-ncp-02-2 能熟練和或被減數小於 10000，二次進退位的加減直式計算。

3-ncp-02-3 能熟練和或被減數小於 10000，三次進退位的加減直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
本基本學習內容要求學生熟練「和」及「被減數」小於 10000 的加減直式計算。
- 以退位減法計算問題「 $537-251$ 」為例，在說明減法退位計算時，常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。
建議教師改用「拿一個 100 換 10 個 10」的說法。
- 一年級加減法教學重點：「熟練」基本加減法。
二年級加減法教學重點：「熟練」二位數的加減直式計算(含進位及退位)；
「理解」三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
三年級加減法教學重點：「熟練」四位數以內的加減直式計算。
四年級加減法教學重點：「熟練」整數的加減直式計算。

- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
 - 認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
 - 理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
 - 熟練：形式與解題程序之流暢。

範例：

1. 算算看， $2100 - 1589 = ?$

- (1) 3689
- (2) 1489
- (3) 521
- (4) 511

2. 幸福村的男性有 1379 人，女性有 1046 人，請問男性和女性合起來共有多少人？

- (1) 2315 人
- (2) 2325 人
- (3) 2415 人
- (4) 2425 人

3-n-10	能做簡單的三位數加減估算。	N-2-03
--------	---------------	--------

基本學習內容

3-nc-10-1 能做簡單的二位數及三位數加減估算。

3-nc-10-2 能用估算結果檢驗二位數及三位數加、減答案的合理性。

基本學習表現

3-ncp-10-1 能做簡單的二位數加減估算。

3-ncp-10-2 能做簡單的三位數加減估算。

3-ncp-10-3 能用估算結果檢驗二位數加、減答案的合理性。

3-ncp-10-4 能用估算結果檢驗三位數加、減答案的合理性。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-05 及 3-n-02 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數或四位數加減直式計算。
本基本學習內容在三年級開始引入加減估算的問題，先引入簡單的二位數加減估算，再引入簡單的三位數加減估算。
- 「簡單」指的是靠近整十或整百的數，個位數字限於 8、9、0、1、2，例如 32、49、188、611 等。
- 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。
教師只宜布下列的問題：
例： $32+49=()$ ，答案最接近 70、80、90 中的哪一個數字？
 $71-29=()$ ，答案最接近 30、40、50 中的哪一個數字？
 $302+299=()$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？
 $701-599=()$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？

- 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $387+276=6163$ 」的結果，教師可以透過問話「 $387+276$ 很接近 $400+300$ ， $400+300=700$ ， $387+276=6163$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。
- 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
估算是計算的問題，例如「 $302+299$ 」的答案很接近 600，其答案必須以「1」為單位來描述；而取概數是單位量轉換的問題，例如三位數字「263」，已用「1」為單位進行了精確的數值化活動，而在取概數活動中，要求以「十」為單位來重新描述，所以將 263 改記成 26 個「十」。
- 本基本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。
例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。

範例：

1. 算算看， $38+29$ 的答案最接近哪一個數字？

- (1) 80
- (2) 70
- (3) 60
- (4) 50

2. 甲袋有 302 顆小鋼珠，乙袋有 799 顆小鋼珠，乙袋比甲袋多幾顆小鋼珠？

答案最接近哪一個數字？

- (1) 300
- (2) 400
- (3) 500
- (4) 600

3-n-11	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	N-2-09 N-2-10
--------	----------------------------------	------------------

基本學習內容

- 3-nc-11-1 能進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做
- 3-nc-11-2 能解決同分母分數的比較與加減問題。

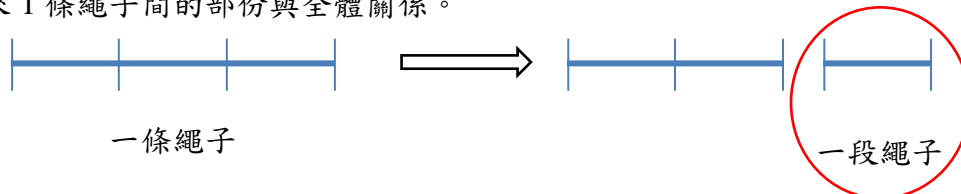
基本學習表現

- 3-ncp-11-1 能進行單位分數的命名。
- 3-ncp-11-2 能進行真分數的命名。
- 3-ncp-11-3 能唱出真分數的數詞序列(分母不大於 12)。
- 3-ncp-11-4 能進行真分數的說、讀、聽、寫。
- 3-ncp-11-5 能進行真分數的做數(用具體物或圖像表示分數的數字或數詞)。
- 3-ncp-11-6 能比較兩個單位分數的大小。
- 3-ncp-11-7 能比較兩個同分母分數的大小。
- 3-ncp-11-8 能解決同分母分數的加減問題(和數及被減數不大於 1)。
- 3-ncp-11-9 能認識 1 的等值分數。

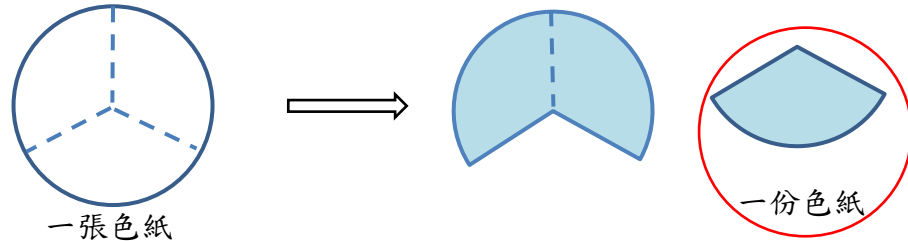
說明：

- 本基本學習內容首次引入分數，幫助學生在具體情境中理解分數的意義，限制分母不大於 12。
- 單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「 $\frac{1}{4}$ 塊」蛋糕。

- 分數問題中被分割的對象必須密度均勻，例如一張色紙、一條繩子、一杯水等的密度都均勻。教師不宜分割蘋果或披薩等密度不均勻的物件，例如蘋果的某部份比較鮮紅，或披薩上面有蝦仁等，避免學生將注意力轉移至誰分到比較鮮紅的蘋果，或誰分到比較多的蝦仁。
 - 可以引入 1 的等值分數，例如將 1 塊披薩平分成 4 份，拿出其中的 1 份，稱為 $\frac{1}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 2 份，稱為 $\frac{2}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 3 份，稱為 $\frac{3}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 4 份，稱為 $\frac{4}{4}$ 塊披薩， $\frac{4}{4}$ 塊披薩和 1 塊披薩一樣大。為以後引入假分數和帶分數互換、整數減分數，以及分數退位減法等問題鋪路。
 - 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：
 - 連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。
 - 「將 1 條繩子平分剪成 5 段，其中的 2 段是 $\frac{2}{5}$ 條」是連續量情境真分數的命名活動。
 - 離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6 個)、一袋水餃(10 個)等。
 - 「一袋糖果有 10 顆，將 1 袋糖果平分成 10 份，其中的 3 份是 $\frac{3}{10}$ 袋」是離散量情境真分數的命名活動。
 - 建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。
 - 連續量情境常見「圓形模型(披薩或圓餅)」及「線形模型(繩子或緞帶)」，「圓形模型」比較沒有溝通的干擾，適合先教學，但兩種模型都要引入。以「將 1 條繩子平分成 3 段，其中的一段是多少條繩子」及「將 1 張圓形色紙平分成 3 份，其中的一份是多少張色紙」為例。
- 將 1 條繩子平分成 3 段，剪下其中 1 段，學生不易察覺剪下的 1 段和原來 1 條繩子間的部份與全體關係。



但是將1張圓形色紙平分成3份，剪下其中1份，多數學生還是能夠察覺剪下的1份和原來1張色紙間的部份與全體關係。



- 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部份：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有4個，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。

- 以分數加法問題「 $\frac{2}{7}$ 張色紙和 $\frac{3}{7}$ 張色紙合起來是多少張色紙？」為例，將

$\frac{2}{7}$ 張視為2個 $\frac{1}{7}$ 張， $\frac{3}{7}$ 張視為3個 $\frac{1}{7}$ 張，就能類比整數情境的加法問題

「2張色紙和3張色紙合起來是幾張色紙？」，將「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」看成

「 $2+3$ 」，也就是2個 $\frac{1}{7} + 3$ 個 $\frac{1}{7}$ 。

- 分數教學時應強調分割的對象是什麼，相同的分割對象才能比較分割後兩分數的大小。

以「有兩個大小不一樣的披薩，一個是海鮮口味，另一個是燒肉口味。

哥哥拿了 $\frac{1}{3}$ 個海鮮口味的披薩，弟弟拿了 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩。誰拿的

披薩比較大？」為例，因為兩個披薩不一樣大，所以無法比較 $\frac{1}{3}$ 個海鮮

口味的披薩和 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩誰比較大。

範例：

1. 爸爸將 1 條蛋糕平分成 10 塊，弟弟拿走 3 塊，也就是拿走了幾條？

- (1) 3 條
- (2) 7 條
- (3) $\frac{3}{10}$ 條
- (4) $\frac{7}{10}$ 條

2. 一包冰棒有 10 支，分給小偉 $\frac{2}{10}$ 包、分給小登 $\frac{3}{10}$ 包，二人共分得幾包？

- (1) $\frac{1}{10}$ 包
- (2) $\frac{5}{20}$ 包
- (3) $\frac{5}{10}$ 包
- (4) 5 包

4-n-02	能熟練整數加、減的直式計算。	N-2-03
--------	----------------	--------

基本學習內容

4-nc-02-1 能熟練整數加、減的直式計算。

基本學習表現

4-ncp-02-1 能熟練整數加法的直式計算。

4-ncp-02-2 能熟練整數減法的直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-02 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練加減直式計算(和或被減數 <10000 ，含多重進退位)。
本基本學習內容是整數加、減直式計算的總結，學生應熟練整數加、減的直式計算。
- 不宜大量練習及評量高位數的直式計算，只要讓學生有處理大數加減的經驗即可，大數加減的處理應與概數結合。
- 也可以透過複名數，來解決大數加減的問題，例如「8 萬 6 千 + 9 萬 7 千」，「2 億 3000 萬 - 1 億 5230 萬」等問題，但是不宜過度評量。

範例：

1. 颱風來襲，全台有 11560 戶停電，經過搶修後，已經有 3570 戶恢復供電，還有多少戶停電？

(1) 7010 (2) 7990 (3) 8010 (4) 12010

2. 算算看：

(1) $72000 - 71969 = (\quad)$

(2) $57168 + 23635 = (\quad)$

(3) $56729 + 30275 = (\quad)$

(4) $63007 - 25089 = (\quad)$

4-n-08	能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。	N-2-10
--------	---	--------

基本學習內容

4-nc-08-1 真分數、假分數與帶分數的命名及說、讀、聽、寫、做。

4-nc-08-2 熟練假分數與帶分數的互換。

4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

基本學習表現

4-ncp-08-1 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數。

4-ncp-08-2 能將大於 1 個單位量的分數情境記成帶分數。

4-ncp-08-3 能進行假分數的說、讀、聽、寫、做。

4-ncp-08-4 能進行帶分數的說、讀、聽、寫、做。

4-ncp-08-5 知道形如 $\frac{q}{p}$ 的分數中，比 1 小的分數是真分數，大於或等於 1 的分數是假分數。

4-ncp-08-6 知道記錄大於 1 個單位量的分數中，強調由幾個 1 和幾個單位分數合起來的分數是帶分數(例如 $3\frac{5}{7}$)，強調由幾個單位分數

合起來的分數是假分數(例如 $\frac{26}{7}$)。

4-ncp-08-7 能將帶分數改記成假分數。

4-ncp-08-8 能將假分數改記成帶分數。

4-ncp-08-9 能進行同分母分數的大小比較(含真、假分數及帶分數)。

4-ncp-08-10 能進行同分母分數加、減的計算(含真、假分數及帶分數)。

4-ncp-08-11 能進行同分母分數整數倍的計算(含真、假分數)。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，初步認識分數。
本基本學習內容幫助學生認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加減與整數倍的計算。
- 本基本學習內容討論分母的範圍應小於或等於 20，但為了與小數連結，也要討論分母為 100 的分數。
- 在同分母分數情境中，透過單位分數的點數，可以和整數的計算完全連結起來，例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「 $2+3$ 」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 。
- 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。
學生可以利用加法或乘法算式「 $1 = \frac{7}{7}$ ， $\frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」換成假分數「 $\frac{25}{7}$ 」。
利用減法或乘法算式「 $\frac{7}{7} = 1$ ， $\frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」。
教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。
- 以將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」為例，說明如何幫助學生利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。

拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和 1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7 個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「 $25-7=18$ ， $18-7=11$ ， $11-7=4$ 」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案，再幫助學生用除法算式「 $25\div 7=3\dots 4$ 」，以較有效率的算法得到 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案。

- 認識真分數、假分數與帶分數的教學重點包含兩部份。

(1) 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數或帶分數的數字：

例如將 3 個圓和 $\frac{7}{8}$ 個圓合起來的量，記成假分數 $\frac{31}{8}$ 個圓，或記成帶分數 $3\frac{7}{8}$ 個圓。

(2) 給真分數、假分數與帶分數這些分數所成的集合一個名字：

例如稱 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{2}$ 這些分數為真分數。

稱 $\frac{31}{8}$ 、 $\frac{9}{7}$ 、 $\frac{12}{5}$ 、 $\frac{2}{2}$ 這些分數為假分數。

稱 $3\frac{7}{8}$ 、 $2\frac{3}{7}$ 、 $3\frac{2}{5}$ 、 $7\frac{1}{2}$ 這些分數為帶分數。

- 本基本學習內容只進行真分數及假分數整數倍的計算，不進行帶分數整數倍的計算，五年級(5-n-08)才引入帶分數整數倍的計算。
- 教師可以類比整數合成與分解的情境，在課堂活動中幫助學生將加減互逆的概念延伸至分數情境，但是四年級不宜評量，五年級才要求學生能在分數的情境中，理解加減互逆。

範例：

1. 一瓶葡萄汁有 $\frac{4}{9}$ 公升，3瓶共有幾公升？

(1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{7}{9}$ (3) $\frac{12}{9}$ (4) $3\frac{4}{9}$

2. 把 $\frac{43}{7}$ 化成帶分數，下面哪個選項是正確的答案？

(1) $1\frac{6}{7}$ (2) $3\frac{4}{7}$ (3) $4\frac{3}{7}$ (4) $6\frac{1}{7}$

3. 在 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$ 中，哪些是假分數的記法？

(1) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$

(2) $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$

(3) $\frac{12}{7}$ 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

(4) $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

4-n-12	能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。	N-2-13
--------	---------------------------------	--------

基本學習內容

4-nc-12-1 能用直式處理二位小數加、減計算，並解決生活中的問題。

4-nc-12-2 能用直式處理二位小數整數倍計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

4-ncp-12-1 能用直式處理二位小數加、減計算，並解決生活中的問題。

4-ncp-12-2 能用直式處理二位小數整數倍計算，並解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-12 及 4-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經認識一位小數，並作比較與加減計算；也應該已經認識二位小數與百分位的位名，並做比較。
本基本學習內容將小數加減及整數倍計算的範圍擴充至二位小數。
- 以「 357×6 」和「 3.57×6 」為例，教師幫助學生察覺整數乘法及小數乘法的運算步驟相同，就可以類比整數乘法運算來進行小數的乘法運算。
如下一頁中整數乘法和小數乘法的解題步驟，先確定學生已掌握整數乘法算則解題的意義，再幫助學生察覺小數乘法的步驟 1 和對應整數乘法步驟 1 的解法相同，可以將 3.57 分解為 3 個「1」、5 個「0.1」和 7 個「0.01」；小數乘法的步驟 2 及步驟 5 和對應整數乘法步驟 2 及步驟 5 的解法相同，先計算 7 個「0.01」的 6 倍是 42 個「0.01」，可以聚成 4 個「0.1」和 2 個「0.01」；小數乘法的步驟 3 及步驟 6 和對應整數乘法步驟 3 及步驟 6 的解法相同，先計算 5 個「0.1」的 6 倍是 30 個「0.1」，可以聚成 3 個「1」和 0 個「0.1」；小數乘法的步驟 4 及步驟 7 和對應整數乘法步驟 4 及步驟 7 的解法相同，先計算 3 個「1」的 6 倍是 18 個「1」，可以聚成 1 個「10」和 8 個「1」；小數乘法的步驟 8 和對應整數乘法步驟 8 的解法相同，算出全部合起來是 2 個「10」、1 個「1」、4 個「0.1」和 2 個「0.01」，也就是 21.42。

【整數乘法解題步驟】

千	百	十	個		
位	位	位	位		
	3	5	7	⇒步驟 1：357 個分解為 3 個「100」5 個「10」和 7 個「1」	
×			6		
			42	⇒步驟 2：42 個「1」	
		30		⇒步驟 3：30 個「10」	
	18			⇒步驟 4：18 個「100」	
		4	2	⇒步驟 5：42 個「1」聚成 4 個「10」2 個「1」	
		3	0	⇒步驟 6：30 個「10」聚成 3 個「100」0 個「10」	
	1	8		⇒步驟 7：18 個「100」聚成 1 個「1000」8 個「100」	
	2	1	4	2	⇒步驟 8：合起來是 2 個「1000」1 個「100」4 個「10」 2 個「1」，也就是 2142。

【小數乘法解題步驟】

十	個	十	百		
		分	分		
位	位	位	位		
	3.	5	7	⇒步驟 1：3.57 個分解為 3 個「1」5 個「0.1」和 7 個「0.01」	
×			6		
			42	⇒步驟 2：42 個「0.01」	
		30		⇒步驟 3：30 個「0.1」	
	18			⇒步驟 4：18 個「1」	
		4	2	⇒步驟 5：42 個「0.01」聚成 4 個「0.1」2 個「0.01」	
		3	0	⇒步驟 6：30 個「0.1」聚成 3 個「1」0 個「0.1」	
	1	8		⇒步驟 7：18 個「1」聚成 1 個「10」8 個「1」	
	2	1.	4	2	⇒步驟 8：合起來是 2 個「10」1 個「1」4 個「0.1」 2 個「0.01」，也就是 21.42。

- 三年級：一位小數的直式加減(重點是認識小數點的意義)。
- 四年級：二位小數的直式加減及整數倍。
- 五年級：多位小數的直式加減及整數倍。

範例：

1. 將 1.8 公升牛奶和 0.95 公升的牛奶合起來是多少公升？

- (1) 1.13
- (2) 1.75
- (3) 2.75
- (4) 11.3

2. 姐姐買了 1 包重 2 公斤的糖，做蛋糕用掉 0.45 公斤，請問糖還剩下多少公斤？

- (1) 2.45
- (2) 1.55
- (3) 1.45
- (4) 0.55

3. 一瓶蘋果西打 1.25 公升，老師買了 4 瓶要請全班小朋友，請問老師買了多少公升的蘋果西打？

- (1) 5.25
- (2) 5
- (3) 4.9
- (4) 4

5-n-07	能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。	N-3-07
--------	---------------------	--------

基本學習內容

5-nc-07-1 能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。

基本學習表現

5-ncp-07-1 能用通分作簡單異分母分數的大小比較。

5-ncp-07-2 能用通分作簡單異分母分數的加、減。

5-ncp-07-3 能在分數的情境中，理解加減互逆。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行同分母分數的比較，加、減與整數倍的計算。
本基本學習內容幫助學生進行簡單異分母分數的比較與加減。
- 本基本學習內容中能用通分作簡單異分母分數的比較與加減，「簡單」指的是兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1) 分母都是一位數字。
 - (2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 50。
 - (3) 乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。
- 因為六年級才引入最簡分數，五年級不宜要求最後的答案必須是最簡分數，但是可鼓勵學生儘量將答案約分為較簡單的分數。
- 以求「 $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ 」為例，說明如何幫助學生解異分母分數的加減問題。
等值分數是解異分母分數加減問題的先備知識，建議教師先幫助學生利用列出兩分數部份等值分數來解決問題；等待學生有一些解題經驗後，再幫助學生認識能以兩分數分母的乘積為公分母來解決問題；最後再幫助學生以兩分數分母的公倍數為公分母來解題。

五年級尚未引入利用短除法求最小公倍數的解題方式，也沒有引入最簡分數，教師不必強求學生必須以最小公倍數為公分母來解題。

(1) 利用列出兩分數部份等值分數來解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} \frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}, \left(\frac{4}{24}\right), \frac{5}{30}, \frac{6}{36}, \frac{7}{42}, \left(\frac{8}{48}\right), \frac{9}{54}, \dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} \frac{3}{8}, \frac{6}{16}, \left(\frac{9}{24}\right), \frac{12}{32}, \frac{15}{40}, \left(\frac{18}{48}\right), \frac{21}{56}, \frac{24}{64}, \frac{27}{72}, \dots$$

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\text{或 } \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

(2) 利用兩分數分母的乘積為公分母來解題：

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{1 \times 6}{6 \times 6} = \frac{1 \times 7}{6 \times 7} = \left(\frac{1 \times 8}{6 \times 8}\right)$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \left(\frac{3 \times 6}{8 \times 6}\right)$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} = \frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

(3) 利用兩分數分母的公倍數為公分母來解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 等值分數的分母：} 6, 12, 18, \left(24\right), 30, 36, 42, 48, 54, \dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 等值分數的分母：} 8, 16, \left(24\right), 32, 40, 48, 56, 64, 72, \dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{(4)}{24}, \frac{3}{8} = \frac{(9)}{24}, \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$

- 部份教師認為「異分母分數加減要通分」的理由是異分母分數的單位不一樣，其實不然，以「 $\frac{3}{8}$ 盒和 $\frac{1}{6}$ 盒合起來有多少盒？」為例，異分母分數的單位都相同(都是「盒」)，如果單位不同，就不能夠相加減。

通分的理由是要找一個比較小的共測單位，例如 $\frac{1}{24}$ ，讓異分母分數 $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{6}$ 都變成 $\frac{1}{24}$ 的整數倍，例如 $\frac{9}{24}$ (9個 $\frac{1}{24}$)和 $\frac{4}{24}$ (4個 $\frac{1}{24}$)，此時就能用一個數字 $\frac{13}{24}$ (13個 $\frac{1}{24}$)來描述 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{1}{6}$ 的和。

- 學生二年級(2-a-03)已在整數情境中，理解加減互逆的意義。
五年級已處理完分數及小數的加、減問題，建議教師檢查學生是否能在分數及小數的情境中，理解加減互逆的意義。

範例：

1. 哈密瓜 $\frac{2}{3}$ 公斤，鳳梨 $\frac{5}{6}$ 公斤，西瓜 $\frac{11}{12}$ 公斤，哪一種水果最重？
(1) 哈密瓜 (2) 鳳梨 (3) 西瓜 (4) 一樣重
2. 做蛋糕用了 $\frac{1}{4}$ 公斤白糖和 $\frac{5}{8}$ 公斤麵粉當作原料，這兩種原料共用多少公斤？
(1) $\frac{6}{8}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{6}{12}$ (4) $\frac{12}{16}$
3. 一袋麵粉重 $4\frac{5}{6}$ 公斤，用掉了 $2\frac{4}{5}$ 公斤，還剩下幾公斤？
(1) $2\frac{1}{6}$ (2) $2\frac{1}{13}$ (3) $2\frac{1}{5}$ (4) $2\frac{1}{30}$

5-n-10	能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。	N-3-08
--------	-------------------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-10-1 能認識多位小數，並做比較，加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-10-1 能進行多位小數的命名及說、讀、聽、寫。

5-ncp-10-2 能認識「千分位」、「萬分位」等的位名。

5-ncp-10-3 能進行多位小數位值單位的換算。

5-ncp-10-4 能進行多位小數的大小比較。

5-ncp-10-5 能進行多位小數的加、減計算。

5-ncp-10-6 能進行多位小數的整數倍計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-11 及 4-n-12 之後續學習概念，故學生應該已經認識二位小數，並能作比較、加減與整數倍計算。
本基本學習內容將小數比較及計算的範圍擴充至多位小數。
- 教學及評量時，以三位小數及四位小數為重點。
- 以 5.6789 為例，教師應引入「小數點以下(後)第三位為 8、第四位為 9」的講法，為六年級對小數在指定位數取概數的問題鋪路。
- 進行多位小數的加、減及整數倍計算時，應幫助學生理解多位小數的計算和一位及二位小數，以及整數的計算方式相同。
- 教師可以引入生活中使用小數的例子，例如細菌大約 0.0003 公分長，更小的病毒大約 0.00001 公分長，讓學生感覺小數在生活中的實用性。

範例：

1. 一顆綜合維他命含有鋅 0.004 公克，有 1500 顆綜合維他命含有鋅多少公克？

- (1) 0.06
- (2) 0.6
- (3) 6
- (4) 60

2. 「3.245」中，「4」的位名是什麼？

- (1) 十位
- (2) 十分位
- (3) 百位
- (4) 百分位

乘法運算(含整數、分數及小數；運算性質)

一年級：

1-n-07：能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

二年級：

2-n-06：能理解乘法的意義，使用 \times 、 $=$ 做橫式紀錄，並解決生活中的問題。

2-n-08：能理解九九乘法。

2-a-03：能在具體情境中，認識乘法交換律。

三年級：

3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。

3-a-01：能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。

四年級：

4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。

4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。

五年級：

5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。

5-n-08：能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。

5-a-02：能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。

1-n-07	能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。	N-1-01 N-1-04
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

1-nc-07-1 能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

基本學習表現

1-ncp-07-1 能唱出數詞序列「2、4、6、8、10、12、...」。

1-ncp-07-2 能進行 2 個一數的活動。

1-ncp-07-3 能唱出數詞序列「5、10、15、20、25、30、...」。

1-ncp-07-4 能進行 5 個一數的活動。

1-ncp-07-5 能唱出數詞序列「10、20、30、40、50、60、...」。

1-ncp-07-6 能進行 10 個一數的活動。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動，是二年級學習乘法的前置經驗。
- 學生必須先學會唱出數詞序列「2、4、6、8、10、...」，才能進行 2 個一數的活動；必須先學會唱出數詞序列「5、10、15、20、25、...」，才能進行 5 個一數的活動；必須先學會唱出數詞序列「10、20、30、40、50、...」，才能進行 10 個一數的活動。
本基本學習內容建議透過百數表，幫助學生熟悉上述的數詞序列。
- 零散的物件只能 2 個一數，無法 5 個或 10 個一數。
當物件已每 5 個或每 10 個排成一堆時，才能進行 5 個一數或 10 個一數的活動。

- 2 個一數、5 個一數、10 個一數，都是以「1 個」為單位的數法，它們都比一個一數更有效率。

以點數零散的 30 個花片為例：

1 個一數、用「1、2、3、...、29、30」等 30 個聲音數出有 30 個花片。

2 個一數、用「2、4、6、...、28、30」等 15 個聲音數出有 30 個花片。

以點數 5 個或 10 個放成一堆的 30 個花片為例：

5 個一數、用「5、10、15、20、25、30」等 6 個聲音數出有 30 個花片。

10 個一數，用「10、20、30」等 3 個聲音數出有 30 個花片。

- 以點數下列有幾個圓圈為例，說明以「一」為單位的點數方法，和以「一」及「十」為單位點數方法的差異。國小一年級教學重點是以「一」為單位的點數方法。

○○○○○ ○○○○○ ○○○○○
○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○

- (1) 以「一」為單位的點數方法：

方法一：1 個一數

用「1、2、3、...、29、30、31、32」等 32 個聲音點數出有 32 個圓圈。

方法二：先 10 個一數再 1 個一數

用「10、20、30、31、32」等 5 個聲音點數出有 32 個圓圈。

這兩種方法點數的對象都是幾個圓圈，方法二比方法一有效率。

- (2) 以「一」及「十」為單位的點數方法：

方法一：稱 10 個為一堆，用「1 堆、2 堆、3 堆、1 個、2 個」點數出有 3 堆和 2 個，3 堆和 2 個合起來是 32 個。

方法二：用「1 個十、2 個十、3 個十、1 個一、2 個一」點數出有「3 個十、2 個一」，「3 個十、2 個一」合起來是 32。

這兩種方法點數的對象包含幾堆(幾個十)和幾個(幾個一)，才是以「十」和「一」為單位的點數方法。

- 學生面對 5 元或 10 元硬幣時，只能透過 5 個一數及 10 個一數點數出有多少元。

以點數下圖中有多少元為例：

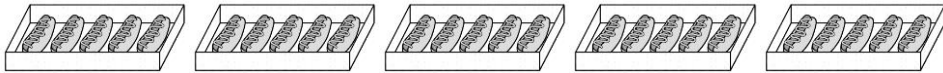
⑩、⑩、⑤、⑤、⑤、①、①、①

一個一數時，上圖中只有 8 個錢幣。

比須先透過 10 個一數，10、20，再透過 5 個一數，25、30、35，及一個一數，36、37、38，才能點數出上圖中共有 38 元。

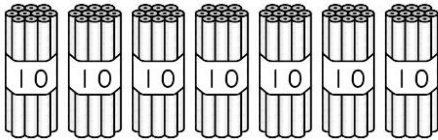
範例：

1. 下圖共有多少個熱狗麵包？



- (1) 5 個
- (2) 20 個
- (3) 25 個
- (4) 30 個

2. 下圖共有多少根吸管？



- (1) 7 根
- (2) 17 根
- (3) 70 根
- (4) 80 根

3. 抓一把花片，用 2 個一數的方式數數看，共有多少個花片？

2-n-06	能理解乘法的意義，使用 \times 、 $=$ 做橫式紀錄，並解決生活中的問題。	N-1-04 A-1-01
--------	---	------------------

基本學習內容

2-nc-06-1 能從連加的活動中，理解乘法的意義，並用乘法算式記錄連加活動的結果。

2-nc-06-2 能用乘法解決生活中的問題。

基本學習表現

2-ncp-06-1 能從連加的活動中，理解乘法的意義。

2-ncp-06-2 能用乘法算式記錄連加活動的結果。

2-ncp-06-3 認識乘法、乘號、被乘數、乘數及積。

2-ncp-06-4 能用乘法解決生活中的問題。

2-ncp-06-5 能進行乘法算式的擬題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-07 之後續學習概念，學生應該已經能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。
本基本學習內容幫助學生從連加的活動中，理解乘法的意義，用乘法算式記錄連加活動的結果，並解決生活中的問題。
- 教師應檢查學生乘法算式的角色是解題的紀錄或是解題的工具。
當學生有足夠利用連加解決乘法問題的經驗後，幫助學生用乘法算式記錄解題過程，此時乘法算式是解題的紀錄；當學生熟練九九乘法，能直接利用乘法解決問題，此時乘法算式角色由解題的紀錄轉換成解題的工具。
以「一盒蘋果有 5 顆，3 盒有多少顆蘋果？」為例，當學生利用連加解題成功，得到「 $5+5+5=15$ 」的答案後，用乘法算式「 $5\times 3=15$ 」把題目、算法和答案記下來，此時乘法算式的角色是解題的紀錄；如果學生直接利用乘法算式「 $5\times 3=15$ 」算出答案是 15 顆蘋果，此時乘法算式的角色是解題的工具。

- 「3 件上衣，5 條長褲，有幾種搭配穿衣服的方法」這類問題對學生而言比較困難，主要的原因是無法同時呈現所有搭配穿衣服的方法，教師可以參考下列教學建議進行教學，但二年級評量時不宜出現這類問題。

教師依序畫出第一件、第二件及第三件上衣，分別詢問有幾種搭配穿衣服的方法，得到每一件都有 5 種搭配穿衣服的方法後，再問合起來有幾種搭配穿衣服的方法。幫助學生透過加法算式 $5+5+5=15$ 解題，再改記成乘法算式「 $5\times 3=15$ 」，或直接利用乘法算式「 $5\times 3=15$ 」算出答案。
- 理解乘法算式的意義包含下列類型：

 - (1) 認識乘法算式中乘號(\times)、等號(=)的名稱及意義。
 - (2) 知道「被乘數」、「乘數」、「積」的名稱及意義。
 - (3) 能理解乘法算式的意義，並進行乘法算式的擬題活動。
- 二年級乘法計算教學的重點是一位數乘以一位數，教師也可以引入二位數乘以一位數的問題，學生可以透過連加來解題，例如透過「 $23+23+23=69$ 」，得到「 23×3 」的答案是 69，為了不要讓計算的負擔太大，建議乘數最大為 3。
- 以「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」為例，學生在還沒有記憶九九乘法之前，會利用連加「 $3+3+3+3=12$ 」來解題，此時可以透過語言轉換，將連加的算式說成「3 的 4 倍是 12」，記成「 $3\times 4=12$ 」。

先背九九乘法的學生，不知道乘法是連加的另一種記法，面對問題「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」，可能隨意的使用「 $3\times 4=12$ 」或「 $4\times 3=12$ 」來解題。

建議教師先幫助學生使用連加來解題，再將連加「 $3+3+3+3=12$ 」的算式改記成「 3×4 」，將連加「 $4+4+4=12$ 」的算式改記成「 4×3 」，幫助學生澄清乘法算式「 3×4 」和「 4×3 」的意義。
- 以「一盒蘋果有 3 顆，4 盒有多少顆蘋果？」為例，乘法問題中同時出現「顆」和「盒」兩個不同的單位，其中的「3 顆」是被計數的單位，而「4 盒」被解讀成連加 4 次或 4 倍的意義。

如果教師想確定學生是否理解題意，可以暫時要求學生在乘法算式加上計數的單位名稱，例如加上名數「 $3(\text{顆})\times 4=12(\text{顆})$ 」，等待學生熟練後，再移除名數，直接記成「 $3\times 4=12$ 」。

- 以「一枝筆 3 元，24 枝筆要多少元」為例，學生應該依題意列出「 3×24 」；若學生理解乘法交換律，在計算時將問題改用「 24×3 」來簡化計算，教師應該接受，這比讓學生將 3 連加 24 次，更值得鼓勵。
- 首次引入的乘法算式都是橫式紀錄，直式紀錄是直式算則的前置經驗，可以較晚引入。

範例：

1. 下面哪一個問題可以用 $8 \times 2 = 16$ 算出答案？

- (1) 哥哥原有 8 雙襪子，媽媽又幫哥哥買了 2 雙襪子，哥哥一共有幾雙襪子？
- (2) 一隻章魚有 8 隻腳，2 隻章魚共有多少隻腳？
- (3) 有 8 塊餅乾，2 塊餅乾裝一袋，可以裝成幾袋？
- (4) 妹妹有 8 元，姊姊比妹妹多 2 元，姊姊一共有多少元？

2. 一盤有 4 個蛋糕，3 盤共有幾個蛋糕？用乘法算式記記看。

$$(\quad) \times (\quad) = (\quad)$$

答：() 個蛋糕

2-n-08	能理解九九乘法。	N-1-06 A-1-02
--------	----------	------------------

基本學習內容

2-nc-08-1 能理解九九乘法。

基本學習表現

2-ncp-08-1 能理解九九乘法中，前、後項乘法算式的關係。

2-ncp-08-2 能熟記九九乘法。

說明：

- 本基本學習內容的九九乘法，包含「基本乘法事實」以及被乘數和乘數是 0 及 10 的乘法，它們都是直式乘法算則的先備知識。
基本乘法事實：被乘數及乘數是 1~9 的乘法算式(見下表一)。

1×1	2×1	3×1	4×1	5×1	6×1	7×1	8×1	9×1
1×2	2×2	3×2	4×2	5×2	6×2	7×2	8×2	9×2
1×3	2×3	3×3	4×3	5×3	6×3	7×3	8×3	9×3
1×3	2×4	3×4	4×4	5×4	6×4	7×4	8×4	9×4
1×5	2×5	3×5	4×5	5×5	6×5	7×5	8×5	9×5
1×6	2×6	3×6	4×6	5×6	6×6	7×6	8×6	9×6
1×7	2×7	3×7	4×7	5×7	6×7	7×7	8×7	9×7
1×8	2×8	3×8	4×8	5×8	6×8	7×8	8×8	9×8
1×9	2×9	3×9	4×9	5×9	6×9	7×9	8×9	9×9

(表一：基本乘法事實)

- 不宜在短時間內要求學生硬背，應將九九乘法的教學分別安排在二年級的上、下學期。
建議依「2、5」，「4、8」，「3、6」，「7、9」，「1、0」、「10」等順序引入。

- 許多教師認為學生只要熟練加法，就可以開始背九九乘法，其實不然，九九乘法表中呈現的是乘數逐一增加的乘法算式，因此學生除了熟練加法之外，還必須理解乘法算式的意義，例如知道「 $3 \times 4 = 12$ 」指的是「3 加 4 次的結果是 12」，以及前、後項乘法算式的關係，例如 3×5 比 3×4 多加了一個 3，因此知道 $3 \times 4 = 12$ ，就可以利用 $12 + 3 = 15$ ，得到 $3 \times 5 = 15$ 的結果。

- 教師也可以透過限制學生使用乘法算式記錄解題活動的方式，幫助學生熟記九九乘法。

以「一枝鉛筆賣 3 元，9 枝鉛筆賣多少元？」為例，如果學生不會背九九乘法，只能利用加法算式來解題，「 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$ 」，得到 27 元的答案後，利用乘法算式 $3 \times 9 = 27$ 把做法記下來，單一的乘法算式對熟記九九乘法並沒有幫助。

教師可以要求學生利用加法「 $3 + 3 = 6$ ， $6 + 3 = 9$ ， $9 + 3 = 12$ ，...

$21 + 3 = 24$ ， $24 + 3 = 27$ 」解題，並將加法算式解題的結果用乘法算式

「 $3 \times 2 = 6$ ， $3 \times 3 = 9$ 、 $3 \times 4 = 12$ ，...， $3 \times 7 = 21$ ， $3 \times 8 = 24$ ， $3 \times 9 = 27$ 」來記錄，並要求學生以後利用加法解題時，要用像乘法表的乘法算式來記錄，

透過經常記錄，幫助學生熟記九九乘法。

例如學生熟記乘法算式中的「 $3 \times 7 = 21$ 」後，就不必列出前面的算式，直接透過

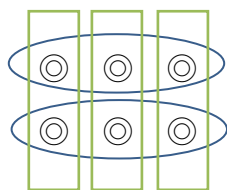
「 $3 \times 7 = 21$ ， $3 \times 8 = 24$ ， $3 \times 9 = 27$ 」來記錄，其中「 $3 \times 8 = 24$ ，

$3 \times 9 = 27$ 」還是利用加法解題，當學生熟記「 $3 \times 9 = 27$ 」後，就能直接利用「 $3 \times 9 = 27$ 」算出答案。

- 教師可以透過「 6×12 」等問題，檢查學生是否掌握九九乘法前後算式的關係，學生可以利用「 $6 \times 9 = 54$ ， $54 + 6 = 60$ ， $60 + 6 = 66$ ， $66 + 6 = 72$ 」算出「 6×12 」的答案。

- 教師可以透過排列模型幫助學生認識乘法可以交換的性質，進而利用交換律來學習新的九九乘法。

例如學生利用下圖中的排列模型先學到 2×3 和 3×2 的結果一樣，後續學到 7×4 時，就可以利用乘法交換律，以先前學過的 4×7 來找出答案。



範例：

填填看：

(1) $5 \times 4 = 20$

$5 \times 3 = (\quad)$

$5 \times 5 = (\quad)$

(2) 完成 6 的乘法表：

$6 \times 1 = 6$

$6 \times 2 = 12$

$6 \times 3 = (\quad)$

$6 \times 4 = (\quad)$

$6 \times 5 = (\quad)$

$6 \times 6 = (\quad)$

$6 \times 7 = (\quad)$

$6 \times 8 = (\quad)$

$6 \times 9 = (\quad)$

2-a-03	能在具體情境中，認識乘法交換律。	A-1-02
--------	------------------	--------

基本學習內容

2-ac-03-1 能在具體情境中，認識乘法交換律。

基本學習表現

2-acp-03-1 能在具體情境中，認識乘法交換律。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生認識乘法交換律。

- 乘法交換律「 $a \times b = b \times a$ 」指的是可以彈性對調被乘數和乘數的位置，也就是說，所有的乘法問題都會有「 $a \times b$ 」和「 $b \times a$ 」兩種算法，因為是同一個問題的兩種不同算法，所以它們的答案相等。

「排列模型」最容易溝通乘法交換律的意義，以「一排有 3 人，4 排共有多少人？」為例，只要排出下圖中的矩陣，學生很容易看到以直行的 3 為單位時，可以利用「 $3+3+3+3=3 \times 4$ 」算出答案，以橫列的 4 為單位時，可以利用「 $4+4+4=4 \times 3$ 」算出答案，因為是同一個問題的兩種不同算法，所以它們的答案相等，可以得到「 $3 \times 4 = 4 \times 3$ 」。

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿」為例，說明乘法交換律的意義。有下列兩種計算青蛙腿數的方法：
 - (1) 以一隻青蛙的腿數為單位，每一隻青蛙都有 4 條腿，可以利用「 $4+4+4=4 \times 3$ 」的方式算出答案。

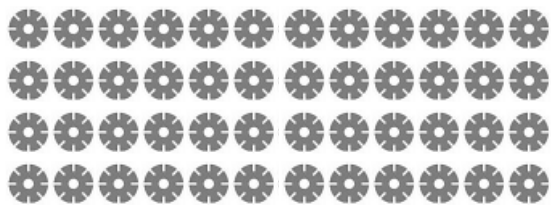
(2) 以青蛙被切割成 4 塊的想法來解題，每一隻青蛙都被切割成左、右前腿及左、右後腿 4 塊，3 隻青蛙的左、右前腿及左、右後腿各有 3 條，可以利用「 $3+3+3+3=3\times 4$ 」的方式算出答案。

這兩種算法都是算 3 隻青蛙有幾條腿的正確算法，所以 3×4 和 4×3 的答案一定相等，可以得到「 $4\times 3=3\times 4$ 」。

- 本基本學習內容建議在「排列模型」情境中溝通乘法交換律的意義。認識乘法交換律之後，九九乘法表中有一半的乘法事實可以透過乘法交換律得到。
- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿」為例，說明「乘法交換律」與「乘法算式」的意義。
 乘法交換律：本題有「 3×4 」和「 4×3 」兩種算法，這兩種算法的答案相等，所以「 $3\times 4=4\times 3$ 」
 乘法算式：本題用「 $4+4+4=12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $4\times 3=12$ 」；用「 $3+3+3+3=12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $3\times 4=12$ 」。「 3×4 」和「 4×3 」是兩種不同算法的紀錄。
- 「乘法交換律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。

範例：

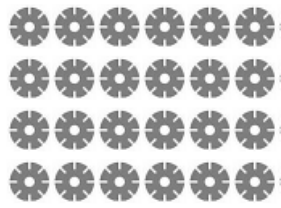
1.看圖填填看：



甲用 $12+12+12+12=12\times 4$ ， $12\times 4=48$ ，算出圖中有 48 個花片。

乙想用 $4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4=4\times 12$ ，來算出圖中有幾個花片，請問 $4\times 12=(\quad)$

2. 算算看，有幾個花片？



$$6 \times (\quad) = (\quad)$$

$$4 \times (\quad) = (\quad)$$

3-n-04	能熟練三位數乘以一位數的直式計算。	N-2-05
--------	-------------------	--------

基本學習內容

- 3-nc-04-1 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。
- 3-nc-04-2 能理解二位數乘以二位數的直式計算。

基本學習表現

- 3-ncp-04-1 能熟練整十乘以一位數的直式計算。
- 3-ncp-04-2 能熟練二位數乘以一位數的直式計算。
- 3-ncp-04-3 能理解一位數乘以二位數的直式計算。
- 3-ncp-04-4 能熟練整百乘以一位數的直式計算。
- 3-ncp-04-5 能熟練三位數乘以一位數的直式計算。
- 3-ncp-04-6 能理解一位數乘以三位數的直式計算。
- 3-ncp-04-7 能熟練整十乘以整十的直式計算。
- 3-ncp-04-8 能理解二位數乘以二位數的直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經熟記九九乘法，並以橫式及直式記錄。
本基本學習內容開始學習二位數乘以一位數及三位數乘以一位數或二位數乘以二位數的直式計算。
- 教師應幫助學生將二位數乘以一位數的直式計算簡化記成一行，為二位數乘以二位數的直式計算鋪路。

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 6 \\
 \hline
 42 \\
 24 \\
 \hline
 282
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 47 \\
 \times 6 \\
 \hline
 282 \\
 \downarrow
 \end{array}$$

⇒ 因為「4」和「24」都是「十」單位，
只要心算出「4+24」，就可以省略記成一行。

- 一位數乘以二位數(三位數)的直式計算比二位數(三位數)乘以一位數的直式計算困難，而且不是大數字乘法直式計算的先備知識，教師只要幫助學生理解直式計算解題的意義即可，不必要求熟練。
當學生認識乘法交換律後，教師可以幫助學生利用乘法交換律，將一位數乘以二位數(三位數)的計算問題，例如 7×34 (7×348)，改用二位數(三位數)乘以一位數的直式，例如 34×7 (348×7) 算出答案。
- 二位數乘以二位數的直式計算比較困難，三年級只要求學生理解二位數乘以二位數的直式計算，四年級再要求學生熟練二位數乘以二位數的直式計算。
- 本基本學習內容不評量二位數乘以二位數的直式計算。

範例：

1. 算算看， $800 \times 4 = ?$

- (1) 3600
- (2) 3200
- (3) 360
- (4) 320

2. 一個蛋糕賣 129 元，爸爸買了 3 個，要付多少元？

- (1) 132 元
- (2) 367 元
- (3) 387 元
- (4) 612 元

3-a-01	能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。	A-2-01
--------	-------------------	--------

基本學習內容

3-ac-01-1 能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。

基本學習表現

3-acp-01-1 能理解乘法情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

3-acp-01-2 能理解等分除情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

3-acp-01-3 能理解包含除情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-06 及 3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經能利用乘法及除法解決生活中的問題。
本基本學習內容在具體情境中認識乘除互逆，例如在桌上有 4 堆桃子，每一堆有 3 個桃子的情境中，認識「1 堆桃子有 3 個，4 堆桃子有 12 個」；「12 個桃子，每 3 個桃子分成一堆，可以分成 4 堆」；「12 個桃子全部平分成 4 堆，一堆有 3 個桃子」，幫助學生認識乘除互逆。
- 先引入餘數是 0 的乘除互逆問題，例如 $5 \times () = 80$ ， $() \div 5 = 16$ 等問題。再引入餘數不是 0 的乘除互逆問題，例如 $() \div 5 = 12 \dots 2$ 等問題。
- 「乘除互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中。
- 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」算式中的「 $=$ 」只是得到答案的意思，不是兩邊數字一樣大的意思，以「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」為例，等號兩邊無法同時加、減一數，在日後數學學習並不重要。
當學生掌握乘除互逆後，可以幫助學生將上列算式改記成「 $a = b \times q + r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」，例如將「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」改記成「 $32 = 6 \times 5 + 2$ 」，改記後算式中的「 $=$ 」是兩邊數字一樣大的意思。

範例：

1. 已知「 $523 \times 8 = 4184$ 」，請問下列選項何者錯誤？

- (1) $8 \times 523 = 4184$
- (2) $4184 \div 523 = 8$
- (3) $8 \times 4184 = 523$
- (4) $4184 \div 8 = 523$

2. 「老師買了 100 張色紙，全部平分給 6 組學生，請問每組可以分到多少張色紙？還剩下多少張色紙？」

下面哪個選項的算式、答案及驗算都正確？

- (1) $100 \div 6 = 16 \dots 4$ ，答：16 張，剩下 4 張，驗算： $100 \div 16 = 6$
- (2) $100 \div 6 = 16 \dots 4$ ，答：16 張，剩下 4 張，驗算： $16 \times 6 = 96$ ， $96 + 4 = 100$
- (3) $100 \div 6 = 16 \dots 0$ ，答：16 張，剩下 0 張，驗算： $100 \div 16 = 6 \dots 0$
- (4) $100 \div 6 = 16 \dots 0$ ，答：16 張，剩下 0 張，驗算： $16 \times 6 = 96$ ， $96 + 0 = 96$

4-n-03	能熟練較大位數的乘除直式計算。	N-2-05
--------	-----------------	--------

基本學習內容

- 4-nc-03-1 能熟練較大位數的乘法直式計算。
 4-nc-03-2 能熟練較大位數的除法直式計算。

基本學習表現

- 4-ncp-03-1 能熟練四位乘以一位的乘法直式計算。
 4-ncp-03-2 能熟練二位乘以二位的乘法直式計算。
 4-ncp-03-3 能熟練三位乘以二位的乘法直式計算。
 4-ncp-03-4 能熟練二位乘以三位的乘法直式計算。
 4-ncp-03-5 能熟練四位除以一位的除法直式計算。
 4-ncp-03-6 能熟練三位除以二位的除法直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數乘以一位數的直式計算，並理解二位數乘以二位數的直式計算。
 本基本學習內容擴充被乘數及乘數的範圍，幫助學生熟練二位數乘以二位數的直式計算，以及熟練四位數乘以一位數，二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算。
- 本基本學習內容為 3-n-06 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數及三位數除以一位數的直式計算。
 本基本學習內容擴充被除數及除數的範圍，幫助求學生熟練四位除以一位及三位除以二位的直式計算。
- 以「 37×46 」為例，有三種分解被乘數或乘數的方法。
 第一種將「 37×46 」分解成「 $37 \times (40 + 6)$ 」
 第二種是將「 37×46 」分解成「 $(30 + 7) \times 46$ 」
 第三種是將「 37×46 」分解成「 $(30 + 7) \times (40 + 6)$ 」

建議教師透過第一種方法幫助學生學習乘法直式計算，將「 37×46 」分解成「 37×6 」和「 $37 \times 40 = (37 \times 4) \times 10$ 」後，再進行兩次兩位數乘以一位數的直式計算。

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times \quad 46 \\ \hline \end{array}$$

$$222 \Rightarrow 37 \times 6 = 222$$

$$1480 \Rightarrow 37 \times 40 = 1480, \text{ 省略個位數的 } 0, \text{ 直接計算 } 37 \times 4 = 148 \text{ 後, 將 } 8 \text{ 記在十位。}$$

- 教師在課堂活動中可以引入三位數乘以三位數的直式計算題，檢查學生是否掌握解題的意義，但評量時不宜出現三位數乘以三位數的直式計算題。
- 學習乘法直式計算時，不鼓勵利用乘法交換律來解題，因為二位數乘以三位數和三位數乘以二位數直式計算的解題意義不同，但是平常解文字題或計算題時，應鼓勵學生使用自己比較能掌握或計算比較簡單的方法來解題，例如利用乘法交換律來簡化計算。
- 以「751 元平分給 12 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習直式除法。
 - (1) 有兩種分解 751 的方法，第一種是將 751 分解成 $700 + 50 + 1$ ，第二種是將 751 分解成 7 個「百」、5 個「十」和 1 個「一」。第二種方法會讓計算的數字變小，數學上都透過第二種分解方式引入直式除法。
 - (2) 將 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 1 個一元硬幣。
 - 先將 7 張百元鈔票平分給 12 人不夠分；
 - 將 7 張百元鈔票換成 70 枚十元硬幣，加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 75 枚十元硬幣；75 枚十元硬幣平分給 12 人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 3 枚十元硬幣不夠分；
 - 將 3 枚十元硬幣換成 30 個一元硬幣，加上原有的 1 個一元硬幣，合起來有 31 個一元硬幣；31 個一元硬幣平分給 12 人，每人分到 2 個一元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣。
 - 合起來每人分到 6 枚十元硬幣和 2 個 1 元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣，也就是每人分到 62 元，剩下 7 元。
 - (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

$$\begin{array}{r}
 62 \\
 \hline
 12 \overline{) 751} \\
 \underline{72} \\
 31 \\
 \underline{24} \\
 7
 \end{array}$$

\Rightarrow 每人分到 6 枚十元，2 個一元，也就是 62 元
 \Rightarrow 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元和 1 個一元硬幣
 \Rightarrow 每人分 6 個十元，12 人分掉 72 個十元，剩下 3 枚十元
 \Rightarrow 3 枚十元硬幣換成 30 個一元，加上原有的 1 個一元
 $\Rightarrow 6 \times 2 = 24$ ，每人分 2 個一元，12 人分掉 24 個一元
 $\Rightarrow 31 - 24 = 7$ ，剩下 7 個一元

- 利用直式解決除數是二位數的除法計算時，估商常發生錯誤，教師可以建議學生少估，透過學生熟悉的乘法算式，利用多次估商來簡化計算。下面以「751 元平分給 12 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例來說明。

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 52 \\
 \hline
 12 \overline{) 751} \\
 \underline{60} \\
 15 \\
 \underline{12} \\
 31 \\
 \underline{24} \\
 7
 \end{array}$$

$\Rightarrow 5 + 1 = 6$ (每人分到 6 枚十元，2 個一元，也就是 62 元)
 $\Rightarrow 12 \times 5 = 60$ (每人分 5 個十元，12 人分掉 60 個十元)
 $\Rightarrow 75 - 60 = 15$ (剩下 15 個十元，還可以繼續分)
 $\Rightarrow 15 \times 1 = 15$ (每人再分 1 個十元，12 人分掉 12 個十元)
 \Rightarrow 剩 3 個十元不夠分，換成 30 個一元，合起來是 31 個一元)
 $\Rightarrow 12 \times 2 = 24$ (每人分 2 個一元，12 人分掉 24 個一元)
 $\Rightarrow 31 - 24 = 7$ (剩下 7 個一元)

範例：

- 做一朵花需要 45 公分長的緞帶，做 28 朵相同的花需要多少公分的緞帶？
 - 1360
 - 1260
 - 1120
 - 450
- 算算看， $2087 \div 6 = (\quad) \dots (\quad)$

4-n-08	能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。	N-2-10
--------	---	--------

基本學習內容

- 4-nc-08-1 真分數、假分數與帶分數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- 4-nc-08-2 熟練假分數與帶分數的互換。
- 4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

基本學習表現

- 4-ncp-08-1 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數。
- 4-ncp-08-2 能將大於 1 個單位量的分數情境記成帶分數。
- 4-ncp-08-3 能進行假分數的說、讀、聽、寫、做。
- 4-ncp-08-4 能進行帶分數的說、讀、聽、寫、做。
- 4-ncp-08-5 知道形如 $\frac{q}{p}$ 的分數中，比 1 小的分數是真分數，大於或等於 1 的分數是假分數。
- 4-ncp-08-6 知道記錄大於 1 個單位量的分數中，強調由幾個 1 和幾個單位分數合起來的分數是帶分數(例如 $3\frac{5}{7}$)，強調由幾個單位分數合起來的分數是假分數(例如 $\frac{26}{7}$)。
- 4-ncp-08-7 能將帶分數改記成假分數。
- 4-ncp-08-8 能將假分數改記成帶分數。
- 4-ncp-08-9 能進行同分母分數的大小比較(含真、假分數及帶分數)。
- 4-ncp-08-10 能進行同分母分數加、減的計算(含真、假分數及帶分數)。
- 4-ncp-08-11 能進行同分母分數整數倍的計算(含真、假分數)。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，初步認識分數。

本基本學習內容幫助學生認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加減與整數倍的計算。
- 本基本學習內容討論分母的範圍應小於或等於 20，但為了與小數連結，也要討論分母為 100 的分數。
- 在同分母分數情境中，透過單位分數的點數，可以和整數的計算完全連結起來，例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「 $2+3$ 」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 。
- 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。

學生可以利用加法或乘法算式「 $1 = \frac{7}{7}$ ， $\frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」換成假分數「 $\frac{25}{7}$ 」。

利用減法或乘法算式「 $\frac{7}{7} = 1$ ， $\frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}$ ， $\frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」。

教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。
- 以將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」為例，說明如何幫助學生利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。

拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和 1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7 個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「 $25-7=18$ ， $18-7=11$ ， $11-7=4$ 」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案，再幫助學生用除法算式「 $25\div 7=3\dots 4$ 」，以較有效率的算法得到 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案。

- 認識真分數、假分數與帶分數的教學重點包含兩部份。

(1) 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數或帶分數的數字：

例如將 3 個圓和 $\frac{7}{8}$ 個圓合起來的量，記成假分數 $\frac{31}{8}$ 個圓，或記成帶分數 $3\frac{7}{8}$ 個圓。

(2) 給真分數、假分數與帶分數這些分數所成的集合一個名字：

例如稱 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{2}$ 這些分數為真分數。

稱 $\frac{31}{8}$ 、 $\frac{9}{7}$ 、 $\frac{12}{5}$ 、 $\frac{2}{2}$ 這些分數為假分數。

稱 $3\frac{7}{8}$ 、 $2\frac{3}{7}$ 、 $3\frac{2}{5}$ 、 $7\frac{1}{2}$ 這些分數為帶分數。

- 本基本學習內容只進行真分數及假分數整數倍的計算，不進行帶分數整數倍的計算，五年級(5-n-08)才引入帶分數整數倍的計算。
- 教師可以類比整數合成與分解的情境，在課堂活動中幫助學生將加減互逆的概念延伸至分數情境，但是四年級不宜評量，五年級才要求學生能在分數的情境中，理解加減互逆。

範例：

1. 一瓶葡萄汁有 $\frac{4}{9}$ 公升，3瓶共有幾公升？

(1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{7}{9}$ (3) $\frac{12}{9}$ (4) $3\frac{4}{9}$

2. 把 $\frac{43}{7}$ 化成帶分數，下面哪個選項是正確的答案？

(1) $1\frac{6}{7}$ (2) $3\frac{4}{7}$ (3) $4\frac{3}{7}$ (4) $6\frac{1}{7}$

3. 在 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$ 中，哪些是假分數的記法？

(1) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$

(2) $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$

(3) $\frac{12}{7}$ 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

(4) $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

4-a-01	能在具體情境中，理解乘法結合律。	A-2-02
--------	------------------	--------

基本學習內容

4-ac-01-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

基本學習表現

4-acp-01-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

4-acp-01-2 能在具體情境中，利用乘法結合律來簡化計算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-a-02 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律及加法結合律。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
- 建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ ；和先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12×20 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$ ，因為答案相同，所以 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$ 。
- 「乘法結合律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。
- 乘法結合律、乘法交換律及乘法對加法的分配律說明如下：
乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。
乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。
乘法對加法的分配律： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ (右分配)。
 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (左分配)。

- 利用結合律來簡化計算時，計算過程中常同時利用到乘法交換律及乘法結合律。例如計算 $(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$ 。教師教學時不必詳細說明上述計算過程，只要透過情境幫助學生認識乘法順序改變並不影響其積的性質。

範例：

1. 「每 3 顆糖果裝 1 包，每 12 包裝一盒，請問 6 盒共有幾顆糖果？」
哪些算式可以算出正確答案？
甲： $(3 \times 12) \times 6$
乙： $3 \times (12 \times 6)$
丙： $(3 \times 12) \div 6$
(1) 甲、乙
(2) 乙
(3) 甲、乙
(4) 甲、乙、丙
2. 「12 顆巧克力裝 1 盒，25 盒裝 1 箱，4 箱總共有多少顆巧克力？」
小華的算法： $(12 \times 25) \times 4 = 1200$ ，小英的算法： $12 \times (25 \times 4) = 1200$ ，
請問誰的算法是正確的？
(1) 小華對，小英錯
(2) 小華錯，小英對
(3) 兩人都對
(4) 兩人都錯

5-n-01	能熟練整數乘、除的直式計算。	N-3-01
--------	----------------	--------

基本學習內容

5-nc-01-1 能熟練整數乘法的直式計算。

5-nc-01-2 能熟練整數除法的直式計算。

基本學習表現

5-ncp-01-1 能熟練四位數乘以三位數以內的乘法直式計算。

5-ncp-01-2 能熟練四位數除以三位數以內的除法直式計算。

5-ncp-01-3 能理解被乘數及乘數後面有多個 0 的計算問題。

5-ncp-01-4 能理解被除數及除數後面有多個 0 的計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-03 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數乘以二位數的直式計算，也熟練四位數乘以一位數、二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算；應該也已經熟練四位數除以一位數、三位數除以二位數的直式計算。

本基本學習內容為整數乘、除直式計算的總結。評量時不宜出現太多位數的大數，學生只要熟悉「四位數乘以三位數以內」；「四位數除以三位數以內」的計算即可。

- 可以透過列出下列算式，幫助學生認識被乘數及乘數後面有多個 0 計算問題的規則：

$$12 \times 30 = 360, 12 \times 3 = 36$$

計算 12×30 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加 1 個 0 的答案相同。

$$120 \times 30 = 3600, 12 \times 3 = 36$$

計算 120×30 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(1+1)個 0 的答案相同。

$$1200 \times 300 = 360000$$

計算 1200×300 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(1+2)個 0 的答案相同。

$$1200 \times 30000 = 36000000$$

計算 1200×30000 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(2+4)個 0 的答案相同。

- 建議透過列出下列算式，幫助學生認識被除數及除數後面有多個 0 的計算問題規則：

$$120 \div 3 = 40, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120 \div 3$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 1 個 0 的答案相同。

$$1200 \div 3 = 400, 12 \div 3 = 4$$

計算 $1200 \div 3$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 2 個 0 的答案相同。

$$120 \div 30 = 4, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120 \div 30$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加(1-1)個 0 的答案相同。

$$120000 \div 300 = 400, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120000 \div 300$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加(4-2)個 0 的答案相同。

$$120000000 \div 3000 = 40000, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120000000 \div 3000$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加(7-3)個 0 的答案相同。

- 以「 $12000000 \div 30000$ 」為例，說明如何幫助學生理解被除數及除數後面有多個 0 計算問題的規則。

(1) 先改記成分數後再約分，再說明可以直接將分子和分母消去 4 個 0 算出答案。

$$\text{先說明 } 12000000 \div 30000 = \frac{12000000}{30000} = \frac{1200 \times 10000}{3 \times 10000} = \frac{1200}{3} = 400$$

$$\text{再說明 } 12000000 \div 30000 = \frac{12000000}{30000} = \frac{12000000}{30000} = \frac{1200}{3} = 400$$

(2) 先說明 12000000 是 1200 個「萬」，30000 是 3 個「萬」。再透過被除數和除數同時換成以萬為單位策略解題：

$$12000000 \div 30000 = 1200(\text{萬}) \div 3(\text{萬}) = 1200 \div 3 = 400。$$

「被除數和除數同時換單位策略」對五年級學生而言有困難，建議教師在六年級引入除數是小數的除法直式算則後，再透過「被除數和除數同時換單位策略」來說明。

- 以「將 5974 元平分給 72 人，每人最多可以分到幾元，剩下多少元？」為例，說明整數除法直式算則解題的意義。

(1) 有兩種解讀 5974 元的方法：

第一種是將 5974 分解成 $5000 + 900 + 70 + 4$

第二種是將 5974 分解成 5 個「千」、9 個「百」、7 個「十」和 4 個「一」。

第二種方法將 5974 解讀成四個單位的合成，概念上比較困難，但是會讓計算的數字變小，數學上透過第二種分解方法引入直式除法。

- (2) 將 5974 元分解成 5 張千元鈔票、9 張百元鈔票、7 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣。

5 張千元鈔票平分給 72 個人不夠分，都換成百元鈔票，5 張千元鈔票可以換 50 張百元鈔票，加上原有的 9 張百元鈔票，合起來有 59 張百元鈔票，59 張百元鈔票平分給 72 個人不夠分，再換成十元硬幣，59 張百元鈔票可以換成 590 枚十元硬幣，加上原有的 7 枚十元硬幣，合起來有 597 枚十元硬幣。

597 枚十元硬幣平分給 72 人，每人分到 8 枚十元硬幣，還剩下 21 枚十元硬幣，21 枚十元硬幣不夠分，再換成一元硬幣。

21 枚十元硬幣可以換成 210 個一元硬幣，加上原有的 4 個一元硬幣，合起來有 214 個一元硬幣，214 個一元硬幣平分給 72 個人，每個人分得 2 個一元硬幣，剩下 70 個一元硬幣。

合起來每個人分到 8 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 70 個一元硬幣，也就是每人分到 82 元，剩下 70 元。

- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

$$\begin{array}{r}
 82 \quad \Rightarrow 8 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 和 } 2 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 合起來是 } 82 \\
 72 \overline{) 5974} \quad \Rightarrow \text{ 將 } 5974 \text{ 分解成 } 5 \text{ 個千、} 9 \text{ 個百、} 7 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 和 } 4 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 \underline{-576} \quad \Rightarrow \text{ 每人分到 } 8 \text{ 個 } \textcircled{0}, \text{ 分掉了 } 576 \text{ 個 } \textcircled{0}, \text{ 剩下 } 21 \text{ 個 } \textcircled{0} \\
 \quad 214 \quad \Rightarrow 21 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 換成 } 210 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 加上 } 4 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 共有 } 214 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 \quad \underline{-144} \quad \Rightarrow \text{ 每人分到 } 2 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 分掉了 } 144 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 剩下 } 70 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 \quad \quad 70 \quad \Rightarrow \text{ 剩下 } 70 \text{ 個 } \textcircled{1}
 \end{array}$$

範例：

算算看：

- (1) $5872 \times 365 = (\quad)$
- (2) $20500 \times 500 = (\quad)$
- (3) $8671 \div 256 = (\quad) \dots (\quad)$
- (4) $13500 \div 650 = (\quad) \dots (\quad)$

5-n-08	能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	N-3-09
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-08-1 能理解整數乘以分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-nc-08-2 能理解分數乘以分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-08-1 能理解帶分數的整數倍的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-2 能理解整數乘以分數，積是整數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-3 能理解整數乘以分數，積是分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-4 能理解真分數乘以真分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-5 能理解假分數乘以假分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為假分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-6 能理解帶分數乘以帶分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為帶分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行分數整數倍的計算。
本基本學習內容將乘數的範圍由整數擴充至分數。

- 本基本學習內容首次引入乘數是分數的乘法問題，建議教師布題時依下列順序引入：
 - (1) 整數乘以分數，積是整數的乘法問題。
 - (2) 整數乘以分數，積是分數的乘法問題。
 - (3) 真分數乘以真分數的乘法問題。
 - (4) 假分數乘以假分數的乘法問題。
 - (5) 帶分數乘以帶分數的乘法問題。

- 區分「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的意義。

問題 1：一盒蘋果有 20 個，全部平分給甲、乙、丙、丁 4 個人，每人分到幾個蘋果？

問題 2：一盒蘋果有 20 個，甲分到 $\frac{1}{4}$ 盒，甲分到幾個蘋果？

問題 3：一盒蘋果有 20 個，戊分到 $\frac{3}{4}$ 盒，戊分到幾個蘋果？

上面三個問題中，問題 2 和問題 3 的語意類似，解問題 3 時，必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再取出其中的 3 份，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 3 = 15$ 」，可以算出戊分到 15 個蘋果。

因此解問題 2 時，也必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再拿出其中的 1 份給甲，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 1 = 5$ 」，才能算出甲分到 5 個蘋果。

但是解問題 1 時，只要將 20 個蘋果平分成 4 份即可，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ 」，可以算出每人分到 5 個蘋果。

由上面的說明可以知道，「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的答案雖然相同，但是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」

指的是「 $20 \div 4 \times 1$ 」，所以「 $20 \div 4$ 」只是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」解題活動中的一部份。

- 以整數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 5 公升， $\frac{3}{8}$ 瓶果汁有多少公升？」

為例，教師應先協助學生掌握 $\frac{3}{8}$ 瓶是將 1 瓶平分成 8 份，再取出其中的 3 份，也就是將 5 公升(1 瓶)平分成 8 份，再取出其中的 3 份。可以透過先除「 $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 」再乘「 $\frac{5}{8} \times 3 = \frac{15}{8}$ 」兩個步驟算出 $\frac{3}{8}$ 瓶果汁有 $\frac{15}{8}$ 公升；

其中「 $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 」(4-n-07)及「 $\frac{5}{8} \times 3$ 」(4-n-08)都是四年級已學過的教材。

初次教學時教師不宜直接要求學生利用「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用整數乘以分數的算式「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」算出答案。

- 以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」

為例，教師應協助學生掌握 $\frac{2}{7}$ 瓶是將1瓶平分成7份，再取出其中的2份，也就是將 $\frac{3}{5}$ 公升(1瓶)平分成7份，再取出其中的2份。可以透過先除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；其中「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是五年級(5-n-09)教學的重點， $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 是四年級(4-n-08)已學過的教材。

初次教學時教師不宜直接要求學生利用「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用分數乘以分數的算式「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ 」算出答案。

- 帶分數乘以帶分數的問題，除了引入將帶分數轉換成假分數的策略外，建議在課堂活動中引入利用乘法對加法分配律解題的策略，為國中的代數乘法運算鋪路，但是，評量時不宜限制學生使用乘法對加法分配律解題的策略來解題。

$$\begin{aligned} \text{例如：} 2\frac{3}{5} \times 4\frac{2}{7} &= (2 + \frac{3}{5}) \times (4 + \frac{2}{7}) = 2 \times 4 + \frac{3}{5} \times 4 + \frac{2}{7} \times 2 + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \\ &= 2 \times 4 + 2 \times \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times 4 + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \end{aligned}$$

- 分數計算的課題，不論是由形式練習著手，或由情境說明著手，學生都需要經常練習，兩者俱進，才會熟練。

範例：

1. 一桶石油 $7\frac{4}{5}$ 公升，3 桶石油共有多少公升？

- (1) $7\frac{5}{12}$ (2) $7\frac{4}{15}$ (3) $21\frac{4}{15}$ (4) $23\frac{2}{5}$

2. 一瓶礦泉水有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{3}$ 瓶有多少公升？

- (1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{15}$ (3) $\frac{5}{15}$ (4) $\frac{2}{5}$

3. 一袋麵粉重 9 公斤，小欣 做麵包用了 $\frac{3}{7}$ 袋，小欣 用了多少公斤麵粉？

- (1) $8\frac{4}{7}$ (2) $9\frac{3}{7}$ (3) $3\frac{6}{7}$ (4) $\frac{3}{63}$

5-a-01	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。	N-3-02 A-3-01
--------	-------------------------------	------------------

基本學習內容

5-ac-01-1 能在具體情境中，理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化心算。

基本學習表現

5-acp-01-1 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律。

5-acp-01-2 能在具體情境中，理解乘法對減法的分配律。

5-acp-01-3 能利用乘法對加法的分配律簡化心算。

5-acp-01-4 能利用乘法對減法的分配律簡化心算。

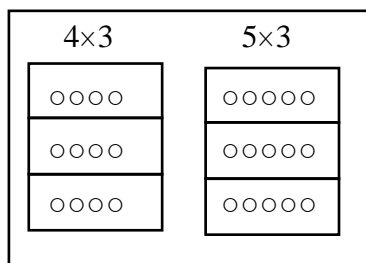
說明：

- 本基本學習內容為 2-n-10、3-n-03 及 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決先加(減)再乘及先加(減)再除的兩步驟問題；也應該已經能用併式記錄先加(減)再乘及先加(減)再除兩步驟問題的解題過程。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化心算。
- 「分配律(乘法對加法及減法的分配律)」名詞不宜出現在課本或評量試題中。
- 以「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以透過下面這兩種算法，幫助學生理解乘法對加法的分配律。
算法一： $12 \times 5 = 60$ ， $12 \times 3 = 36$ ， $60 + 36 = 96$ ，可以用併式「 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$ 」來記錄。
算法二： $5 + 3 = 8$ ， $12 \times 8 = 96$ ，可以用併式「 $12 \times (5 + 3) = 96$ 」來記錄。
比較這兩種算法，可以得到「 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$ 」。

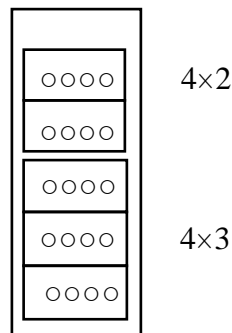
- 可以透過排列模型來理解乘法對加法分配律的意義。

例如利用左下圖說明乘法對加法的右分配律「 $(4 \times 3) + (5 \times 3) = (4 + 5) \times 3$ 」。

利用右下圖說明乘法對加法的左分配律「 $(4 \times 2) + (4 \times 3) = 4 \times (2 + 3)$ 」。



$$(4 + 5) \times 3$$



$$4 \times (2 + 3)$$

- 本基本學習內容只處理乘法對加(減)法的分配律，不處理除法對加(減)法的右分配律。

乘法對加(減)法滿足右分配律： $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$

乘法對加(減)法滿足左分配律： $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$

除法對加(減)法滿足右分配律： $(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$

除法對加(減)法不滿足左分配律： $a \div (b \pm c) \neq a \div b \pm a \div c$

- 可以透過「3個5加4個5是7個5」解讀「 $5 \times 3 + 5 \times 4 = 5 \times (3 + 4) = 5 \times 7$ 」。

「7個5減3個5是4個5」解讀「 $5 \times 7 - 5 \times 3 = 5 \times (7 - 3) = 5 \times 4$ 」。

- 整數乘法，例如 $43 \times 5 = (40 + 3) \times 5 = 40 \times 5 + 3 \times 5$ ，以及 $6 \times 32 = 6 \times (30 + 2)$

$= 6 \times 30 + 6 \times 2$ 等，以及帶分數乘以整數的計算，例如 $2\frac{4}{5} \times 7 = 2 \times \frac{4}{5} + 2 \times 7$ ，

都會用到乘法對加法的分配律。

- 也可以透過兩次乘法對加法的分配律，說明兩位數乘以兩位數乘法解題的意義。

$$\begin{aligned} \text{例如：} \quad & 35 \times 47 \\ & = (30 + 5) \times 47 \\ & = 30 \times 47 + 5 \times 47 \\ & = 30 \times (40 + 7) + 5 \times (40 + 7) \\ & = 30 \times 40 + 30 \times 7 + 5 \times 40 + 5 \times 7 \end{aligned}$$

- 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35 \times 49 + 35$ 」的計算。
教師可以透過「 $35 \times (49 + 1) = 35 \times 49 + 35 \times 1 = 35 \times 49 + 35$ 」，說明「 $35 \times 49 + 35 = 35 \times 49 + 35 \times 1 = 35 \times (49 + 1)$ 」解題的意義。

範例：

1. 東東計算 $4\frac{2}{7} \times 3$ 時，將 $4\frac{2}{7}$ 看成 $\frac{2}{7}$ ，在沒有其他計算錯誤的情況下，東東還要將算出的答案加上多少，就可以算出正確答案？
- (1) 12
 - (2) 4
 - (3) $\frac{42}{7}$
 - (4) $\frac{30}{7}$
2. 下列哪一個算式的答案和「 $38 + 49 \times 38$ 」的答案一樣？
- (1) $(38 + 49) \times 38$
 - (2) $(38 + 1) \times 49$
 - (3) $(1 + 49) \times 38$
 - (4) $(38 + 2) \times 49$

5-a-02	能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。	A-3-01
--------	--	--------

說明：

- 本基本學習內容不處理分年細目 5-a-02。
- 數學上只討論加法交換律及加法結合律，乘法交換律及乘法結合律，以及乘法對加法的分配律，並不討論減法及除法的運算性質。
- 當學生學會倒數概念後，就能將除法運算轉換成乘法運算，學會相反數概念後，就能將減法運算轉換成加法運算，分年細目 5-a-02 對國小及國中學生簡化計算並沒有太大的幫助。

除法運算(含整數、分數及小數；運算性質)

二年級：

2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。

三年級：

3-n-05：能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。

3-n-06：能熟練三位數除以一位數的直式計算。

四年級：

4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算

4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。

五年級：

5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。

5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。

5-n-12：能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。

5-a-02：能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。

六年級：

6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

6-n-06：能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。

2-n-07	能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。	N-1-05 N-1-06
--------	---------------------	------------------

基本學習內容

2-nc-07-1 能在具體情境中，進行分裝的活動。

2-nc-07-2 能在具體情境中，進行平分的活動。

基本學習表現

2-ncp-07-1 能在具體情境中，進行分裝的活動。

2-ncp-07-2 能在具體情境中，進行平分的活動。

說明：

- 本基本學習內容是除法的前置活動，學生可以操作具體物，或利用連減、連加或乘法(九九乘法範圍)來解題，但是不引入除法算式。
- 分裝活動：12 個杯子，3 個杯子裝一盒，最多可裝滿幾盒？
平分活動：將 12 個杯子平分成 3 堆，一堆有幾個杯子？
分裝活動是解包含除問題的先備知識；平分活動是解等分除問題的先備知識。
- 二年級「分裝活動」和「平分活動」只處理能分盡(沒有餘數)的情形，不能分盡(有餘數)的情形在三年級(3-n-05)才引入。
- 進行「分裝活動」和「平分活動」時，應將乘法和除法的關係連結起來，例如同時提問「12 個人搭車，1 車最多坐 4 人，可以坐滿幾車？」以及「1 輛車最多坐 4 人，3 輛可以坐滿幾人？」，這是乘除互逆的先備知識。
- 以「將 12 顆蘋果平分給 3 個人，一人分到幾顆蘋果？」為例，教師應強調「平分」指的是每個人分到一樣多，而且沒有剩下。

- 「平分活動」的對象是離散量情境，例如「將 12 個蘋果平分給 3 個人，一人分到幾個蘋果？」，三年級開始引入分數時，分割的對象是連續量情境，例如「將 1 個披薩平分成 8 份，其中的 1 份是多少個披薩」。

範例：

1. 有 24 顆糖果，每 6 顆裝一盒，最多可以裝滿幾盒？
用算式把做法記下來，並寫出答案。

答：()盒

2. 有 32 顆糖果平分給 8 人，每人最多可以分到多少顆糖果？
用算式把做法記下來，並寫出答案。

答：()顆

3-n-05	能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。	N-2-04
--------	---	--------

基本學習內容

3-nc-05-1 能從分裝或平分的情境中，理解除法的意義，並用除法算式記錄分裝或平分活動的結果。

3-nc-05-2 能用除法解決生活中的問題。

基本學習表現

3-ncp-05-1 能從分裝或平分的情境中，理解除法的意義。

3-ncp-05-2 能用除法算式記錄分裝與平分活動的結果。

3-ncp-05-3 認識除法、除號、被除數、除數、商及餘數。

3-ncp-05-4 能用除法解決生活中的問題。

3-ncp-05-5 能進行除法算式的擬題活動。

3-ncp-05-6 認識奇數與偶數。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-07 之後續學習概念，故學生應該已有利用加法、減法或乘法解決分裝或平分情境問題的經驗。
本基本學習內容幫助學生使用除法算式記錄分裝或平分活動的解題過程，並利用除法解決生活中的問題。
- 除法問題包含平分情境的等分除問題，與分裝情境的包含除問題。
等分除問題：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
包含除問題：14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？
- 理解除法算式的意義包含下列部份：
 - (1) 知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。
 - (2) 理解商及餘數的意義，知道餘數一定要小於除數。
 - (3) 理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。

- 除法問題有兩種記錄的格式：

第一種： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

第二種： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

四年級(4-n-07)引入「理解分數之「整數相除」的意涵」之前，只處理第一種記錄格式。
- 第一種記錄格式中，餘數的範圍是「 $0 \leq r < b$ 」，也就是說，剩下 0 個中的 0 也是餘數。

例如「將 12(或 13、14)個蘋果平分給 3 個人」，學生必須解題成功，才知道餘數是 0(或 1、2)。

建議教師命題時，不論餘數是否為 0，都要同時詢問商數及餘數。

例如：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？

將 12 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？
- 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」算式中的「 $=$ 」只是得到答案的意思，不是兩邊數字一樣大的意思，以「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」為例，等號兩邊無法同時加、減一數，對日後數學學習並不重要。

當學生掌握乘除互逆後，可以幫助學生將上列算式改記成「 $a = b \times q + r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」，例如將「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」改記成「 $32 = 6 \times 5 + 2$ 」，改記後算式中的「 $=$ 」是兩邊數字一樣大的意思。
- 學生不易掌握利用無條件進入法或無條件捨去法處理商數必須是整數的問題，教師必須透過學生熟悉的情境，利用除法算式說明解題的意義。以「14 人搭計程車(每輛計程車只能坐 4 位乘客)，至少要幾輛計程車才夠坐？」為例，透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，說明只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠坐。
- 三年級尚未引入因數與倍數的教材，教師不宜引入奇數與偶數的定義，只要從生活經驗中幫助學生認識奇數與偶數。

例如透過「有一些花片，兩個一數剛好數完，花片是偶數個；兩個一數無法剛好數完，還剩下 1 個，花片是奇數個。」說明奇數與偶數。當學生有一些解題經驗後，也可以透過「花片的個數除以 2，如果餘數是 0 稱為偶數個，如果餘數是 1 稱為奇數個。」，為以後引入奇數與偶數的定義鋪路。

範例：

1. 除法算式「 $\blacksquare \div 6 = 8 \dots \blacksquare$ 」中，被除數和餘數被墨汁弄髒，看不清楚，請問餘數最大可能是多少？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 7

2. 「60 顆糖果平分給 7 個小朋友，每人可以分得幾顆？還剩下多少顆？」下面哪一個選項的算式和答案都正確？

- (1) $60 \div 7 = 8 \dots 4$ ，答：每人分到 8 顆，剩下 4 顆
- (2) $60 \div 7 = 4 \dots 8$ ，答：每人分到 4 顆，剩下 8 顆
- (3) $60 \div 7 = 8 \dots 0$ ，答：每人分到 8 顆，剩下 0 顆
- (4) $60 \div 7 = 8 \dots 6$ ，答：每人分到 8 顆，剩下 6 顆

3-n-06	能熟練三位數除以一位數的直式計算。	N-2-05
--------	-------------------	--------

基本學習內容

- 3-nc-06-1 能熟練二位數除以一位數的直式計算。
- 3-nc-06-2 能熟練三位數除以一位數的直式計算。

基本學習表現

- 3-ncp-06-1 能熟練二位數除以一位數的直式計算。
- 3-ncp-06-2 能熟練三位數除以一位數的直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經理解除法的意義，並解決生活中的問題。
本基本學習內容幫助學生熟練二位數除以一位數及三位數除以一位數的直式計算。
- 本基本學習內容首次引入除法直式計算，三年級學習除法直式計算的程序如下：
 - (1) 在九九乘法範圍中，學習二位數除以一位數，餘數是 0(例如： $28 \div 4$ 、 $36 \div 9$)的除法直式計算。
 - (2) 二位數除以一位數，商是一位數，餘數不是 0(例如： $28 \div 3$ 、 $36 \div 8$)的除法直式計算。
 - (3) 二位數除以一位數，商是二位數，餘數可以不是 0($35 \div 3$ 、 $78 \div 5$)的除法直式計算。
 - (4) 三位數除以一位數，餘數可以不是 0 的除法直式計算，幫助學生知道，計算方式是(3)的延伸。
- 建議教師可以透過下列方式幫助學生學習除法直式計算。
以「659 元平分給 4 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例：
 - (1) 有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$ ，第二種是將 659 分解成 6 個「百」、5 個「十」和 9 個「一」。第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

- (2) 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。
 先將 6 張百元鈔票平分給 4 人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚十元硬幣，加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。
 合起來每人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。
- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

百 十 一	
<u>1 6 4</u>	⇒ 分到 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，也就是 164 元
4) 6 5 9	⇒ 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣
<u>−4</u>	⇒ 先分 6 張百元鈔票，每人分到 1 張，還剩下 2 張
2 5	⇒ 換成 20 枚十元，加上原有的 5 枚，有 25 枚十元
<u>−2 4</u>	⇒ 再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚十元
1 9	⇒ 換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個一元
<u>−1 6</u>	⇒ 再分 19 個一元，每人分到 4 個
3	⇒ 剩下 3 個一元

- 除法直式計算對三年級學生來說較困難，除法直式計算的熟練應到四年級，評量時應多分析學生發生錯誤的原因，且不宜過度評量。

範例：

1. 請用直式算算看：

$$251 \div 4 = (\quad) \dots (\quad)$$

2. 有 87 個綠豆糕，每 3 個裝成一盒，最多可以裝滿幾盒？還剩下多少個？

4-n-03	能熟練較大位數的乘除直式計算。	N-2-05
--------	-----------------	--------

基本學習內容

4-nc-03-1 能熟練較大位數的乘法直式計算。

4-nc-03-2 能熟練較大位數的除法直式計算。

基本學習表現

4-ncp-03-1 能熟練四位乘以一位的乘法直式計算。

4-ncp-03-2 能熟練二位乘以二位的乘法直式計算。

4-ncp-03-3 能熟練三位乘以二位的乘法直式計算。

4-ncp-03-4 能熟練二位乘以三位的乘法直式計算。

4-ncp-03-5 能熟練四位除以一位的除法直式計算。

4-ncp-03-6 能熟練三位除以二位的除法直式計算。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數乘以一位數的直式計算，並理解二位數乘以二位數的直式計算。
本基本學習內容擴充被乘數及乘數的範圍，幫助學生熟練二位數乘以二位數的直式計算，以及熟練四位數乘以一位數，二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算。
- 本基本學習內容為 3-n-06 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數及三位數除以一一位數的直式計算。
本基本學習內容擴充被除數及除數的範圍，幫助求學生熟練四位除以一一位及三位除以二位的直式計算。
- 以「 37×46 」為例，有三種分解被乘數或乘數的方法。
第一種將「 37×46 」分解成「 $37 \times (40 + 6)$ 」
第二種是將「 37×46 」分解成「 $(30 + 7) \times 46$ 」
第三種是將「 37×46 」分解成「 $(30 + 7) \times (40 + 6)$ 」
建議教師透過第一種方法幫助學生學習乘法直式計算，將「 37×46 」分解成「 37×6 」和「 $37 \times 40 = (37 \times 4) \times 10$ 」後，再進行兩次兩位數乘以一位數的直式計算。

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 46 \\ \hline \end{array}$$

$$222 \Rightarrow 37 \times 6 = 222$$

1480 $\Rightarrow 37 \times 40 = 1480$ ，省略個位數的 0，直接計算 $37 \times 4 = 148$ 後，將 8 記在十位。

- 教師在課堂活動中可以引入三位數乘以三位數的直式計算題，檢查學生是否掌握解題的意義，但評量時不宜出現三位數乘以三位數的直式計算題。
- 學習乘法直式計算時，不鼓勵利用乘法交換律來解題，因為二位數乘以三位數和三位數乘以二位數直式計算的解題意義不同，但是平常解文字題或計算題時，應鼓勵學生使用自己比較能掌握或計算比較簡單的方法來解題，例如利用乘法交換律來簡化計算。
- 以「751 元平分給 12 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例，說明如何幫助學生學習直式除法。
 - (1) 有兩種分解 751 的方法，第一種是將 751 分解成 $700 + 50 + 1$ ，第二種是將 751 分解成 7 個「百」、5 個「十」和 1 個「一」。第二種方法會讓計算的數字變小，數學上都透過第二種分解方式引入直式除法。
 - (2) 將 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 1 個一元硬幣。

先將 7 張百元鈔票平分給 12 人不夠分；

將 7 張百元鈔票換成 70 枚十元硬幣，加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 75 枚十元硬幣；75 枚十元硬幣平分給 12 人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 3 枚十元硬幣不夠分；

將 3 枚十元硬幣換成 30 個一元硬幣，加上原有的 1 個一元硬幣，合起來有 31 個一元硬幣；31 個一元硬幣平分給 12 人，每人分到 2 個一元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣。

合起來每人分到 6 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 7 個一元硬幣，也就是每人分到 62 元，剩下 7 元。
 - (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

62	\Rightarrow 每人分到 6 枚十元，2 個一元，也就是 62 元
12) 751	\Rightarrow 751 元分解成 7 張百元鈔票、5 枚十元和 1 個一元硬幣
72	\Rightarrow 每人分 6 個十元，12 人分掉 72 個十元，剩下 3 枚十元
31	\Rightarrow 3 枚十元硬幣換成 30 個一元，加上原有的 1 個一元
24	$\Rightarrow 6 \times 2 = 24$ ，每人分 2 個一元，12 人分掉 24 個一元
7	$\Rightarrow 31 - 24 = 7$ ，剩下 7 個一元

- 利用直式解決除數是二位數的除法計算時，估商常發生錯誤，教師可以建議學生少估，透過學生熟悉的乘法算式，利用多次估商來簡化計算。下面以「751元平分給12個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例來說明。

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \underline{52} \\
 12 \overline{) 751} \\
 \underline{60} \\
 15 \\
 \underline{12} \\
 31 \\
 \underline{24} \\
 7
 \end{array}$$

$\Rightarrow 5+1=6$ (每人分到6枚十元，2個一元，也就是62元)
 $\Rightarrow 12 \times 5 = 60$ (每人分5個十元，12人分掉60個十元)
 $\Rightarrow 75 - 60 = 15$ (剩下15個十元，還可以繼續分)
 $\Rightarrow 15 \times 1 = 15$ (每人再分1個十元，12人分掉12個十元)
 \Rightarrow 剩3個十元不夠分，換成30個一元，合起來是31個一元)
 $\Rightarrow 12 \times 2 = 24$ (每人分2個一元，12人分掉24個一元)
 $\Rightarrow 31 - 24 = 7$ (剩下7個一元)

範例：

- 做一朵花需要45公分長的緞帶，做28朵相同的花需要多少公分的緞帶？
 - 1360
 - 1260
 - 1120
 - 450
- 算算看， $2087 \div 6 = (\quad) \dots (\quad)$

4-n-07	理解分數之「整數相除」的意涵。	N-2-11
--------	-----------------	--------

基本學習內容

4-nc-07-1 能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-nc-07-2 能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

基本學習表現

4-ncp-07-1 能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-2 能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-3 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-4 能區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-05 及 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能理解除法的意義；也應該已經能在具體情境中，初步認識分數。
本基本學習內容引入「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數的問題」，幫助學生理解「整數相除」的意涵。
- 「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數問題」的題型包含等分除情境、包含除情境和測量情境三類問題。
 - (1) 等分除情境：3 個(或 13 個)蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到多少個蘋果？
 - (2) 包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個(或 13 個)蘋果相當於幾盒？
 - (3) 測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分(或 13 公分)相當於幾條？
- 先處理商數小於 1 的問題，再處理商數大於 1 的問題，學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，教學及評量時都必須處理這兩類問題。

- 能區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法：

有餘數問題的記法： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

沒有餘數問題的記法： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

- (1) 有餘數的等分除問題：

13 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？剩下幾個蘋果？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：每人最多分到 2 個，剩下 3 個蘋果。

- (2) 沒有餘數的等分除問題：

13 個蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：每人分到 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 個蘋果

- (3) 有餘數的包含除問題：

13 公分長的繩子，5 公分剪一段，最多可以剪幾段，剩下幾公分？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：最多可以剪成 2 段，剩下 3 公分。

- (4) 沒有餘數的包含除問題：

13 公分長的繩子，5 公分剪成一段，全部剪完，相當於剪成幾段？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：相當於剪成 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 段。

- 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} \text{ (1 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升)}$$

$$5 \text{ 公升是 5 個 1 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} \text{ (公升)，答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式

「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以

直接利用整數除以整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

- 以包含除問題「一盒蘋果有 5 個，8 個蘋果相當於幾盒？」為例，教師可以透過將「1 盒」及「5 個」同時平分成 5 份的方式，幫助學生解題。

「1 盒」有「5 個」 \Rightarrow

5 個平分成 5 份，1 份是 1 個

1 盒平分成 5 份，1 份是 $\frac{1}{5}$ 盒

$$\Rightarrow 1 \text{ 個是 } \frac{1}{5} \text{ 盒}$$

$$\Rightarrow 8 \text{ 個是 } \frac{8}{5} \text{ 盒}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式

「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以

直接利用整數除以整數的算式「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」算出答案。

範例：

1. 一條緞帶長 12 公分，18 公分相當於幾條緞帶？

(1) $\frac{18}{12}$ (2) 1.6 (3) $\frac{12}{18}$ (4) 0.6

2. 把 5 條蛋糕平分給 7 人，全部分完，每人可分到幾條蛋糕？

(1) $\frac{5}{7}$ (2) $\frac{7}{5}$ (3) 1 (4) $\frac{12}{7}$

5-n-01	能熟練整數乘、除的直式計算。	N-3-01
--------	----------------	--------

基本學習內容

5-nc-01-1 能熟練整數乘法的直式計算。

5-nc-01-2 能熟練整數除法的直式計算。

基本學習表現

5-ncp-01-1 能熟練四位數乘以三位數以內的乘法直式計算。

5-ncp-01-2 能熟練四位數除以三位數以內的除法直式計算。

5-ncp-01-3 能理解被乘數及乘數後面有多個0的計算問題。

5-ncp-01-4 能理解被除數及除數後面有多個0的計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-03 之後續學習概念，故學生應該已經熟練二位數乘以二位數的直式計算，也熟練四位數乘以一位數、二位數乘以三位數、三位數乘以二位數的直式計算；應該也已經熟練四位數除以一位數、三位數除以二位數的直式計算。
本基本學習內容為整數乘、除直式計算的總結。評量時不宜出現太多位數的大數，學生只要熟悉「四位數乘以三位數以內」；「四位數除以三位數以內」的計算即可。
- 可以透過列出下列算式，幫助學生認識被乘數及乘數後面有多個0計算問題的規則：
 - $12 \times \underline{30} = \underline{360}$ ， $12 \times 3 = 36$
計算 12×30 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加1個0的答案相同。
 - $120 \times \underline{30} = \underline{3600}$ ， $12 \times 3 = 36$
計算 120×30 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(1+1)個0的答案相同。
 - $120 \times \underline{300} = \underline{36000}$
計算 120×300 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(1+2)個0的答案相同。
 - $1200 \times \underline{30000} = \underline{36000000}$
計算 1200×30000 ，和先算出 12×3 ，並在乘積後面加(2+4)個0的答案相同。

- 建議透過列出下列算式，幫助學生認識被除數及除數後面有多個 0 的計算問題規則：

$$120 \div 3 = 40, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120 \div 3$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 1 個 0 的答案相同。

$$1200 \div 3 = 400, 12 \div 3 = 4$$

計算 $1200 \div 3$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 2 個 0 的答案相同。

$$120 \div 30 = 4, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120 \div 30$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 $(1-1)$ 個 0 的答案相同。

$$120000 \div 300 = 400, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120000 \div 300$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 $(4-2)$ 個 0 的答案相同。

$$120000000 \div 3000 = 40000, 12 \div 3 = 4$$

計算 $120000000 \div 3000$ ，和先算出 $12 \div 3$ ，並在商後面加 $(7-3)$ 個 0 的答案相同。

- 以「 $12000000 \div 30000$ 」為例，說明如何幫助學生理解被除數及除數後面有多個 0 計算問題的規則。

- (1) 先改記成分數後再約分，再說明可以直接將分子和分母消去 4 個 0 算出答案。

$$\text{先說明 } 12000000 \div 30000 = \frac{12000000}{30000} = \frac{1200 \times 10000}{3 \times 10000} = \frac{1200}{3} = 400$$

$$\text{再說明 } 12000000 \div 30000 = \frac{12000000}{30000} = \frac{12000000}{30000} = \frac{1200}{3} = 400$$

- (2) 先說明 12000000 是 1200 個「萬」，30000 是 3 個「萬」。再透過被除數和除數同時換成以萬為單位策略解題：

$$12000000 \div 30000 = 1200(\text{萬}) \div 3(\text{萬}) = 1200 \div 3 = 400。$$

「被除數和除數同時換單位策略」對五年級學生而言有困難，建議教師在六年級引入除數是小數的除法直式算則後，再透過「被除數和除數同時換單位策略」來說明。

- 以「將 5974 元平分給 72 人，每人最多可以分到幾元，剩下多少元？」為例，說明整數除法直式算則解題的意義。

- (1) 有兩種解讀 5974 元的方法：

第一種是將 5974 分解成 $5000 + 900 + 70 + 4$

第二種是將 5974 分解成 5 個「千」、9 個「百」、7 個「十」和 4 個「一」。

第二種方法將 5974 解讀成四個單位的合成，概念上比較困難，但是會讓計算的數字變小，數學上透過第二種分解方法引入直式除法。

- (2) 將 5974 元分解成 5 張千元鈔票、9 張百元鈔票、7 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣。

5 張千元鈔票平分給 72 個人不夠分，都換成百元鈔票，5 張千元鈔票可以換 50 張百元鈔票，加上原有的 9 張百元鈔票，合起來有 59 張百元鈔票，59 張百元鈔票平分給 72 個人不夠分，再換成十元硬幣，59 張百元鈔票可以換成 590 枚十元硬幣，加上原有的 7 枚十元硬幣，合起來有 597 枚十元硬幣。

597 枚十元硬幣平分給 72 人，每人分到 8 枚十元硬幣，還剩下 21 枚十元硬幣，21 枚十元硬幣不夠分，再換成一元硬幣。

21 枚十元硬幣可以換成 210 個一元硬幣，加上原有的 4 個一元硬幣，合起來有 214 個一元硬幣，214 個一元硬幣平分給 72 個人，每個人分得 2 個一元硬幣，剩下 70 個一元硬幣。

合起來每個人分到 8 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 70 個一元硬幣，也就是每人分到 82 元，剩下 70 元。

- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

$$\begin{array}{r}
 82 \Rightarrow 8 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 和 } 2 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 合起來是 } 82 \\
 72 \overline{) 5974} \Rightarrow \text{ 將 } 5974 \text{ 分解成 } 5 \text{ 個千、} 9 \text{ 個百、} 7 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 和 } 4 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 \underline{-576} \Rightarrow \text{ 每人分到 } 8 \text{ 個 } \textcircled{0}, \text{ 分掉了 } 576 \text{ 個 } \textcircled{0}, \text{ 剩下 } 21 \text{ 個 } \textcircled{0} \\
 214 \Rightarrow 21 \text{ 個 } \textcircled{0} \text{ 換成 } 210 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 加上 } 4 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 共有 } 214 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 \underline{-144} \Rightarrow \text{ 每人分到 } 2 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 分掉了 } 144 \text{ 個 } \textcircled{1}, \text{ 剩下 } 70 \text{ 個 } \textcircled{1} \\
 70 \Rightarrow \text{ 剩下 } 70 \text{ 個 } \textcircled{1}
 \end{array}$$

範例：

算算看：

- (1) $5872 \times 365 = (\quad)$
- (2) $20500 \times 500 = (\quad)$
- (3) $8671 \div 256 = (\quad) \dots (\quad)$
- (4) $13500 \div 650 = (\quad) \dots (\quad)$

5-n-09	能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	N-3-10
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-09-1 能理解分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-09-1 能理解真分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

5-ncp-09-2 能理解假分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

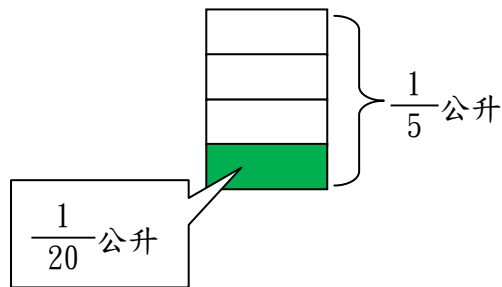
5-ncp-09-3 能理解帶分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-07 之後續學習概念，故學生應該已經能解決等分除及包含除情境整數除以整數，商數是分數且沒有餘數的除法問題。本基本學習內容擴充被除數的範圍至分數的情境。
- 本基本學習內容為 5-n-08 之先備知識，以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；其中「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是本基本學習內容教學的重點。
- 四年級(4-n-07)分數除法教學重點是整數除以整數，商是分數的等分除及包含除問題；五年級(5-n-09)分數除法教學重點是分數除以整數，商是分數的等分除問題；六年級(6-n-04)才引入除數是分數的除法問題。

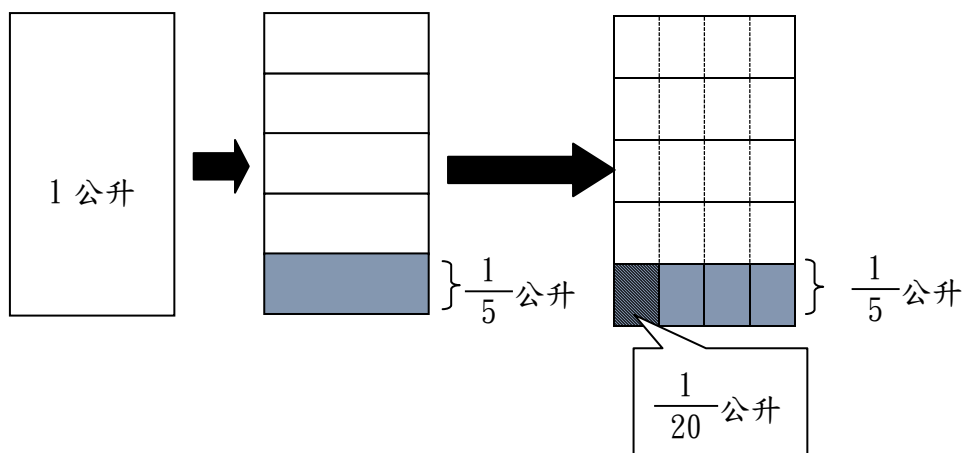
- 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成4份，透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」說明其中的1份是 $\frac{1}{20}$ 公升，因為在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表1公升，再將1公升平分成5大份，得到其中的1大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。

再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成4小份，因為看不到1小份和1公升的關係，因此將平分成4小份的線延長，就能看到1公升被分割成20(5×4)小份，並透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的1小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



範例：

1. 將 $\frac{3}{5}$ 公尺的繩子全部平分成 5 段，每段長幾公尺？

(1) $\frac{1}{25}$

(2) $\frac{3}{25}$

(3) $\frac{5}{25}$

(4) $\frac{1}{5}$

2. 將 $9\frac{2}{3}$ 公升的醬油，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？

(1) 3

(2) $3\frac{1}{9}$

(3) $3\frac{2}{9}$

(4) $3\frac{6}{9}$

5-n-12	能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。	N-3-11 N-3-13
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

5-nc-12-1 能用直式處理整數(或小數)除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

基本學習表現

5-ncp-12-1 能用直式處理小數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

5-ncp-12-2 能用直式處理整數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

5-ncp-12-3 熟悉分母為 2、5 之真分數所對應的小數。

5-ncp-12-4 熟悉分母為 4、8 之真分數所對應的小數。

5-ncp-12-5 熟悉分母為 10、100 之真分數所對應的小數。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練整數除法的直式計算。
本基本學習內容將被除數及商數的範圍由整數延伸至小數。
- 分數的分母是 $2^m \times 5^n$ 的樣式，其中 m 、 n 都是非負整數，才能轉換成有限小數。

例如： $\frac{3}{8}$ 的分母是 $2^3 \times 5^0$ ，可以透過下列算式將 $\frac{3}{8}$ 改記成有限小數。

$$\frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{8 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \frac{375}{1000} = 0.375。$$

- 以 $\frac{3}{4}$ 為例，有兩種將分數改記成小數的方法：

(1) 利用除法直式算則來解題。

$$\text{例如：}\frac{3}{4}=3\div 4=0.75$$

(2) 透過約分或擴分，將分母改記成 10 的次方後，再轉換成小數。

$$\text{例如：}\frac{3}{4}=\frac{15}{20}=\frac{75}{100}=0.75。$$

- 本基本學習內容限制整數或小數除以整數問題的商數最多為三位小數。
- 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如 $17.5\div 4$ ；再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如 $17\div 4$ 。前者的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法算則，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算；而後者的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。
- 以「老師將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？(商數算到小數第一位)」為例，說明小數除以整數除法算則解題的意義。

步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。

步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分；將 2 個「100」換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。上述的解題活動可以使用下列直式來記錄。

$\overline{14} \overline{)231.8}$	\Rightarrow 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，合起來是 16.5。
$\quad \underline{14}$	\Rightarrow 步驟一
$\quad \quad 91$	\Rightarrow 步驟二
$\quad \quad \underline{84}$	\Rightarrow 步驟三
$\quad \quad \quad 78$	\Rightarrow 步驟四
$\quad \quad \quad \underline{70}$	\Rightarrow 步驟五
$\quad \quad \quad \quad 8$	\Rightarrow 步驟六
$\quad \quad \quad \quad \quad 8$	\Rightarrow 步驟七

- 學生應熟悉分母 2、4、5、8、10、100 之真分數所對應的小數值。

範例：

1. 算算看， $12.3 \div 12 = ?$

- (1) 12.5
- (2) 10.25
- (3) 1.25
- (4) 1.025

2. 一條繩子長 25 公尺，平均分成 8 段，每段繩子的長度是多少公尺？

- (1) 2.375
- (2) 3.125
- (3) 3.265
- (4) 3.375

5-a-02	能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。	A-3-01
--------	--	--------

說明：

- 本基本學習內容不處理分年細目 5-a-02。
- 數學上只討論加法交換律及加法結合律，乘法交換律及乘法結合律，以及乘法對加法的分配律，並不討論減法及除法的運算性質。
- 當學生學會倒數概念後，就能將除法運算轉換成乘法運算，學會相反數概念後，就能將減法運算轉換成加法運算，分年細目 5-a-02 對國小及國中學生簡化計算並沒有太大的幫助。

6-n-04	能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。	N-3-10
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

6-nc-04-1 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-04-1 能理解分(整)數除以分數且有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

6-ncp-04-2 能理解分(整)數除以分數但沒有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

6-ncp-04-3 知道「分數除以分數(沒有餘數)」的結果和「分數乘以分數倒數」的結果相同。

6-ncp-04-4 能在分數的情境中，理解乘除互逆。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能處理被除數是分數，除數是整數的分數除法問題。
本基本學習內容將除數的範圍由整數擴充至分數的情境。
- 學生三年級(3-a-01)已在整數情境中，理解乘除互逆的意義。
六年級已處理完分數及小數的乘、除問題，建議教師檢查學生是否能在分數及小數的情境中，理解乘除互逆的意義。
- 分數計算的課題，不論是由形式練習著手，或由情境說明著手，學童都需要經常練習，兩者俱進，才會熟練。
- 包含除問題的商數是單位數(次數)的意義，等分除問題的除數是單位數的意義，單位數不是整數時的除法問題稱之為「當量除問題」或「相當問題」，應用「相當於」來溝通單位數。

例如：

包含除情境：14 公尺長的緞帶，3 公尺做一朵緞帶花，全部做完，相當於 $\frac{14}{3}$ 朵。

等分除情境：14 公尺長的緞帶，相當於 $\frac{14}{3}$ 朵緞帶花，一朵緞帶花長多少公尺？

其它「相當於」的例子：

走一步是 25 公分，走了 15 公分相當於走了 $\frac{3}{5}$ 步。

一人份是 5 個包子，3 個包子相當於 $\frac{3}{5}$ 人份。

轉 1 圈是 360 度，轉 144 度相當於轉了 $\frac{2}{5}$ 圈。

1 枝鉛筆賣 12 元，1 元相當於買 $\frac{1}{12}$ 枝鉛筆。

上面這些例子雖然沒有日常生活的具體意義，但卻具有解題上的意義。

- 國小學生不易接受單位數不是整數的問題，建議教師教學時以分數除以分數的包含除問題為主，分數除以分數的等分除可以在課堂中討論，但是不宜過度評量。

例如：

分數除以分數的包含除問題： $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

分數除以分數的等分除問題： $\frac{41}{5}$ 公升果汁相當於 $\frac{4}{7}$ 瓶，1 瓶果汁有幾公升？

- 分數除以分數的包含除問題可以有餘數，也可以沒有餘數。

例如：

沒有餘數： $\frac{14}{5}$ 公升果汁， $\frac{3}{5}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

有餘數： $\frac{14}{5}$ 公升果汁， $\frac{3}{5}$ 公升裝 1 瓶，最多可裝滿幾瓶，剩下多少公升？

- 分數除以整數的等分除問題，或分數除以分數的當量除問題，都沒有餘數。
例如：

$\frac{12}{5}$ 公尺長的繩子，全部平分成5段，1段長多少公尺？

$\frac{12}{5}$ 公尺長的繩子，相當於 $\frac{6}{7}$ 條，一條繩子長幾公尺？

- 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？」為例，說明如何引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

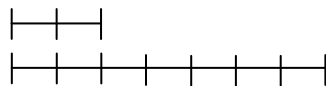
方法一：透過被除數及除數同時換單位策略說明

$$\begin{aligned} & \frac{41}{5} \div \frac{4}{7} \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \quad [\text{通分}] \\ &= (41 \times 7) \div (4 \times 5) \quad [\text{同時以} \frac{1}{35} \text{公升換單位}] \\ &= \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \quad [\text{得到答案}] \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 4} \quad [\text{乘法交換律}] \\ &= \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \quad [\text{顛倒相乘可以得到相同的答案}] \end{aligned}$$

方法二：透過倒數策略說明

倒數策略較能掌握分數除法算則(顛倒相乘)的意義，但是概念比較困難，僅提供教師參考。

$$\frac{2}{7} \text{公升} \Rightarrow 1 \text{瓶}$$



$$1 \text{公升} \Rightarrow ? \text{瓶}$$

透過上面線段圖，可以理解「 $\frac{2}{7}$ 公升裝成 1 瓶，1 公升是 $\frac{7}{2}$ 瓶」。

$$\frac{41}{5} \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升}$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } \left(\frac{7}{2} \text{ 瓶}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \times \frac{7}{2} \text{ 瓶}$$

範例：

1. 一桶沙拉油有 12 公升，每 $2\frac{4}{5}$ 公升裝成一罐，最多可裝滿幾罐？還剩下多少公升？

(1) 最多可裝滿 6 罐，還剩下 $\frac{4}{5}$ 公升

(2) 最多可裝滿 6 罐，還剩下 $2\frac{6}{25}$ 公升

(3) 最多可裝滿 4 罐，還剩下 $\frac{2}{7}$ 公升

(4) 最多可裝滿 4 罐，還剩下 $\frac{4}{5}$ 公升

2. 一桶米重 $15\frac{2}{5}$ 公斤，每 $2\frac{1}{3}$ 公斤裝成一袋，全部裝完，相當於裝成幾袋？

(1) $6\frac{2}{15}$ (2) $6\frac{3}{5}$ (3) $7\frac{1}{2}$ (4) $7\frac{3}{5}$

6-n-06	能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。	N-3-10 N-3-11
--------	--------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-06-1 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-06-1 能用直式處理除數是小數且能除盡的除法計算。

6-ncp-06-2 能用直式處理除數是小數，商數是整數且有餘數的除法計算。

6-ncp-06-3 能解決生活中除數是小數的除法問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-12 之後續學習概念，故學生應該已經能處理小數除以整數或整數除以整數，商的小數位數為三位以內的計算。
本基本學習內容將小數除法除數的範圍，由整數延伸至小數。
- 本基本學習內容限制被除數及除數小數點位數都不超過 2 位。
- 評量時，直式計算以整除為主，如果有餘數，僅討論商為整數的情境(餘數會小於除數) $a \div b = q \dots r$ ，當 q 是整數時， $0 \leq r < b$ 。
- 以問題「 $\square \div 1.04 = 1.7 \dots 0.12$ ， $\square = ?$ 」為例，因為 $0 \leq 0.12 < 1.04$ ，所以多數教師都認為它是合理的問題。
但是當我們算出 $\square = 1.04 \times 1.7 + 0.12 = 1.888$ ，再代入原式驗算時，發現 $1.888 \div 1.04 = 1.8 \dots 0.016$ ，驗算不成立的理由是當商數是一位小數時，餘數必須比除數的 0.1 倍小，而問題中的餘數 0.12 比 1.04×0.1 大，因此原問題的算式不成立，下面說明其理由。
以「將 29 公升果汁，平分成 7 杯」為例，29 公升果汁，平分成 7 杯，每杯分到 4 公升，還剩下 1 公升(1 個 1 公升)不夠分，可以記成 $29 \div 7 = 4 \dots 1$ ，其中 $0 \leq 1 < 7$ 。

繼續往下分，將剩下的(餘數)1 公升換成 10 個 0.1 公升，10 個 0.1 公升，平分成 7 杯，每杯分到 1 個 0.1 公升，還剩下 3 個 0.1 公升不夠分(剩下 0.1 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.1 \dots 0.3$ ，其中 $0 \leq 0.3 < 0.7$ (7 個 0.1)。

繼續往下分，將剩下的(餘數)0.3 公升換成 30 個 0.01 公升，30 個 0.01 公升，平分成 7 杯，每杯分到 4 個 0.01 公升，還剩下 2 個 0.01 公升不夠分(剩下 0.01 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.14 \dots 0.02$ ，其中 $0 \leq 0.02 < 0.07$ (7 個 0.01)。

由上面的說明可以得到下面的結果

$a \div b = q \dots r$ ，當 q 是整數時， $0 \leq r < b$ 。

當 q 是一位小數時， $0 \leq r < b \times 0.1$ (餘數要比 b 個 0.1 小)。

當 q 是二位小數時， $0 \leq r < b \times 0.01$ (餘數要比 b 個 0.01 小)。

- 本基本學習內容不進行循環小數的學習，但是可以對商數以四捨五入法取概數。
- 以整數情境為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。
 - (1) 14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張 1000 元鈔票，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票?也就是剩下多少元?」。

教師幫助學生透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。
 - (2) 「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元?」。

教師幫助學生將被除數 14000 元及除數 3000 元，同時以 1000 元為單位來換單位，14000 元換成 14 張千元鈔票，3000 元換成 3 張千元鈔票，再透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$ 得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。
- 以小數除以小數，商數是整數且有餘數的包含除問題「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升?」為例，說明如何透過「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」的策略幫助學生解題。

教師幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位，36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升的答案。

如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 罐的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 罐和 14 罐，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 罐，也就是剩下 1.2 公升的答案。

- 當商數較小時，例如商數是一位數字時，教師也可以幫助學生利用先乘後減的策略解題。

例如：41.57 公升果汁，11.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？利用先乘後減「 $11.4 \times 3 = 34.2$ ， $41.57 - 34.2 = 7.37$ ，答：最多裝滿 3 瓶，剩下 7.37 公升」來解題，不但學生較易理解其意義，而且也有效率。

範例：

1. 長 12.5 公尺的鐵絲，每 1.6 公尺剪成一段，最多可剪成幾段，剩下多少公尺？

- (1) 可剪成 7 段，剩下 1.3 公尺
- (2) 可剪成 7 段，剩下 13 公尺
- (3) 可剪成 7 段，剩下 0.13 公尺
- (4) 可剪成 7 段，剩下 1.03 公尺

2. 一桶 25.48 公升的沙拉油，每 2.6 公升裝成一瓶，最多可以裝滿幾瓶？

- (1) 7
- (2) 8
- (3) 9
- (4) 10

6-n-07	能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。	N-3-12
--------	--	--------

基本學習內容

6-nc-07-1 能在具體情境中，對小數在指定位數取概數(含四捨五入法)。

6-nc-07-2 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做加、減、乘、除之計算。

基本學習表現

6-ncp-07-1 能在具體情境中，對小數在指定位數利用無條件進入法取概數。

6-ncp-07-2 能在具體情境中，對小數在指定位數利用無條件捨去法取概數。

6-ncp-07-3 能在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數。

6-ncp-07-4 能在具體情境中，對整數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做乘、除之計算。

6-ncp-07-5 能在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數後，再做加、減、乘、除之計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-06 之後續學習概念，故學生應該已經能對整數在指定位數，利用無條件進入法、無條件捨去法和四捨五入法取概數，並做加、減之計算。
本基本學習內容延伸整數概算至乘、除計算，以及對小數在指定位數取概數，並做加、減、乘、除之計算。
- 教師應先複習在整數情境取概數並做加、減計算的問題，再引入在整數情境取概數並做乘、除計算的問題。
- 計算百分率時，經常要利用四捨五入法取概數，例如將 $\frac{18}{32}$ 先轉換成小數 0.5625，再轉換成整數值百分率 56%。教師應加強學生利用四捨五入法對小數在指定位數取概數的能力。

範例：

1. 將 5.1763 用四捨五入法取概數到小數點後第二位是多少？
 - (1) 5.2
 - (2) 5.17
 - (3) 5.18
 - (4) 5.176

2. 「一包麵粉重 0.463 公斤，4 袋麵粉，大約是多少公斤？」先用四捨五入法把一包麵粉的重量取概數到小數點後第二位再計算。
 - (1) 1.88
 - (2) 1.85
 - (3) 1.84
 - (4) 1.83

多步驟問題(含解文字題、運算次序及列式)

二年級：

2-n-09：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加與減，不含併式）。

2-n-10：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與乘，不含併式）。

三年級：

3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。

3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。

3-n-08：能在具體情境中，解決兩步驟問題（連乘，不含併式）。

四年級：

4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

4-n-05：能做整數四則混合計算（兩步驟）。

五年級：

5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。

5-n-03：能熟練整數四則混合計算。

5-a-04：能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

六年級：

6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

6-n-08：能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

6-a-01：能理解等量公理。

6-a-02：能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。

6-a-03：能用符號表示常用的公式。

6-a-04：能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。（同 6-n-13）

2-n-09	能在具體情境中，解決兩步驟問題（加與減，不含併式）。	N-1-07
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

2-nc-09-1 能在具體情境中，解決加與減兩步驟問題（不含併式）。

基本學習表現

- 2-ncp-09-1 能在具體情境中，解決連加的兩步驟問題。
- 2-ncp-09-2 能用兩個加法算式記錄解決連加兩步驟問題的解題過程。
- 2-ncp-09-3 能在具體情境中，解決連減的兩步驟問題。
- 2-ncp-09-4 能用兩個減法算式記錄解決連減兩步驟問題的解題過程。
- 2-ncp-09-5 能在具體情境中，解決先加後減或先減後加的兩步驟問題。
- 2-ncp-09-6 能用加法及減法算式記錄解決先加後減或先減後加兩步驟問題的解題過程。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能夠解決生活中單步驟的加法與減法問題。
本基本學習內容延伸學生加法與減法單步驟問題的解題經驗，首次引入加、減兩步驟問題。
- 單步驟問題是包含一個運算的文字題，兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
本基本學習內容在二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的兩步驟問題。
- 以「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車後，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」為例，教師可以透過分段布題的方式幫助學生解題。

- (1) 先布問題「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車，車上還有幾位乘客？」用算式把做法記下來。
幫助學生用算式「 $25-17=8$ 」把做法記下來。
 - (2) 再布問題「車上有 8 位乘客，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」用算式把做法記下來。
幫助學生用算式「 $8+13=21$ 」把做法記下來。
 - (3) 最後再回到原問題「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車後，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」用兩個算式把先算什麼、再算什麼的算法記下來。
限制學生用兩個算式「 $25-17=8$ 、 $8+13=21$ 」把做法記下來。
- 以「公車上原有 25 位乘客，到站時有 17 位乘客下車後，有 13 位乘客上車，車上現在有幾位乘客？」為例，兩步驟問題的教學包含三個重點：
- (1) 解決問題，並用二個算式「 $25-17=8$ 、 $8+13=21$ 」記錄解題過程。
 - (2) 用併式「 $25-17+13=21$ 」記錄解題過程。
 - (3) 先列式「 $25-17+13=()$ 」，並用逐次減項的記法「 $25-17+13=8+13=21$ 」記錄解題過程。
- 本基本學習內在二、三年級處理第一個教學重點，在四年級才處理第二個及第三個教學重點。
- 應要求學生用兩個橫式記錄兩步驟問題的解題過程，不可用兩個直式記錄解題過程(可以在旁邊用直式來計算)，為三年級及四年級引入併式紀錄鋪路。

範例：

1. 元元有 50 張貼紙，送給妹妹 15 張後，媽媽又給他 7 張，現在他有幾張貼紙？
用算式把做法記下來，並寫出答案。
先算：
後算：

答：() 張
2. 展覽館裡原有 28 人，進來 13 人後，又出去 19 人，現在展覽館裡有多少人？
用算式把做法記下來，並寫出答案。
先算：
再算：

答：() 人

2-n-10	能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與乘，不含併式）。	N-1-07
--------	------------------------------	--------

基本學習內容

- 2-nc-10-1 能在具體情境中，解決先加(減)後乘兩步驟問題（不含併式）。
- 2-nc-10-2 能在具體情境中，解決先乘後加(減)兩步驟問題（不含併式）。

基本學習表現

- 2-ncp-10-1 能在具體情境中，解決先加後乘兩步驟問題。
- 2-ncp-10-2 能用加法及乘法算式記錄解決先加後乘兩步驟問題的解題過程。
- 2-ncp-10-3 能在具體情境中，解決先減後乘兩步驟問題。
- 2-ncp-10-4 能用減法及乘法算式記錄解決先減後乘兩步驟問題的解題過程。
- 2-ncp-10-5 能在具體情境中，解決先乘後加(減)兩步驟問題。
- 2-ncp-10-6 能用乘法及加(減)法算式記錄解決先乘後加(減)兩步驟問題的解題過程。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能夠在具體情境中，解決加、減兩步驟問題。
本基本學習內容延伸兩步驟問題情境至加、減與乘的問題。
- 本基本學習內容包含「先乘後加(減)」與「先加(減)後乘」兩類問題。
「先乘後加(減)」問題，一定是兩步驟的問題，「先加(減)後乘」問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。
- 以先加後乘的兩步驟問題「一枝鉛筆賣 5 元，一枝原子筆賣 8 元，各買 3 枝要付多少元？」為例，學生可以用兩個算式「 $5+8=13$ ， $13\times 3=39$ ，答：要付 39 元」記錄解題活動；也可以用三個算式「 $5\times 3=15$ ， $8\times 3=24$ ， $15+24=39$ ，答：要付 39 元」記錄解題活動。
教師應接受三步驟的算法，不宜限制學生使用兩步驟的算法，利用加法(減法)對乘法的分配律來解題對二年級學生而言有點困難。

- 以先加後乘的兩步驟問題「一枝鉛筆賣 5 元，一枝原子筆賣 8 元，各買 3 枝要付多少元？」為例，教師可以透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
 - (1) 先布問題「一枝鉛筆賣 5 元，一枝原子筆賣 8 元，各買 1 枝要付多少元？」用算式把做法記下來。
幫助學生用算式「 $5+8=13$ 」把做法記下來。
 - (2) 再布問題「買 1 枝鉛筆和 1 枝原子筆共要 13 元，買 3 枝鉛筆和 3 枝原子筆共要多少元？」用算式把做法記下來。
幫助學生用算式「 $13\times 3=39$ 」把做法記下來。
 - (3) 最後再回到原問題「一枝鉛筆賣 5 元，一枝原子筆賣 8 元，各買 3 枝要付多少元？」用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。
幫助學生用兩個算式「 $5+8=13$ 、 $13\times 3=39$ 」把做法記下來。

- 乘法對加法及減法都滿足分配律：
 - 乘法對加法的右分配律： $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 。
 - 乘法對加法的左分配律： $a\times (b+c)=a\times b+a\times c$ 。
 - 乘法對減法的右分配律： $(a-b)\times c=a\times c-b\times c$ 。
 - 乘法對減法的左分配律： $a\times (b-c)=a\times b-a\times c$ 。

範例：

1. 一枝鉛筆賣 9 元，一枝原子筆賣 8 元，姐姐鉛筆和原子筆各買了 3 枝，共要多少元？

用算式把做法記下來，並寫出答案。

先算：

再算：

答：() 元

2. 一枝原子筆 7 元，媽媽帶 100 元，買了 3 枝原子筆，還剩下多少元？

用算式把做法記下來，並寫出答案。

先算：

後算：

答：() 元

3-n-03	能用併式記錄加減兩步驟的問題。	N-2-06 N-2-07
--------	-----------------	------------------

基本學習內容

3-nc-03-1 能用沒有括號的併式記錄先加(減)後加(減)兩步驟的問題。

基本學習表現

3-ncp-03-1 能用沒有括號的併式記錄先加(減)後加(減)兩步驟的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決加、減兩步驟問題，並能用兩個算式記錄解題活動。
本基本學習內容只處理最簡單的加、減兩步驟問題，幫助學生將兩個算式改記成一個連加、連減或加減混合的算式。
- 本基本學習內容不用括號來溝通先算的部份，學生的記法是由左往右依序計算，教師布題時應迴避併式時會形成「 $a-(b+c)$ 」或「 $a-(b-c)$ 」等問題。
例如：甲有 100 元，先給乙 30 元，再給丙 20 元，還剩下多少元？
如果學生的算法是「 $100-30=70$ ， $70-20=50$ 」，教師可以要求改用一个算式「 $100-30-20=50$ 」來記錄，這個紀錄滿足「由左往右算」運算次序的約定。如果學生的算法是「 $30+20=50$ ， $100-50=50$ 」，無法用沒有括號的併式來記錄。
- 以「甲有 100 元，乙先給甲 30 元，丙再給甲 20 元，甲現在有多少元？」為例，學生必須先學會將兩個算式「 $100+30=130$ ， $130+20=150$ 」改用一个併式「 $100+30+20=150$ 」來記錄之後，才有可能將用算式「 $100+30+20=()$ 」來列式並算出答案。
本基本學習內容只要求學生認識併式的記法，教師不宜要求學生利用併式來列式，也不宜要求學生用逐次減項的記法記錄過程。
- 在「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」這三個運算次序的約定中，「括號先算」是第一優先執行的約定，而「由左往右算」是最後才執行的約定。教師可以討論加減併式的記法，但是不必過度練習，讓學生誤以為「由左往右算」是最優先執行的約定，也不宜過度評量。

3-n-07	能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。	N-2-06
--------	------------------------------	--------

基本學習內容

- 3-nc-07-1 能在具體情境中，解決先加(減)後除兩步驟問題（不含併式）。
- 3-nc-07-2 能在具體情境中，解決先除後加(減)兩步驟問題（不含併式）。

基本學習表現

- 3-ncp-07-1 能在具體情境中，解決先加後除兩步驟問題。
- 3-ncp-07-2 能用加法及除法算式記錄解決先加後除兩步驟問題的解題過程。
- 3-ncp-07-3 能在具體情境中，解決先減後除兩步驟問題。
- 3-ncp-07-4 能用減法及除法算式記錄解決先減後除兩步驟問題的解題過程。
- 3-ncp-07-5 能在具體情境中，解決先除後加(減)兩步驟問題。
- 3-ncp-07-6 能用除法及加(減)法算式記錄解決先除後加(減)兩步驟問題的解題過程。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決加、減與乘兩步驟問題。
本基本學習內容延伸兩步驟問題情境至加、減與除的問題，其中除法運算部份的餘數必須為 0。
- 本基本學習內容包含「先除後加(減)」與「先加(減)後除」兩類問題。
「先除後加(減)」問題，一定是兩步驟的問題，「先加(減)後除」問題，可以是兩步驟的問題，也可以是三步驟的問題。
- 以先加後除的兩步驟問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，學生可以用兩個算式「 $15+25=40$ ， $40\div 5=8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動；也可以用三個算式

「 $15 \div 5 = 3$ ， $25 \div 5 = 5$ ， $3 + 5 = 8$ ，答：可以買 8 枝」記錄解題活動。
 教師應接受三步驟的算法，不宜限制學生使用兩步驟的算法，利用加法(減法)對除法的右分配律來解題($15 \div 5 + 25 \div 5 = (15 + 25) \div 5 = 8$)，對三年級學生而言有點困難。

- 以「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。
 - (1) 先布問題「甲有 15 元，乙有 25 元，兩人合起來有多少元？用算式把做法記下來」。

幫助學生用算式「 $15 + 25 = 40$ 」把做法記下來。
 - (2) 再布問題「兩人合起來有 40 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？用算式把做法記下來」。

幫助學生用算式「 $40 \div 5 = 8$ 」記錄解題活動。
 - (3) 最後再布原問題「甲有 15 元，乙有 25 元，1 枝鉛筆賣 5 元，兩人合起來可以買幾枝？用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。」

幫助學生用兩個算式「 $15 + 25 = 40$ 、 $40 \div 5 = 8$ 」把做法記下來。

- 加法及減法對除法滿足右分配律：

$$(a + b) \div c = a \div c + b \div c。$$

$$(a - b) \div c = a \div c - b \div c。$$

加法及減法對除法不滿足左分配律：

$$a \div (b + c) \neq a \div b + a \div c。$$

$$a \div (b - c) \neq a \div b - a \div c。$$

- 單步驟問題是包含一個運算的文字題，兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
 本基本學習內容在二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題，二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的兩步驟問題。
- 二步驟問題的教學包含三個重點，第一個重點是能夠解決問題，並用二個算式記錄解題過程；第二個重點是能夠用併式記錄解題過程；第三個重點是能夠列式，並用逐次減項的記法記錄解題過程。

本基本學習內容在二、三年級處理第一個教學重點，在四年級才處理第二個及第三個教學重點。

範例：

1.「哥哥有 25 元，媽媽給哥哥 15 元後，哥哥把全部的錢拿去買了 5 本格子簿，請問一本格子簿是多少元？請用兩個算式，把先算什麼，後算什麼的做法記下來。」

下面哪個選項的算式和答案都正確？

(1) $25 + 15 = 40$ ， $40 \div 5 = 8$ ，答：8 元

(2) $25 - 15 = 10$ ， $10 \div 5 = 2$ ，答 2 元

(3) $25 + 15 = 40$ ， $40 - 5 = 35$ ，答 35 元

(4) $25 - 15 = 10$ ， $10 - 5 = 5$ ，答 5 元

2. 姐姐摺了 100 隻紙鶴，每 10 隻裝成一罐，送給朋友 3 罐後，還剩下多少罐紙鶴？

(1) 270 罐

(2) 87 罐

(3) 30 罐

(4) 7 罐

3-n-08	能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。	N-2-06
--------	---------------------------	--------

基本學習內容

3-nc-08-1 能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題(不含併式)。

基本學習表現

3-ncp-08-1 能在具體情境中，解決連乘兩步驟問題。

3-ncp-08-2 能用兩個乘法算式記錄解決連乘兩步驟問題的解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決加、減與乘兩步驟問題。
本基本學習內容延伸兩步驟問題情境至連乘的問題。
- 本基本學習內容教學重點是解決連乘的兩步驟問題，並用二個算式記錄解題活動，不討論利用數學性質簡化計算的問題，例如面對「 $37 \times 25 \times 4$ 」的文字題情境時，不討論先算「 37×25 」與先算「 25×4 」，何種算法較有效率。
四年級引入乘法結合律之後，才開始討論簡化計算的問題。

範例：

1. 「7 片口香糖裝 1 包，6 包裝 1 袋，5 袋總共有多少片口香糖？請用兩個算式，把先算什麼，後算什麼的做法記下來。」
下面哪個選項的算式和答案都正確？
 (1) $7 + 6 = 13$ ， $13 + 5 = 18$ ，答：18 片
 (2) $7 + 6 = 13$ ， $13 \times 5 = 65$ ，答：65 片
 (3) $7 \times 6 = 42$ ， $42 + 5 = 47$ ，答：47 片
 (4) $7 \times 6 = 42$ ， $42 \times 5 = 210$ ，答：210 片
2. 一包冷凍包子有 8 個，每個 10 元，姐姐買了 3 包，共要多少元？
 (1) 21 元 (2) 54 元 (3) 83 元 (4) 240 元

4-n-04	能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。	N-2-06 N-2-07 A-2-02
--------	------------------------------	----------------------------

基本學習內容

4-nc-04-1 能在具體情境中，解決乘、除及連除兩步驟問題，並用一個併式記錄解題活動。

4-nc-04-2 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。

基本學習表現

4-ncp-04-1 能在具體情境中，解決乘、除及連除兩步驟問題，並用兩個算式記錄解題過程。

4-ncp-04-2 能用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

4-ncp-04-3 能在具體情境中，解決乘、除及連除兩步驟問題，並用一個併式記錄解題過程。

4-ncp-04-4 能用併式列出兩步驟問題的算式。

4-ncp-04-5 能用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為整數兩步驟問題的總結，學生必須掌握下列能力：
 - (1) 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並用兩個算式記錄解題活動。
 - (2) 能用一個併式，記錄兩步驟問題的解題活動。
 - (3) 認識「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。
 - (4) 能先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。
- 能在具體情境中，解決兩步驟問題的教學順序如下：
 - 二年級：在具體情境中，解決「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題。
 - 三年級：在具體情境中，解決「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題。
 - 四年級：在具體情境中，解決「乘、除」及「連除」兩步驟問題。
 - 六年級：分數兩步驟問題及小數兩步驟問題。

- 能用一個併式，記錄兩步驟問題解題活動的教學順序如下：
 三年級：能用併式記錄加減兩步驟問題的解題活動，但是不用括號來溝通先算的部份，學生的記法是由左往右依序計算。
 四年級：能用併式記錄所有兩步驟問題的解題活動，並認識「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。
- 教師應幫助學生解兩步驟問題時，都能夠先列式，再用逐次減項的記法記錄解題過程。
 以「小英每個月存 300 元，存滿 6 個月最多可以買幾枝 45 元的筆？」為例，學生能先列式「 $300 \times 6 \div 45 = (\quad)$ 」，再用逐次減項的記法「 $300 \times 6 \div 45 = 1800 \div 45 = 40$ 」記錄解題過程。
- 以逐次減項的記法「 $5 \times (12 + 8) = 5 \times 20 = 100$ 」為例，它是以下解題過程的摘要記法：

$$5 \times (12 + 8) = 5 \times 20,$$

$$5 \times 20 = 100,$$

因為等號滿足遞移性($A = B, B = C$ ，所以 $A = C$)，
 所以 $5 \times (12 + 8) = 100$

逐次減項記法中除了把重複出現的算式「 5×20 」只記一次之外，還把解題過程最重要的部份「因為等號滿足遞移性，所以 $5 \times (12 + 8) = 100$ 」也省略了。
 教師可以透過詢問為什麼「 $5 \times (12 + 8)$ 」的答案是 100，檢查學生是否掌握利用等號遞移性記錄的意義。

範例：

1. 「一份漢堡 35 元，媽媽訂了 4 份，付了 500 元，可以找回多少元？」
 下面哪一個算式可以算出正確的答案？
 (1) $35 \times 4 + 500$ (2) $35 \times 4 - 500$ (3) $500 - 35 \times 4$ (4) $(500 - 35) \times 4$
2. 「一盒蛋塔有 6 個。老闆買了 14 盒後，把它們重新分裝成 12 盒，每一盒有幾個？」
 下面哪一個算式可以算出正確的答案？
 (1) $6 \times 14 \times 12$ (2) $12 \times 14 \div 6$ (3) $6 \times 14 \div 12$ (4) $12 \times 6 \div 14$
3. 「礦泉水一箱有 24 瓶，老師買了 8 箱，共 2304 元，一瓶礦泉水要多少元？」
 下面哪一個算式可以算出一瓶礦泉水要多少元？
 (1) $2304 \div 8 \times 24$ (2) $2304 \div (24 \div 8)$ (3) $2304 \div 8 \div 24$ (4) $24 \times 8 \div 2304$

4-n-05	能做整數四則混合計算（兩步驟）。	N-2-07 A-2-03
--------	------------------	------------------

基本學習內容

4-nc-05-1 能做整數四則混合計算(兩步驟)。

基本學習表現

4-ncp-05-1 能認識整數兩步驟四則混合計算「括號先算」的約定。

4-ncp-05-2 能認識整數兩步驟四則混合計算「先乘除後加減」的約定。

4-ncp-05-3 能認識整數兩步驟四則混合計算「由左往右算」的約定。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。
本基本學習內容幫助學生熟練整數兩步驟四則混合計算問題。
- 「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：
 - (1) 括號的部份要先算，簡稱為「括號先算」。
 - (2) 當沒有括號的時候，如果「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都存在時，要先計算乘和除的部份，簡稱為「先乘除後加減」。
 - (3) 當要計算乘和除的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算，合併簡稱為「由左往右算」。
- 在「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」這三個運算次序的約定中，「括號先算」是第一優先執行的約定，建議教師在引入併式紀錄時，應要求學生使用小括號區分先算的部份，為以後引入四則混合計算問題鋪路。

- 整數四則混合計算時，除法必須能整除。
- 本基本學習內容只討論兩步驟計算問題，兩步驟計算問題只可能滿足下列中的一項約定。
 - (1) 括號先算的計算問題：
 - 例如： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$
 - $7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$
 - (2) 先乘除後加減的計算問題：
 - 例如： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$
 - $12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$
 - (3) 由左往右算的計算問題(只有加與減)：
 - 例如： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$
 - (4) 由左往右算的計算問題(只有乘與除)：
 - 例如： $12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$
- 對四年級學生而言，先乘除後加減的計算問題最困難，括號先算的計算問題比較簡單，建議教師透過比較下列兩個算式運算結果的方式，幫助學生理解先乘除後加減的意義。

$$\begin{aligned}
 5 + (3 \times 4) &= 5 + 12 \\
 &= 17 \\
 &\text{(算式一)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 + 3 \times 4 &= 5 + 12 \\
 &= 17 \\
 &\text{(算式二)}
 \end{aligned}$$

範例：

算算看：

(1) $48 \div 3 \times 4 = (\quad)$

(2) $30 - 8 \div 2 = (\quad)$

5-n-02	能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。	N-3-02 A-3-01
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

5-nc-02-1 能在具體情境中，解決三步驟問題，並用併式記錄三步驟問題的解題活動。

5-nc-02-2 能在具體情境中，用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

基本學習表現

5-ncp-02-1 能在具體情境中，解決三步驟問題。

5-ncp-02-2 能用併式記錄三步驟問題的解題活動。

5-ncp-02-3 能用併式列出三步驟問題的算式。

5-ncp-02-4 能用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決整數兩步驟問題，並能利用併式來列式，並據以計算。
本基本學習內容延伸整數兩步驟問題情境至三步驟的問題。
- 本基本學習內容首次引入三步驟問題，三步驟問題的教學順序如下：
 - (1) 能在具體情境中，解決三步驟問題。
 - (2) 能用一個併式，記錄三步驟問題的解題活動，並認識「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。
 - (3) 能先列式，再用逐次減項的記法記錄三步驟問題的解題過程。
- 學生在併式記錄解題活動時，必須理解「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。

「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：

- (1) 括號的部份要先算(簡稱為「括號先算」)；
- (2) 當沒有括號的時候，如果「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都存在時，要先計算乘和除的部份(簡稱為「先乘除後加減」)；
- (3) 當要計算乘和除的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘和除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。

- 先讓學生有第三步驟問題解題成功的經驗，再討論用併式記錄第三步驟問題的解題活動；當學生有一些併式紀錄的經驗，再要求學生用併式列出第三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。

範例：

1. 「百貨公司週年慶，店內服飾均打 8 折，上衣一件原價 650 元、長褲一條原價 900 元，媽媽攜帶 2000 元購買上衣、長褲各一件後，還剩下多少元？」
下列哪一個算式可以算出還剩下多少元？
 - (1) $650 \times 0.8 + 900 \times 0.8$
 - (2) $2000 - (650 + 900) \times 0.8$
 - (3) $(650 + 900) \times 0.8 + 2000$
 - (4) $(2000 + 650 + 900) \times 0.8$

2. 「240 公克的砂糖，平分裝成 15 袋或平分裝成 12 包，1 袋和 1 包相差幾公克？」
下列哪個算式能算出正確答案？
 - (1) $240 \div 15 + 240 \div 12$
 - (2) $240 \times 15 - 240 \times 12$
 - (3) $240 \div 15 - 240 \div 12$
 - (4) $240 \div 12 - 240 \div 15$

5-n-03	能熟練整數四則混合計算。	N-3-02 A-3-01
--------	--------------	------------------

基本學習內容

5-nc-03-1 能熟練整數四則混合計算。

基本學習表現

5-ncp-03-1 能做整數三步驟四則混合計算。

5-ncp-03-2 能做整數四步驟四則混合計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經熟練兩步驟整數四則混合計算問題。
本基本學習內容為整數四則混合計算的總結細目，故學生應熟練多步驟的整數四則混合計算。
- 分年細目 5-n-03 和 5-a-03 都涉及整數四則混合計算的教學。
5-n-03：能熟練整數四則混合計算。
5-a-03：能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。
5-n-03 強調四則混合計算運算的次序，教學重點是「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。
5-a-03 強調如何利用數的運算性質簡化計算過程，例如利用乘法結合律和交換律，將 $25 \times 97 \times 4$ 改記成 $25 \times 4 \times 97$ 來簡化計算。
- 教師應先復習兩步驟計算問題的運算次序，再引入三步驟計算問題的運算次序，等待學生熟悉這些問題的運算次序後，最後再引入四步驟的計算問題。
下面分別列出常見兩步驟、三步驟及四步驟計算問題的例子。

(1) 兩步驟計算問題的例子：

① 括號先算：

$$\text{例如：} 13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$$

$$\text{例如：} 7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

② 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$$

$$\text{例如：} 12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

③ 由左往右算(只有加與減)：

$$\text{例如：} 12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$$

④ 由左往右算(只有乘與除)：

$$\text{例如：} 24 \div 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

(2) 三步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 = 13 + 8 \div 4 = 13 + 2 = 15$$

② 括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 = 20 - 8 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\text{例如：} 40 \div (3 + 5) \times 3 = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

③ 先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 = 12 + 30 - 8 = 42 - 8 = 34$$

④ 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 7 \times 8 - 80 \div 5 = 56 - 80 \div 5 = 56 - 16 = 40$$

⑤ 由左往右算：

$$\text{例如：} 50 - 18 - 20 + 7 = 32 - 20 + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 = 20 \times 3 \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

(3) 四步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 - 5 = 13 + 8 \div 4 - 5 = 13 + 2 - 5 = 15 - 5 = 10$$

② 括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 13 \times 2 + (3 + 5) \div 4 = 13 \times 2 + 8 \div 4 = 26 + 8 \div 4 = 26 + 2 = 28$$

③ 括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 + 5 = 20 - 8 - 4 + 5 = 12 - 4 + 5 = 8 + 5 = 13$$

$$\text{例如：} 80 \div (3 + 5) \times 3 \div 5 = 80 \div 8 \times 3 \div 5 = 10 \times 3 \div 5 = 30 \div 5 = 6$$

④ 先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 + 7 = 12 + 30 - 8 + 7 = 42 - 8 + 7 = 34 + 7 = 41$$

⑤ 由左往右算：

例如：

$$50 - 18 - 20 + 7 + 10 = 32 - 20 + 7 + 10 = 12 + 7 + 10 = 19 + 10 = 19$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 \div 3 = 20 \times 3 \div 2 \div 3 = 60 \div 2 \div 3 = 30 \div 3 = 10$$

■ 教師教學時可以處理稍多步驟的問題，但評量時不宜超過四步驟。

範例：

1. 算算看， $396 - 180 \div 6 \times 3 = ?$

- (1) 386
- (2) 306
- (3) 108
- (4) 12

2. 算算看， $20 \times 5 - (28 - 8) \div 4 = ?$

- (1) 16
- (2) 20
- (3) 70
- (4) 95

5-a-04	能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。	A-3-04 A-3-05
--------	--	------------------

基本學習內容

5-ac-04-1 能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

基本學習表現

5-acp-04-1 能將整數單步驟加、減具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

5-acp-04-2 能解釋將整數單步驟加、減具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

5-acp-04-3 能將整數單步驟乘、除具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

5-acp-04-2 能解釋將整數單步驟乘、除具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
本基本學習內容在整數單步驟情境中，要求學生用未知數符號來列式。
- 本基本學習內容建議教師先幫助學生將單步驟的文字題列成算式填充題，並說明算式填充題和原問題情境的關係，算式填充題中的()只是一個位置，學生較容易掌握利用算式填充題列式的意義。
當學生有足夠用算式填充題來列式的經驗，知道算式填充題中的()裡面一定可以填入一個確定的數字，此時，就可以使用 x 或甲等符號替代()來列式。
例如將「 $5+()=8$ 」改記成「 $5+x=8$ 」或「 $5+甲=8$ 」。

- 以「一枝鉛筆賣 5 元，多少幾枝鉛賣 40 元？」為例，當我們列出含有未知數符號的算式「 $5 \times y = 40$ 」時，其中的未知數 y 並不是一個不知道的數字，而是一個確定存在的數字，只是還沒有算出答案之前，不知道這個確定存在的數字是多少。
- 六年級才引入等量公理，五年級學生只能利用加減互逆和乘除互逆的概念來解題及驗算。
 - 2-a-04：能理解加減互逆(整數情境)，並運用於驗算與解題。
 - 3-a-01：能理解乘除互逆(整數情境)，並用於驗算及解題。
- 學生五年級完成分數及小數的加、減計算後，才可能掌握分數及小數情境的加、減互逆；六年級完成分數及小數的乘、除計算後，才可能掌握分數及小數情境的乘、除互逆。
因此五年級不宜評量將分數及小數情境的單步驟問題列成含有未知數符號的算式並求解的問題。

範例：

1. 「小芳今年 28 歲，小新今年 14 歲，小芳比小新大幾歲?」如果小芳比小新大 a 歲，下列哪一個列式和答案都正確?
 - (1) $a + 28 = 14$ ， $a = 14$ 。
 - (2) $a - 28 = 14$ ， $a = 42$ 。
 - (3) $28 - a = 14$ ， $a = 14$ 。
 - (4) $28 - a = 14$ ， $a = 42$ 。
2. 「長方形的長為 35 公分，面積為 630 平方公分，寬是多少公分?」如果用 a 公分表示長方形的寬，下列哪一個列式錯誤?
 - (1) $35 \times a = 630$
 - (2) $a \times 35 = 630$
 - (3) $630 \div a = 35$
 - (4) $35 \div a = 630$

6-n-05	能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。	N-3-02 A-3-01
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-05-1 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

基本學習表現

6-ncp-05-1 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

6-ncp-05-2 能用併式列出分數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決整數兩步驟問題，並能利用併式來列式，並據以計算。
本基本學習內容延伸整數兩步驟問題情境至分數的問題。
- 兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
本基本學習內容在二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。
二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的兩步驟問題。
- 二步驟問題的教學包含三個重點，第一個重點是能夠解決問題，並用二個算式記錄解題過程；第二個重點是能夠用併式記錄解題過程；第三個重點是能夠列式，並用逐次減項的記法記錄解題過程。
本基本學習內在二、三年級處理第一個教學重點，在四年級才處理第二個及第三個教學重點。

- 本基本學習內容只處理分數的兩步驟問題，不處理分數的三步驟(含以上)問題；也不處理分數與小數混合的兩步驟問題。
- 以分數兩步驟問題「媽媽買了 $\frac{10}{3}$ 公升的果汁6瓶，全部分裝到 $\frac{5}{4}$ 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了10公升的果汁6瓶，全部分裝到5公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」。待學生解題成功後，再回到原分數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境分數的問題。

範例：

1. 「一瓶果汁 $3\frac{2}{5}$ 公升，弟弟喝了 $\frac{3}{8}$ 瓶，果汁還剩下多少公升？」

下列哪一個算式可以算出正確答案？

(1) $3\frac{2}{5} - \frac{3}{8}$ (2) $3\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} - \frac{3}{8}$ (3) $3\frac{2}{5} \times (1 - \frac{3}{8})$ (4) $3\frac{2}{5} \div (1 - \frac{3}{8})$

2. 「每塊綠豆椪重120公克，其中油脂佔 $\frac{3}{10}$ ，小元吃了 $\frac{3}{4}$ 塊綠豆椪，請問他吃進幾公克的油脂？」

下列哪個算式能算出正確的答案？

(1) $120 \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{4}$

(2) $120 \times \frac{3}{10} \div \frac{3}{4}$

(3) $120 \div \frac{3}{10} \div \frac{3}{4}$

(4) $120 \div \frac{3}{10} \times \frac{3}{4}$

6-n-08	能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。	N-3-02 A-3-01
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-08-1 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

基本學習表現

6-ncp-08-1 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

6-ncp-08-3 能用併式列出小數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已能在具體情境中，解決整數兩步驟問題，並能利用併式來列式，並據以計算。
本基本學習內容延伸整數兩步驟問題情境至小數的問題。
- 本基本學習內容只處理小數的兩步驟問題，不處理小數的三步驟(含以上)問題；也不處理分數與小數混合的兩步驟問題。
- 以小數兩步驟問題「媽媽買了 1.5 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 0.5 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 15 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」待學生解題成功後，再回到原小數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境小數的問題。

範例：

1. 「甲水桶的容量是 3.17 公升，乙水桶的容量是甲水桶的 2.3 倍多 2 公升，乙水桶的容量是多少公升？」

下列哪一個算式可以算出正確答案？

(1) $3.17 + 2.3 + 2$

(2) $3.17 - 2.3 + 2$

(3) $3.17 \div 2.3 + 2$

(4) $3.17 \times 2.3 + 2$

2. 「本週 95 無鉛汽油每公升 24.45 元，下週每公升將降價 0.3 元。爸爸下週加 95 無鉛汽油 40 公升，需付多少錢？」

下列哪個算式能算出正確的答案？

(1) $(24.45 - 0.3) \times 40$

(2) $24.45 - 0.3 \times 40$

(3) $(24.45 + 0.3) \times 40$

(4) $24.45 + 0.3 \times 40$

6-a-01	能理解等量公理。	A-3-03
--------	----------	--------

基本學習內容

6-ac-01-1 能理解等量公理。

基本學習表現

6-acp-01-1 能理解等量加法及減法公理。

6-acp-01-2 能理解等量乘法公理。

6-acp-01-3 能理解等量除法公理。

6-acp-01-4 能利用等量公理解決含有未知數符號的單步驟算式。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-03 之後續學習概念，故學生應該已經知道 $5+3=4\times 2$ ，等號表示兩邊計算的結果一樣大。
本基本學習內容延伸等號表示兩邊數字一樣大的經驗，幫助學生理解等量公理。
- 教師可透過操作天平，幫助學生理解利用等量公理解題的意義，不宜透過數的運算公式來理解等量公理解題的意義。
教師可以幫助學生將未知數 x 看成沙包、數字看成砝碼，透用操作天平，說明如何解決「 $x+5=8$ 」，並用多個等式記錄解題過程。
 - (1) 「 $x+5=8$ 」可以看成天平左邊有 1 個沙包和 5 個砝碼，天平右邊有 8 個砝碼，天平兩邊一樣重。
 - (2) 將天平兩邊同時拿走 5 個砝碼，天平兩邊還是一樣重，可以記成「 $x+5-5=8-5$ 」。
 - (3) 此時，天平左邊剩下 1 個沙包，天平右邊剩下 3 個砝碼，得到沙包和 3 個砝碼一樣重，也就是 $x=3$ 的答案。
- 等量公理： a, b, c 三個數，若 $a=b$ 則滿足 $a+c=b+c$ ； $a-c=b-c$ ； $a\times c=b\times c$ ； $a\div c=b\div c$ ($c\neq 0$)。

- 本基本學習內容限定在單步驟問題中，運用等量公理解含有未知數符號的問題，讓學生體認如何以等量公理重新思考解題的意義即可，較複雜之兩步驟問題為國中階段的評量重點。

範例：

1. 利用等量公理，求出算式「 $x-3.2=5.4$ 」中的未知數 x 。
2. 利用等量公理，求出算式「 $y\times 5=8$ 」中的未知數 y 。

6-a-02	能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。	A-3-04 A-3-05
--------	------------------------------------	------------------

基本學習內容

6-ac-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

基本學習表現

6-acp-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

6-acp-02-2 能解釋將分數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

6-acp-02-3 能將小數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

6-acp-02-4 能解釋將小數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

說明：

- 本基本學習內容為 5-a-04 之後續學習概念，故學生應該已經能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。
本基本學習內容將含有未知數符號的整數算式延伸至分數的情境。
- 六年級已經引入等量公理，建議教師先布整數單步驟具體情境問題，再布分數或小數單步驟具體情境問題，限制學生利用等量公理來解題。
如果學生利用加減互逆或乘除互逆的概念來解題，教師應該先接受，再幫助學生利用等量公理來解題。

範例：

1. 「爸爸做杯子蛋糕需要用到 75 公克，也就是 $\frac{5}{8}$ 杯的麵粉，1 杯麵粉是多少公克？」，如果用 a 公克表示 1 杯麵粉的重量，下列列式何者正確？

(1) $a + \frac{5}{8} = 75$

(2) $a - \frac{5}{8} = 75$

(3) $a \times \frac{5}{8} = 75$

(4) $a \div \frac{5}{8} = 75$

2. 「1 條繩子長 $\frac{41}{8}$ 公尺，剪下一段後，還剩下 $\frac{3}{4}$ 公尺，請問剪下的繩子長幾公尺？」。如果用 y 公尺表示剪下的繩子長，下列列式何者正確？

(1) $\frac{41}{8} + y = \frac{3}{4}$

(2) $\frac{41}{8} - y = \frac{3}{4}$

(3) $\frac{41}{8} \times y = \frac{3}{4}$

(4) $\frac{41}{8} \div y = \frac{3}{4}$

6-a-03	能用符號表示常用的公式。	A-3-06
--------	--------------	--------

基本學習內容

6-ac-03-1 能用符號表示常用的公式。

基本學習表現

6-acp-03-1 能用符號表示常用的周長公式(正方形、長方形、圓)。

6-acp-03-2 能用符號表示常用的面積公式(正方形、長方形、平行四邊形、三角形、梯形、圓)。

6-acp-03-3 能用符號表示常用的體積公式(正方體、長方體、角柱、圓柱)。

說明：

- 本基本學習內容為周長、面積及體積公式之總結，幫助學生用符號表示常用的公式。
- 能用符號表示常用公式中的符號，是變數的概念，不是未知數的概念。以用符號表示長方形面積公式為例，教師應提供學生一些求長方形面積的問題，例如可以用「 3×4 」算出長3公分、寬4公分的長方形面積，用「 5×6 」算出長5公分、寬6公分的長方形面積，...，幫助學生抽象出可以透過「長 \times 寬」算出已知長邊和寬邊長度的長方形面積，並注意到長邊和寬邊的長度單位必須相同，例如當長邊和寬邊的長度單位是公分時，算出來面積的單位是平方公分。
- 本基本學習內容教學重點是利用未知數符號來替代學生已學過的中文簡記式，讓學生理解用符號代表數的好處。
 - 4-n-18：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
 - 5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。
 - 6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。
 - 6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。
 - 6-a-03：能用符號表示常用的公式。

範例：

1. 如果正方體的邊長為 a 公分，下列哪個選項可以算出體積是多少立方公分？

- (1) $a \times a$
- (2) $a \times a \times 6$
- (3) $a \times a \times 12$
- (4) $a \times a \times a$

2. 如果圓的半徑為 r 公分，下列哪個選項可以算出圓的周長是多少公分？(圓周率為 3.14)

- (1) $r \times r$
- (2) $r \times r \times 3.14$
- (3) $r \times 2 \times 3.14$
- (4) $r \times r \times 2 \times 3.14$

6-a-04	能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)	<p>N-3-18</p> <p>A-3-02</p> <p>A-3-03</p> <p>A-3-04</p> <p>A-3-05</p>
--------	---	---

基本學習內容

6-ac-4-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

基本學習表現

6-acp-4-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

說明：

- 本基本學習內容為多步驟問題之總結，希望學生能整合國小階段學到的數與量、代數等經驗，解決常見的文字題。
- 本基本學習內容評量重點在解題，希望能整合國小階段所學到之數、量、運算、數量關係，解未知數等式之經驗，進行文字題之解題，包含說明題意，列式表述問題，發展策略解題。
內容包含傳統之應用問題：年齡問題、平均問題、追趕問題、雞兔問題、比例問題、基準量及比較量問題等。
- 常用的數量關係包括：和不變、差不變、積不變、比例關係等。
- 傳統之應用問題有些困難，課堂中可以討論，但是不宜過度評量。

範例：

1. 全班餐費共花了 1500 元，其中男生花的餐費比女生多 426 元，男生的餐費是多少元？

- (1) 537
- (2) 963
- (3) 1074
- (4) 1926

2. 媽媽買了綠茶跟珍珠奶茶共 9 杯，花了 160 元，綠茶 1 杯 15 元，珍珠奶茶 1 杯 20 元，媽媽買了幾杯珍珠奶茶？

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6

分數(含分數數概念及加、減、乘、除運算)

三年級

3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。

四年級：

4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。

4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

4-n-09：能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。

4-n-10：能將簡單分數標記在數線上。

五年級：

5-n-06：能用約分、擴分處理等值分數的換算。

5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。

5-n-08：能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。

5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。

六年級：

6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

3-n-11	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	N-2-09 N-2-10
--------	----------------------------------	------------------

基本學習內容

- 3-nc-11-1 能進行分數的命名及說、讀、聽、寫、做
- 3-nc-11-2 能解決同分母分數的比較與加減問題。

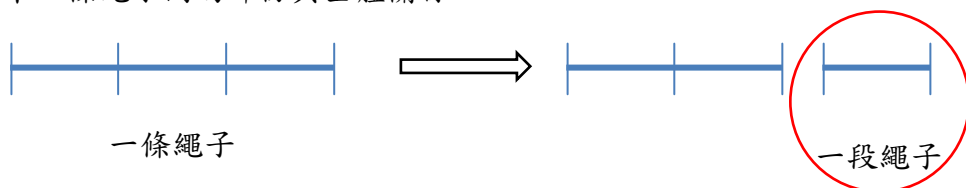
基本學習表現

- 3-ncp-11-1 能進行單位分數的命名。
- 3-ncp-11-2 能進行真分數的命名。
- 3-ncp-11-3 能唱出真分數的數詞序列(分母不大於 12)。
- 3-ncp-11-4 能進行真分數的說、讀、聽、寫。
- 3-ncp-11-5 能進行真分數的做數(用具體物或圖像表示分數的數字或數詞)。
- 3-ncp-11-6 能比較兩個單位分數的大小。
- 3-ncp-11-7 能比較兩個同分母分數的大小。
- 3-ncp-11-8 能解決同分母分數的加減問題(和數及被減數不大於 1)。
- 3-ncp-11-9 能認識 1 的等值分數。

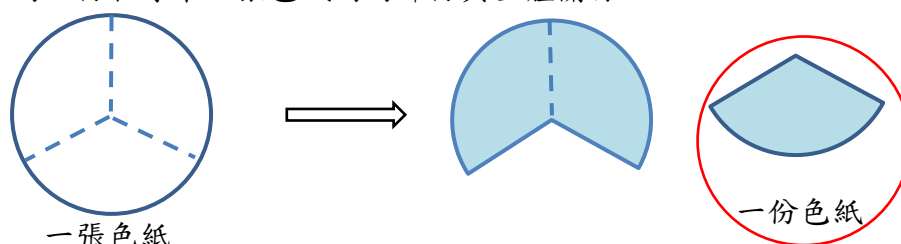
說明：

- 本基本學習內容首次引入分數，幫助學生在具體情境中理解分數的意義，限制分母不大於 12。
- 單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「 $\frac{1}{4}$ 塊」蛋糕。

- 分數問題中被分割的對象必須密度均勻，例如一張色紙、一條繩子、一杯水等的密度都均勻。教師不宜分割蘋果或披薩等密度不均勻的物件，例如蘋果的某部份比較鮮紅，或披薩上面有蝦仁等，避免學生將注意力轉移至誰分到比較鮮紅的蘋果，或誰分到比較多的蝦仁。
- 可以引入 1 的等值分數，例如將 1 塊披薩平分成 4 份，拿出其中的 1 份，稱為 $\frac{1}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 2 份，稱為 $\frac{2}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 3 份，稱為 $\frac{3}{4}$ 塊披薩，拿出其中的 4 份，稱為 $\frac{4}{4}$ 塊披薩， $\frac{4}{4}$ 塊披薩和 1 塊披薩一樣大。為以後引入假分數和帶分數互換、整數減分數，以及分數退位減法等問題鋪路。
- 分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：
 - 連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。
 - 「將 1 條繩子平分剪成 5 段，其中的 2 段是 $\frac{2}{5}$ 條」是連續量情境真分數的命名活動。
 - 離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6 個)、一袋水餃(10 個)等。
 - 「一袋糖果有 10 顆，將 1 袋糖果平分成 10 份，其中的 3 份是 $\frac{3}{10}$ 袋」是離散量情境真分數的命名活動。
 - 建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。
- 連續量情境常見「圓形模型(披薩或圓餅)」及「線形模型(繩子或緞帶)」，「圓形模型」比較沒有溝通的干擾，適合先教學，但兩種模型都要引入。以「將 1 條繩子平分成 3 段，其中的一段是多少條繩子」及「將 1 張圓形色紙平分成 3 份，其中的一份是多少張色紙」為例。將 1 條繩子平分成 3 段，剪下其中 1 段，學生不易察覺剪下的 1 段和原來 1 條繩子間的部份與全體關係。



但是將1張圓形色紙平分成3份，剪下其中1份，多數學生還是能夠察覺剪下的1份和原來1張色紙間的部分與全體關係。



- 分數的做數，也包含連續量和離散量兩部份：

連續量情境：給定一條繩子或一塊披薩，要求畫出 $\frac{3}{4}$ 條繩子或 $\frac{3}{4}$ 塊披薩。

離散量情境：一盒蘋果有4個，要求拿出 $\frac{3}{4}$ 盒蘋果。

- 以分數加法問題「 $\frac{2}{7}$ 張色紙和 $\frac{3}{7}$ 張色紙合起來是多少張色紙？」為例，將

$\frac{2}{7}$ 張視為2個 $\frac{1}{7}$ 張， $\frac{3}{7}$ 張視為3個 $\frac{1}{7}$ 張，就能類比整數情境的加法問題

「2張色紙和3張色紙合起來是幾張色紙？」，將「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」看成

「 $2+3$ 」，也就是2個 $\frac{1}{7} + 3$ 個 $\frac{1}{7}$ 。

- 分數教學時應強調分割的對象是什麼，相同的分割對象才能比較分割後兩分數的大小。

以「有兩個大小不一樣的披薩，一個是海鮮口味，另一個是燒肉口味。

哥哥拿了 $\frac{1}{3}$ 個海鮮口味的披薩，弟弟拿了 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩。誰拿的

披薩比較大？」為例，因為兩個披薩不一樣大，所以無法比較 $\frac{1}{3}$ 個海鮮

口味的披薩和 $\frac{1}{4}$ 個燒肉口味的披薩誰比較大。

範例：

1. 爸爸將 1 條蛋糕平分成 10 塊，弟弟拿走 3 塊，也就是拿走了幾條？

(1) 3 條

(2) 7 條

(3) $\frac{3}{10}$ 條

(4) $\frac{7}{10}$ 條

2. 一包冰棒有 10 支，分給小偉 $\frac{2}{10}$ 包、分給小登 $\frac{3}{10}$ 包，二人共分得幾包？

(1) $\frac{1}{10}$ 包

(2) $\frac{5}{20}$ 包

(3) $\frac{5}{10}$ 包

(4) 5 包

4-n-07	理解分數之「整數相除」的意涵。	N-2-11
--------	-----------------	--------

基本學習內容

4-nc-07-1 能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-nc-07-2 能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

基本學習表現

4-ncp-07-1 能在等分除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-2 能在包含除情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-3 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。

4-ncp-07-4 能區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-05 及 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能理解除法的意義；也應該已經能在具體情境中，初步認識分數。
本基本學習內容引入「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數的問題」，幫助學生理解「整數相除」的意涵。
- 「整數除以整數，商數是分數，且沒有餘數問題」的題型包含等分除情境、包含除情境和測量情境三類問題。
 - (1) 等分除情境：3 個(或 13 個)蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到多少個蘋果？
 - (2) 包含除情境：一盒蘋果有 5 個，3 個(或 13 個)蘋果相當於幾盒？
 - (3) 測量情境：一條繩子長 5 公分，3 公分(或 13 公分)相當於幾條？
- 先處理商數小於 1 的問題，再處理商數大於 1 的問題，學生常有分數必須比 1 小的迷思概念，教學及評量時都必須處理這兩類問題。
- 能區分有餘數及沒有餘數問題的意義及記法：
有餘數問題的記法： $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 。

沒有餘數問題的記法： $a \div b = \frac{a}{b}$ ， $b \neq 0$ 。

(1) 有餘數的等分除問題：

13 個蘋果平分給 5 個人，每人最多分到幾個？剩下幾個蘋果？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：每人最多分到 2 個，剩下 3 個蘋果。

(2) 沒有餘數的等分除問題：

13 個蘋果平分給 5 個人，全部分完，每人分到幾個蘋果？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：每人分到 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 個蘋果

(3) 有餘數的包含除問題：

13 公分長的繩子，5 公分剪一段，最多可以剪幾段，剩下幾公分？

$$13 \div 5 = 2 \dots 3$$

答：最多可以剪成 2 段，剩下 3 公分。

(4) 沒有餘數的包含除問題：

13 公分長的繩子，5 公分剪成一段，全部剪完，相當於剪成幾段？

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

答：相當於剪成 $\frac{13}{5}$ (或 $2\frac{3}{5}$) 段。

- 以等分除問題「5 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是 0 的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿 1 公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成 3 份，其中的 1 份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

$$5 \text{ 公升是 5 個 1 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}), \text{ 答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式

「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以

直接利用整數除以整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出答案。

- 以包含除問題「一盒蘋果有 5 個，8 個蘋果相當於幾盒？」為例，教師可以透過將「1 盒」及「5 個」同時平分成 5 份的方式，幫助學生解題。

「1 盒」有「5 個」 \Rightarrow

5 個平分成 5 份，1 份是 1 個

1 盒平分成 5 份，1 份是 $\frac{1}{5}$ 盒

\Rightarrow 1 個是 $\frac{1}{5}$ 盒

\Rightarrow 8 個是 $\frac{8}{5}$ 盒

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式

「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以

直接利用整數除以整數的算式「 $8 \div 5 = \frac{8}{5}$ 」算出答案。

範例：

1. 一條緞帶長 12 公分，18 公分相當於幾條緞帶？

- (1) $\frac{18}{12}$ (2) 1.6 (3) $\frac{12}{18}$ (4) 0.6

2. 把 5 條蛋糕平分給 7 人，全部分完，每人可分到幾條蛋糕？

- (1) $\frac{5}{7}$ (2) $\frac{7}{5}$ (3) 1 (4) $\frac{12}{7}$

4-n-08	能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。	N-2-10
--------	---	--------

基本學習內容

- 4-nc-08-1 真分數、假分數與帶分數的命名及說、讀、聽、寫、做。
- 4-nc-08-2 熟練假分數與帶分數的互換。
- 4-nc-08-3 能進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

基本學習表現

- 4-ncp-08-1 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數。
- 4-ncp-08-2 能將大於 1 個單位量的分數情境記成帶分數。
- 4-ncp-08-3 能進行假分數的說、讀、聽、寫、做。
- 4-ncp-08-4 能進行帶分數的說、讀、聽、寫、做。
- 4-ncp-08-5 知道形如 $\frac{q}{p}$ 的分數中，比 1 小的分數是真分數，大於或等於 1 的分數是假分數。
- 4-ncp-08-6 知道記錄大於 1 個單位量的分數中，強調由幾個 1 和幾個單位分數合起來的分數是帶分數(例如 $3\frac{5}{7}$)，強調由幾個單位分數合起來的分數是假分數(例如 $\frac{26}{7}$)。
- 4-ncp-08-7 能將帶分數改記成假分數。
- 4-ncp-08-8 能將假分數改記成帶分數。
- 4-ncp-08-9 能進行同分母分數的大小比較(含真、假分數及帶分數)。
- 4-ncp-08-10 能進行同分母分數加、減的計算(含真、假分數及帶分數)。
- 4-ncp-08-11 能進行同分母分數整數倍的計算(含真、假分數)。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，初步認識分數。
本基本學習內容幫助學生認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加減與整數倍的計算。
- 本基本學習內容討論分母的範圍應小於或等於 20，但為了與小數連結，也要討論分母為 100 的分數。
- 在同分母分數情境中，透過單位分數的點數，可以和整數的計算完全連結起來，例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$ ， $\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$ ，「 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ 」可以看成「 $2+3$ 」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$ 。
- 「 $1 = \frac{n}{n}$ 」是帶分數及假分數互換的先備知識。
學生可以利用加法或乘法算式「 $1 = \frac{7}{7}, \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」或
「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$ 」，將帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」換成假分數「 $\frac{25}{7}$ 」。
利用減法或乘法算式「 $\frac{7}{7} = 1, \frac{25}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$ 」或「 $\frac{7}{7} \times 3 = \frac{21}{7}, \frac{25}{7} - \frac{21}{7} = \frac{4}{7}$ 」，將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」。
教師不宜限制學生，只能利用「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。
- 以將假分數「 $\frac{25}{7}$ 」換成帶分數「 $3\frac{4}{7}$ 」為例，說明如何幫助學生利用
「 $25 \div 7 = 3 \dots 4$ 」的算法，得到 $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ 。

拿出 1 條黑色積木(長 7 公分)，將黑色積木平分成 7 份，其中的 1 份和 1 個白色積木一樣長，可以用 1 個白色積木代表 $\frac{1}{7}$ 條黑色積木。

$\frac{25}{7}$ 是 25 個 $\frac{1}{7}$ ，拿出 25 個白色積木代表 25 個 $\frac{1}{7}$ ，每 7 個白色積木換 1 條黑色積木，先幫助學生用減法算式「 $25-7=18, 18-7=11, 11-7=4$ 」，得到可以換 3 條黑色積木，還剩下 4 個白色積木，也就是 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案，再幫助學生用除法算式「 $25\div 7=3\dots 4$ 」，以較有效率的算法得到 $\frac{25}{7}=3\frac{4}{7}$ 的答案。

- 認識真分數、假分數與帶分數的教學重點包含兩部份。

(1) 能將大於 1 個單位量的分數情境記成假分數或帶分數的數字：

例如將 3 個圓和 $\frac{7}{8}$ 個圓合起來的量，記成假分數 $\frac{31}{8}$ 個圓，或記成帶分數 $3\frac{7}{8}$ 個圓。

(2) 給真分數、假分數與帶分數這些分數所成的集合一個名字：

例如稱 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{2}$ 這些分數為真分數。

稱 $\frac{31}{8}$ 、 $\frac{9}{7}$ 、 $\frac{12}{5}$ 、 $\frac{2}{2}$ 這些分數為假分數。

稱 $3\frac{7}{8}$ 、 $2\frac{3}{7}$ 、 $3\frac{2}{5}$ 、 $7\frac{1}{2}$ 這些分數為帶分數。

- 本基本學習內容只進行真分數及假分數整數倍的計算，不進行帶分數整數倍的計算，五年級(5-n-08)才引入帶分數整數倍的計算。
- 教師可以類比整數合成與分解的情境，在課堂活動中幫助學生將加減互逆的概念延伸至分數情境，但是四年級不宜評量，五年級才要求學生能在分數的情境中，理解加減互逆。

範例：

1. 一瓶葡萄汁有 $\frac{4}{9}$ 公升，3瓶共有幾公升？

- (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{7}{9}$ (3) $\frac{12}{9}$ (4) $3\frac{4}{9}$

2. 把 $\frac{43}{7}$ 化成帶分數，下面哪個選項是正確的答案？

- (1) $1\frac{6}{7}$ (2) $3\frac{4}{7}$ (3) $4\frac{3}{7}$ (4) $6\frac{1}{7}$

3. 在 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$ 中，哪些是假分數的記法？

(1) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{9}$

(2) $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$

(3) $\frac{12}{7}$ 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

(4) $\frac{12}{7}$ 、 $1\frac{4}{6}$ 、 $4\frac{2}{7}$ 、 1 、 $\frac{5}{5}$ 、 $\frac{13}{3}$

4-n-09	能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。	N-2-12 N-2-16
--------	--------------------------------------	------------------

基本學習內容

- 4-nc-09-1 能認識等值分數。
- 4-nc-09-2 能進行簡單異分母分數的大小比較。
- 4-nc-09-3 能進行簡單分數與小數的互換。

基本學習表現

- 4-ncp-09-1 能在連續量情境中認識等值分數。
- 4-ncp-09-2 能在離散量情境中認識等值分數。
- 4-ncp-09-3 能進行簡單異分母分數的大小比較。
- 4-ncp-09-4 能進行簡單分數與小數的互換。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，初步認識分數；也應該已經認識 1 的等值分數，例如 $1 = \frac{8}{8}$ 。
本基本學習內容引入分數的等值分數，例如 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ 。
- 等值分數是異分母分數加減(5-n-07)的基礎，也是約分、擴分及通分(5-n-06)的前置經驗
- 稱 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{4}$ 為等值分數，而不稱它們是相等的分數，表示它們是不同的兩個分數，只是等值(量一樣多)。
四年級等值分數的教學必須在具體情境中進行，例如「 $\frac{1}{2}$ 條繩子的長度和 $\frac{2}{4}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 」，或「 $\frac{2}{5}$ 張色紙的面積和 $\frac{4}{10}$ 張色紙一樣大，可以記成 $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ 」。

- 「簡單分數與小數的互換」中的「簡單」，指的是只處理分母為2、5、10、100的情況。
- 因為「能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算」及「能用約分、擴分處理等值分數的換算」都是五年級的教材，不宜進行將 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{8}$ 轉換成小數的問題。

範例：

1. 一盒牛奶糖有10顆，明明吃了 $\frac{3}{10}$ 盒，美美吃了 $\frac{1}{2}$ 盒，小新吃了 $\frac{1}{5}$ 盒，誰吃的牛奶糖最多？
(1) 明明 (2) 美美 (3) 小新 (4) 一樣多
2. 請問 $\frac{3}{10}$ 用小數怎麼記？
(1) 0.3 (2) 3 (3) 3.0 (4) 10.3
3. 請問 $\frac{1}{3}$ 條繩子和幾條繩子一樣長？
(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{6}$ (3) $\frac{3}{6}$ (4) $\frac{3}{10}$

4-n-10	能將簡單分數標記在數線上。	N-2-16
--------	---------------	--------

基本學習內容		
4-nc-10-1 能將簡單分數標記在數線上。		

基本學習表現		
4-ncp-10-1 能將簡單真分數標記在數線上。		
4-ncp-10-2 能將簡單假分數標記在數線上。		
4-ncp-10-3 能將簡單帶分數標記在數線上。		

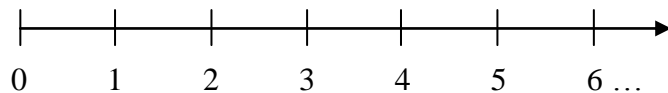
說明：

- 本基本學習內容為 3-n-9 之後續學習概念，故學生應該已經認識整數數線與一位小數數線。
本基本學習內容延伸整數數線的範圍至簡單分數數線。
- 本基本學習內容不要求學生自己繪製數線，教學及評量時必須提供已分割好的分數數線。
- 可以透過平分單位長度 1 的想法，類比建立整數數線的方式，先建立 0 到 1 間真分數的數線，再建立假分數和帶分數的數線。

下面說明如何幫助學生建立 0 和 1 間 $\frac{1}{4}$ 的分數數線：

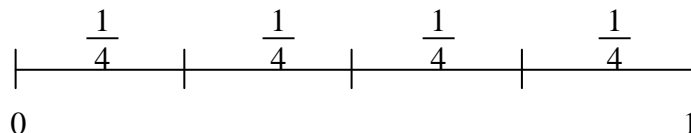
(1) 先復習整數數線，幫助學生畫出整數數線 0、1、2、...。

並說明 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，2 指的是 0 和 2 的距離是 2，...



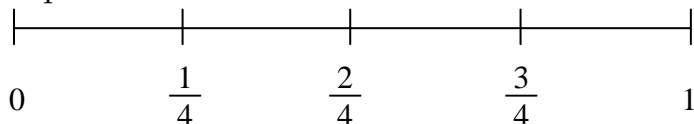
(2) 0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$ ，在

數線標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。



(3)再透過和0的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

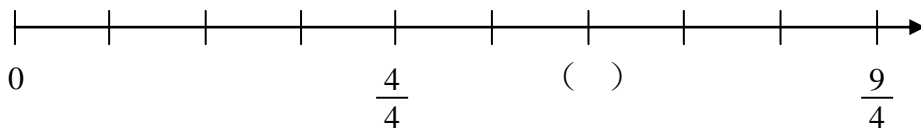
數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和0的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$ 和0的距離是2個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和0的距離是3個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。



- 能將簡單分數標記在數線上，簡單分數指的是分母為2、3、4、5、10的分數。
- 幫助學生認識帶分數的整數部份相當於數線上的整數。

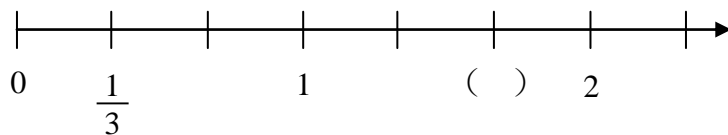
範例：

1.下圖是一條數線，()內要填入哪一個數字？



- (1) $\frac{5}{4}$ (2) $\frac{6}{4}$ (3) $\frac{7}{4}$ (4) $\frac{8}{4}$

2.下圖是一條數線，()內要填入哪一個數字？



- (1) $\frac{5}{9}$ (2) $1\frac{1}{2}$ (3) $1\frac{2}{3}$ (4) $1\frac{5}{6}$

5-n-06	能用約分、擴分處理等值分數的換算。	N-3-06
--------	-------------------	--------

基本學習內容

5-nc-06-1 能用約分、擴分處理等值分數的換算。

基本學習表現

5-ncp-06-1 能在具體情境中用約分、擴分處理等值分數的換算。

5-ncp-06-2 能在數的情境中用約分、擴分處理等值分數的換算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經認識等值分數的意義，並透過等值分數進行簡單異分母分數的大小比較。
本基本學習內容幫助學生在數的情境中，用約分、擴分處理單異分母分數的大小比較。

- 區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：

等值分數：指的是在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量(值)一樣多。

例如 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

$\frac{2}{5}$ 盒蘋果和 $\frac{4}{10}$ 盒蘋果一樣多，可以記成 $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ 。

約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。

分割份數由小變大稱為擴分，例如 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ；

分割份數由大變小稱為約分，例如 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。

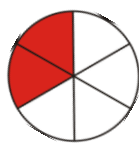
- 在約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，應選用不同的量詞來描述，例如將1張圓形色紙平分成3大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成6小塊。

不可以說將1張圓形色紙平分成3塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成6塊，因為3塊中的「1塊」和6塊中的「1塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。

建議教學方式如下：



平分成3大塊



平分成6小塊

$$\text{擴分：} \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} \quad (1 \text{ 大塊可以換成 } 2 \text{ 小塊})$$

$$\text{約分：} \frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3} \quad (2 \text{ 小塊可以換成 } 1 \text{ 大塊})$$

範例：

1. 下列哪個分數和 $\frac{3}{4}$ 一樣大？

- (1) $\frac{6}{12}$ (2) $\frac{12}{16}$ (3) $\frac{15}{24}$ (4) $\frac{33}{40}$

2. $\frac{36}{60} = \frac{9}{()}$ ，請問()中應填入什麼數？

- (1) 4 (2) 12 (3) 15 (4) 20

5-n-07	能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。	N-3-07
--------	---------------------	--------

基本學習內容

5-nc-07-1 能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。

基本學習表現

5-ncp-07-1 能用通分作簡單異分母分數的大小比較。

5-ncp-07-2 能用通分作簡單異分母分數的加、減。

5-ncp-07-3 能在分數的情境中，理解加減互逆。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行同分母分數的比較，加、減與整數倍的計算。
本基本學習內容幫助學生進行簡單異分母分數的比較與加減。
- 本基本學習內容中能用通分作簡單異分母分數的比較與加減，「簡單」指的是兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1) 分母都是一位數字。
 - (2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 50。
 - (3) 乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。
- 因為六年級才引入最簡分數，五年級不宜要求最後的答案必須是最簡分數，但是可鼓勵學生儘量將答案約分為較簡單的分數。
- 以求「 $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ 」為例，說明如何幫助學生解異分母分數的加減問題。
等值分數是解異分母分數加減問題的先備知識，建議教師先幫助學生利用列出兩分數部份等值分數來解決問題；等待學生有一些解題經驗後，再幫助學生認識能以兩分數分母的乘積為公分母來解決問題；最後再幫助學生以兩分數分母的公倍數為公分母來解題。

五年級尚未引入利用短除法求最小公倍數的解題方式，也沒有引入最簡分數，教師不必強求學生必須以最小公倍數為公分母來解題。

(1) 利用列出兩分數部份等值分數來解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} \frac{1}{6}、\frac{2}{12}、\frac{3}{18}、\left(\frac{4}{24}\right)、\frac{5}{30}、\frac{6}{36}、\frac{7}{42}、\left(\frac{8}{48}\right)、\frac{9}{54}、\dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} \frac{3}{8}、\frac{6}{16}、\left(\frac{9}{24}\right)、\frac{12}{32}、\frac{15}{40}、\left(\frac{18}{48}\right)、\frac{21}{56}、\frac{24}{64}、\frac{27}{72}、\dots$$

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\text{或 } \frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

(2) 利用兩分數分母的乘積為公分母來解題：

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{1 \times 6}{6 \times 6} = \frac{1 \times 7}{6 \times 7} = \left(\frac{1 \times 8}{6 \times 8}\right)$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \left(\frac{3 \times 6}{8 \times 6}\right)$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} = \frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

(3) 利用兩分數分母的公倍數為公分母來解題：

$$\frac{1}{6} \text{ 等值分數的分母：} 6、12、18、\left(24\right)、30、36、42、48、54、\dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 等值分數的分母：} 8、16、\left(24\right)、32、40、48、56、64、72、\dots$$

$$\frac{1}{6} = \frac{(4)}{24}, \frac{3}{8} = \frac{(9)}{24}, \frac{4}{24} + \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$$

- 部份教師認為「異分母分數加減要通分」的理由是異分母分數的單位不一樣，其實不然，以「 $\frac{3}{8}$ 盒和 $\frac{1}{6}$ 盒合起來有多少盒？」為例，異分母分數的單位都相同(都是「盒」)，如果單位不同，就不能夠相加減。

通分的理由是要找一個比較小的**共測單位**，例如 $\frac{1}{24}$ ，讓異分母分數 $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{6}$ 都變成 $\frac{1}{24}$ 的整數倍，例如 $\frac{9}{24}$ (9個 $\frac{1}{24}$)和 $\frac{4}{24}$ (4個 $\frac{1}{24}$)，此時就能用一個數字 $\frac{13}{24}$ (13個 $\frac{1}{24}$)來描述 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{1}{6}$ 的和。

- 學生二年級(2-a-03)已在整數情境中，理解加減互逆的意義。
五年級已處理完分數及小數的加、減問題，建議教師檢查學生是否能在分數及小數的情境中，理解加減互逆的意義。

範例：

1. 哈密瓜 $\frac{2}{3}$ 公斤，鳳梨 $\frac{5}{6}$ 公斤，西瓜 $\frac{11}{12}$ 公斤，哪一種水果最重？

- (1) 哈密瓜 (2) 鳳梨 (3) 西瓜 (4) 一樣重

2. 做蛋糕用了 $\frac{1}{4}$ 公斤白糖和 $\frac{5}{8}$ 公斤麵粉當作原料，這兩種原料共用多少公斤？

- (1) $\frac{6}{8}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{6}{12}$ (4) $\frac{12}{16}$

3. 一袋麵粉重 $4\frac{5}{6}$ 公斤，用掉了 $2\frac{4}{5}$ 公斤，還剩下幾公斤？

- (1) $2\frac{1}{6}$ (2) $2\frac{1}{13}$ (3) $2\frac{1}{5}$ (4) $2\frac{1}{30}$

5-n-08	能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。	N-3-09
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-08-1 能理解整數乘以分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-nc-08-2 能理解分數乘以分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-08-1 能理解帶分數的整數倍的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-2 能理解整數乘以分數，積是整數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-3 能理解整數乘以分數，積是分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-4 能理解真分數乘以真分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-5 能理解假分數乘以假分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為假分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-ncp-08-6 能理解帶分數乘以帶分數的意義(被乘數及乘數中至少有一數為帶分數)，並熟練其計算，解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經能進行分數整數倍的計算。

本基本學習內容將乘數的範圍由整數擴充至分數。

- 本基本學習內容首次引入乘數是分數的乘法問題，建議教師布題時依下列順序引入：
 - (1) 整數乘以分數，積是整數的乘法問題。
 - (2) 整數乘以分數，積是分數的乘法問題。
 - (3) 真分數乘以真分數的乘法問題。
 - (4) 假分數乘以假分數的乘法問題。
 - (5) 帶分數乘以帶分數的乘法問題。

- 區分「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的意義。

問題 1：一盒蘋果有 20 個，全部平分給甲、乙、丙、丁 4 個人，每人分到幾個蘋果？

問題 2：一盒蘋果有 20 個，甲分到 $\frac{1}{4}$ 盒，甲分到幾個蘋果？

問題 3：一盒蘋果有 20 個，戊分到 $\frac{3}{4}$ 盒，戊分到幾個蘋果？

上面三個問題中，問題 2 和問題 3 的語意類似，解問題 3 時，必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再取出其中的 3 份，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 3 = 15$ 」，可以算出戊分到 15 個蘋果。

因此解問題 2 時，也必須先將 20 個蘋果平分成 4 份，再拿出其中的 1 份給甲，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 1 = 5$ 」，才能算出甲分到 5 個蘋果。

但是解問題 1 時，只要將 20 個蘋果平分成 4 份即可，透過算式「 $20 \div 4 = 5$ 」，可以算出每人分到 5 個蘋果。

由上面的說明可以知道，「 $20 \div 4$ 」和「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」的答案雖然相同，但是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」

指的是「 $20 \div 4 \times 1$ 」，所以「 $20 \div 4$ 」只是「 $20 \times \frac{1}{4}$ 」解題活動中的一部份。

- 以整數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 5 公升， $\frac{3}{8}$ 瓶果汁有多少公升？」

為例，教師應先協助學生掌握 $\frac{3}{8}$ 瓶是將 1 瓶平分成 8 份，再取出其中的 3 份，也就是將 5 公升(1 瓶) 平分成 8 份，再取出其中的 3 份。可以透過先除「 $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 」再乘「 $\frac{5}{8} \times 3 = \frac{15}{8}$ 」兩個步驟算出 $\frac{3}{8}$ 瓶果汁有 $\frac{15}{8}$ 公升；

其中「 $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 」(4-n-07)及「 $\frac{5}{8} \times 3$ 」(4-n-08)都是四年級已學過的教材。

初次教學時教師不宜直接要求學生利用「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用整數乘以分數的算式「 $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$ 」算出答案。

- 以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」

為例，教師應協助學生掌握 $\frac{2}{7}$ 瓶是將1瓶平分成7份，再取出其中的2

份，也就是將 $\frac{3}{5}$ 公升(1瓶)平分成7份，再取出其中的2份。可以透過先

除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；

其中「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是五年級(5-n-09)教學的重點， $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 是四年級(4-n-08)已學過的教材。

初次教學時教師不宜直接要求學生利用「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} =$

$\frac{6}{35}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用

分數乘以分數的算式「 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ 」算出答案。

- 帶分數乘以帶分數的問題，除了引入將帶分數轉換成假分數的策略外，建議在課堂活動中引入利用乘法對加法分配律解題的策略，為國中的代數乘法運算鋪路，但是，評量時不宜限制學生使用乘法對加法分配律解題的策略來解題。

$$\begin{aligned} \text{例如：} 2\frac{3}{5} \times 4\frac{2}{7} &= (2 + \frac{3}{5}) \times (4 + \frac{2}{7}) = 2 \times 4 + \frac{3}{5} \times 4 + 2 \times \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \\ &= 2 \times 4 + 2 \times \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times 4 + \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \end{aligned}$$

- 分數計算的課題，不論是由形式練習著手，或由情境說明著手，學生都需要經常練習，兩者俱進，才會熟練。

範例：

1. 一桶石油 $7\frac{4}{5}$ 公升，3 桶石油共有多少公升？

(1) $7\frac{5}{12}$ (2) $7\frac{4}{15}$ (3) $21\frac{4}{15}$ (4) $23\frac{2}{5}$

2. 一瓶礦泉水有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{3}$ 瓶有多少公升？

(1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{3}{15}$ (3) $\frac{5}{15}$ (4) $\frac{2}{5}$

3. 一袋麵粉重 9 公斤，小欣 做麵包用了 $\frac{3}{7}$ 袋，小欣 用了多少公斤麵粉？

(1) $8\frac{4}{7}$ (2) $9\frac{3}{7}$ (3) $3\frac{6}{7}$ (4) $\frac{3}{63}$

5-n-09	能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。	N-3-10
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-09-1 能理解分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-09-1 能理解真分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

5-ncp-09-2 能理解假分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

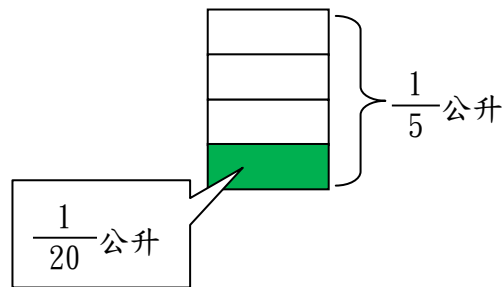
5-ncp-09-3 能理解帶分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-07 之後續學習概念，故學生應該已經能解決等分除及包含除情境整數除以整數，商數是分數且沒有餘數的除法問題。
本基本學習內容擴充被除數的範圍至分數的情境。
- 本基本學習內容為 5-n-08 之先備知識，以分數乘以分數的乘法問題
「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升， $\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」再乘「 $\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$ 」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；其中「 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$ 」是本基本學習內容教學的重點。
- 四年級(4-n-07)分數除法教學重點是整數除以整數，商是分數的等分除及包含除問題；五年級(5-n-09)分數除法教學重點是分數除以整數，商是分數的等分除問題；六年級(6-n-04)才引入除數是分數的除法問題。

- 以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。

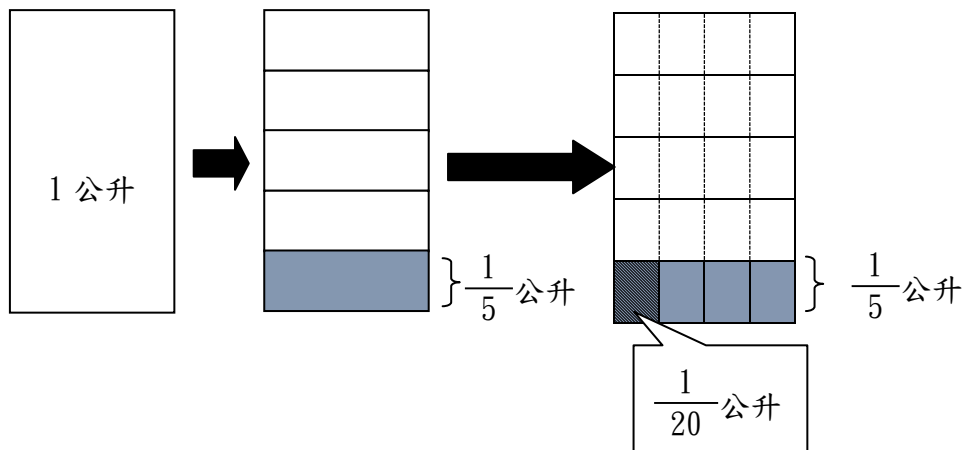
教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成4份，透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」說明其中的1份是 $\frac{1}{20}$ 公升，因為在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。



教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表1公升，再將1公升平分成5大份，得到其中的1大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。

再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成4小份，因為看不到1小份和1公升的關係，因此將平分成4小份的線延長，就能看到1公升被分割成20(5×4)小份，並透過算式

「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」，說明其中的1小份是 $\frac{1}{20}$ 公升。



範例：

1. 將 $\frac{3}{5}$ 公尺的繩子全部平分成 5 段，每段長幾公尺？

(1) $\frac{1}{25}$

(2) $\frac{3}{25}$

(3) $\frac{5}{25}$

(4) $\frac{1}{5}$

2. 將 $9\frac{2}{3}$ 公升的醬油，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？

(1) 3

(2) $3\frac{1}{9}$

(3) $3\frac{2}{9}$

(4) $3\frac{6}{9}$

5-n-13	能將分數、小數標記在數線上。	N-3-11 N-3-13
--------	----------------	------------------

基本學習內容

5-nc-13-1 能將分數、小數標記在數線上。

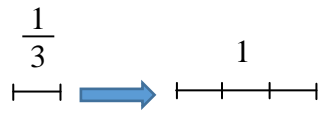
基本學習表現

5-ncp-13-1 能將分數標記在數線上。

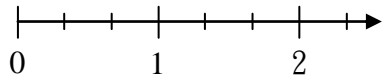
5-ncp-13-2 能將小數標記在數線上。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能將簡單分數標記在數線上。
本基本學習內容幫助學生自製數線，並將分數、小數標記在數線上。
- 三年級(3-n-09)的教學重點是教師繪製數線，學生能將整數及一位小數標示在數線上。
四年級(4-n-10)的教學重點是教師繪製數線，學生能將簡單分數標示在數線上。
五年級(5-n-13)的教學重點是學生自製數線，並將分、小數標示在數線上。
- 教師可以透過下列方法幫助學生自製數線：
 - (1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生自行製作整數數線。
 - (2) 以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生自行製作一位小數數線。
 - (3) 透過單位分數的累積，例如畫出 3 個 $\frac{1}{3}$ 為 1 單位，6 個 $\frac{1}{3}$ 為 2 單位等方式，幫助學生自行製作分數數線；不宜透過將 1 單位分割成 3 等份的方式，幫助學生自行製作分數數線，學生沒有將單位長度 1 分割成 3 等份的能力。



累積 3 個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成 1

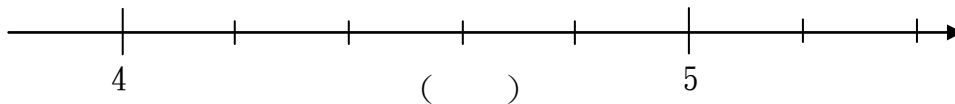


累積 6 個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成 2

■ 學生自行製作分數數線以分母為 2、3、4、10 等簡單分數為教學重點。

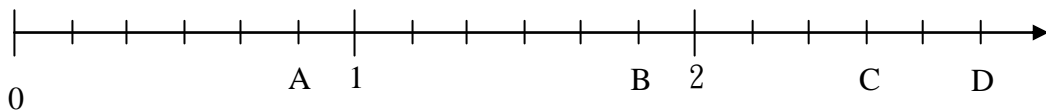
範例：

1. 下面是一條數線，() 內要填入哪一個數字？



- (1) 4.3
- (2) 4.8
- (3) $4\frac{3}{4}$
- (4) $4\frac{3}{5}$

2. 下面是一條數線， $2\frac{5}{6}$ 是在數線的哪一個位置？



- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D

6-n-04	能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。	N-3-10
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

6-nc-04-1 能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-04-1 能理解分(整)數除以分數且有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

6-ncp-04-2 能理解分(整)數除以分數但沒有餘數的分數除法意義，並解決生活中的問題。

6-ncp-04-3 知道「分數除以分數(沒有餘數)」的結果和「分數乘以分數倒數」的結果相同。

6-ncp-04-4 能在分數的情境中，理解乘除互逆。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能處理被除數是分數，除數是整數的分數除法問題。
本基本學習內容將除數的範圍由整數擴充至分數的情境。
- 學生三年級(3-a-01)已在整數情境中，理解乘除互逆的意義。
六年級已處理完分數及小數的乘、除問題，建議教師檢查學生是否能在分數及小數的情境中，理解乘除互逆的意義。
- 分數計算的課題，不論是由形式練習著手，或由情境說明著手，學童都需要經常練習，兩者俱進，才會熟練。
- 包含除問題的商數是單位數(次數)的意義，等分除問題的除數是單位數的意義，單位數不是整數時的除法問題稱之為「當量除問題」或「相當問題」，應用「相當於」來溝通單位數。

例如：

包含除情境：14 公尺長的緞帶，3 公尺做一朵緞帶花，全部做完，相當於 $\frac{14}{3}$ 朵。

等分除情境：14 公尺長的緞帶，相當於 $\frac{14}{3}$ 朵緞帶花，一朵緞帶花長多少公尺？

其它「相當於」的例子：

走一步是 25 公分，走了 15 公分相當於走了 $\frac{3}{5}$ 步。

一人份是 5 個包子，3 個包子相當於 $\frac{3}{5}$ 人份。

轉 1 圈是 360 度，轉 144 度相當於轉了 $\frac{2}{5}$ 圈。

1 枝鉛筆賣 12 元，1 元相當於買 $\frac{1}{12}$ 枝鉛筆。

上面這些例子雖然沒有日常生活的具體意義，但卻具有解題上的意義。

- 國小學生不易接受單位數不是整數的問題，建議教師教學時以分數除以分數的包含除問題為主，分數除以分數的等分除可以在課堂中討論，但是不宜過度評量。

例如：

分數除以分數的包含除問題： $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

分數除以分數的等分除問題： $\frac{41}{5}$ 公升果汁相當於 $\frac{4}{7}$ 瓶，1 瓶果汁有幾公升？

- 分數除以分數的包含除問題可以有餘數，也可以沒有餘數。

例如：

沒有餘數： $\frac{14}{5}$ 公升果汁， $\frac{3}{5}$ 公升裝 1 瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？

有餘數： $\frac{14}{5}$ 公升果汁， $\frac{3}{5}$ 公升裝 1 瓶，最多可裝滿幾瓶，剩下多少公升？

- 分數除以整數的等分除問題，或分數除以分數的當量除問題，都沒有餘數。
例如：

$\frac{12}{5}$ 公尺長的繩子，全部平分成5段，1段長多少公尺？

$\frac{12}{5}$ 公尺長的繩子，相當於 $\frac{6}{7}$ 條，一條繩子長幾公尺？

- 以「 $\frac{41}{5}$ 公升果汁， $\frac{4}{7}$ 公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？」為例，說明如何引入沒有餘數的分數除法算則(顛倒相乘)。

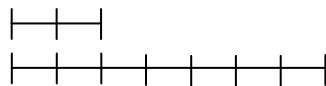
方法一：透過被除數及除數同時換單位策略說明

$$\begin{aligned} & \frac{41}{5} \div \frac{4}{7} \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 7} \div \frac{4 \times 5}{7 \times 5} \quad [\text{通分}] \\ &= (41 \times 7) \div (4 \times 5) \quad [\text{同時以} \frac{1}{35} \text{公升換單位}] \\ &= \frac{41 \times 7}{4 \times 5} \quad [\text{得到答案}] \\ &= \frac{41 \times 7}{5 \times 4} \quad [\text{乘法交換律}] \\ &= \frac{41}{5} \times \frac{7}{4} \quad [\text{顛倒相乘可以得到相同的答案}] \end{aligned}$$

方法二：透過倒數策略說明

倒數策略較能掌握分數除法算則(顛倒相乘)的意義，但是概念比較困難，僅提供教師參考。

$$\frac{2}{7} \text{公升} \Rightarrow 1 \text{瓶}$$



$$1 \text{公升} \Rightarrow ? \text{瓶}$$

透過上面線段圖，可以理解「 $\frac{2}{7}$ 公升裝成1瓶，1公升是 $\frac{7}{2}$ 瓶」。

$$\frac{41}{5} \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升}$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \text{ 個 } \left(\frac{7}{2} \text{ 瓶}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} \text{ 個 } 1 \text{ 公升是 } \frac{41}{5} \times \frac{7}{2} \text{ 瓶}$$

範例：

1. 一桶沙拉油有 12 公升，每 $2\frac{4}{5}$ 公升裝成一罐，最多可裝滿幾罐？還剩下多少公升？

(1) 最多可裝滿 6 罐，還剩下 $\frac{4}{5}$ 公升

(2) 最多可裝滿 6 罐，還剩下 $2\frac{6}{25}$ 公升

(3) 最多可裝滿 4 罐，還剩下 $\frac{2}{7}$ 公升

(4) 最多可裝滿 4 罐，還剩下 $\frac{4}{5}$ 公升

2. 一桶米重 $15\frac{2}{5}$ 公斤，每 $2\frac{1}{3}$ 公斤裝成一袋，全部裝完，相當於裝成幾袋？

(1) $6\frac{2}{15}$

(2) $6\frac{3}{5}$

(3) $7\frac{1}{2}$

(4) $7\frac{3}{5}$

6-n-05	能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。	N-3-02 A-3-01
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-05-1 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。

基本學習表現

6-ncp-05-1 能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

6-ncp-05-2 能用併式列出分數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決整數兩步驟問題，並能利用併式來列式，並據以計算。
本基本學習內容延伸整數兩步驟問題情境至分數的問題。
- 兩步驟問題是包含兩個運算的文字題，三步驟問題是包含三個運算的文字題。
本基本學習內容在二年級引入「加、減」及「加(減)、乘」兩步驟問題；三年級引入「加(減)、除」及「連乘」兩步驟問題；四年級引入「乘、除」及「連除」兩步驟問題；五年級引入三步驟問題。
二年級至四年級的兩步驟問題，以及五年級的三步驟問題，都限制在整數情境，六年級才引入分數及小數的兩步驟問題。
- 二步驟問題的教學包含三個重點，第一個重點是能夠解決問題，並用二個算式記錄解題過程；第二個重點是能夠用併式記錄解題過程；第三個重點是能夠列式，並用逐次減項的記法記錄解題過程。
本基本學習內在二、三年級處理第一個教學重點，在四年級才處理第二個及第三個教學重點。

- 本基本學習內容只處理分數的兩步驟問題，不處理分數的三步驟(含以上)問題；也不處理分數與小數混合的兩步驟問題。
- 以分數兩步驟問題「媽媽買了 $\frac{10}{3}$ 公升的果汁6瓶，全部分裝到 $\frac{5}{4}$ 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了10公升的果汁6瓶，全部分裝到5公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」。待學生解題成功後，再回到原分數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境分數的問題。

範例：

1. 「一瓶果汁 $3\frac{2}{5}$ 公升，弟弟喝了 $\frac{3}{8}$ 瓶，果汁還剩下多少公升？」

下列哪一個算式可以算出正確答案？

(1) $3\frac{2}{5} - \frac{3}{8}$ (2) $3\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} - \frac{3}{8}$ (3) $3\frac{2}{5} \times (1 - \frac{3}{8})$ (4) $3\frac{2}{5} \div (1 - \frac{3}{8})$

2. 「每塊綠豆椪重120公克，其中油脂佔 $\frac{3}{10}$ ，小元吃了 $\frac{3}{4}$ 塊綠豆椪，請問他吃進幾公克的油脂？」

下列哪個算式能算出正確的答案？

(1) $120 \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{4}$

(2) $120 \times \frac{3}{10} \div \frac{3}{4}$

(3) $120 \div \frac{3}{10} \div \frac{3}{4}$

(4) $120 \div \frac{3}{10} \times \frac{3}{4}$

小數(含小數數概念及加、減、乘、除運算)

三年級：

3-n-09：由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。

3-n-12：能認識一位小數，並作比較與加減計算。

四年級：

4-n-09：能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。

4-n-11：能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。

4-n-12：能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。

五年級：

5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。

5-n-11：能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。

5-n-12：能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。

5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。

六年級

6-n-06：能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

6-n-08：能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

3-n-09	由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。	N-2-14 N-2-15 N-2-16
--------	---	----------------------------

基本學習內容

3-nc-09-1 認識整數數線，能在數線上比較兩數大小及做加減的操作。

3-nc-09-2 認識一位小數數線，能在數線上比較兩數大小及做加減的操作。

基本學習表現

3-ncp-09-1 認識整數數線。

3-ncp-09-2 能在數線上比較兩數的大小及做加減的操作。

3-ncp-09-3 認識一位小數數線。

3-ncp-09-4 能在數線上比較兩數的大小及做加減的操作。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-15 之後續學習概念，故學生應該已經能使用直尺測量物長。
本基本學習內容開始引入整數及一位小數數線，並在數線上做大小比較與加、減的操作。
- 本基本學習內容由長度測量的經驗來認識數線，不要求學生自己繪製數線，教師教學或評量時應先繪製數線。
- 可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 5 公分，指的是刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分，幫助學生認識數線上的 5 有下列兩種意義
 - (1) 在數線上的位置(或坐標)是 5
 - (2) 和原點 0 的距離是 5。

- 先引入整數數線，確定學生掌握一位小數的意義後，再引入小數數線。
- 數線是國中學習直角坐標的先備知識，也是統整所有數系及幾何的重要基礎，應讓學生練習數線的使用。

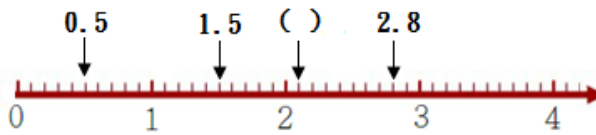
範例：

1. 數線上的()，應該填入哪一個數字？



- (1) 4
- (2) 6
- (3) 7
- (4) 9

2. 數線上的()，應該填入哪一個數字？



- (1) 1.9
- (2) 2
- (3) 2.1
- (4) 2.5

3-n-12	能認識一位小數，並作比較與加減計算。	N-2-13
--------	--------------------	--------

基本學習內容

3-nc-12-1 能認識一位小數，並作比較與加減計算。

基本學習表現

3-ncp-12-1 一位純小數的命名。

3-ncp-12-2 一位純小數的說、讀、聽、寫、做。

3-ncp-12-3 一位帶小數的命名。

3-ncp-12-4 一位帶小數的說、讀、聽、寫、做。

3-ncp-12-5 認識「十分位」的位名。

3-ncp-12-6 能進行位值的單位換算。

3-ncp-12-7 一位小數的大小比較。

3-ncp-12-8 一位小數的加減計算。

說明：

- 本基本學習內容首次引入小數的教材，幫助學生認識一位小數，並作大小比較與加減計算。
- 分數和小數討論的對象相同，都是不滿一個單位的量如何命名及運算的問題。但是人們很早就發展出分數的概念，後期才發展出小數的概念，主要的原因是人們很晚才發展出印度—阿拉伯十進位位值制的記數系統，為了將該系統推廣到分數的情境，人們才發展出小數的概念，因此，小數可以視為十進位的分數。
- 印度—阿拉伯記數系統是十進位制的系統，整數左邊位置的值都是相鄰右邊數字的10倍，右邊位置的值都是相鄰左邊數字的 $\frac{1}{10}$ 倍。小數是整數十進位系統的延伸，因此當我們引入小數時，小數的位值也要滿足右邊位置所代表的值都是相鄰左邊位置所代表的值的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此在引入一位

小數時，一位小數(十分位)的值必須是一個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定

「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。十分位位名的由來是「 $\frac{1}{10} = 0.1$ 」的關係。

- 一位小數包含一位純小數和一位帶小數，兩者都要討論。
 例如：0.1、0.8 等是一位純小數
 2.8、32.5、1456.3 等是一位帶小數
- 以一位小數 3.8 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「38 個 0.1」聚成「3 個一、8 個 0.1」，以及將「3 個一、8 個 0.1」化成「38 個 0.1」的雙向化聚活動。
- 透過下列兩組數字，說明小數點的功能。
 第一組數字：7.7 77.77 777.777
 第二組數字：77.7 777.77 7777.777

就圖像(數字本身)的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個 7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個 7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個 7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的，當我們以個位的 7 為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。

因為數字的單位是 1，而記幾個 1 的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，因此不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。
- 有兩種引入一位小數數詞及數字的方法，第一種方法引入時 0.9 的下一個數字是 1，第二種方法引入時 0.9 的下一個數字是 1.0。
 第一種：將橘色積木當成單位「1」，把 1 條橘色積木平分成 10 份，其中的 1 份和白色積木一樣長，所以 1 個白色積木可以說成 $\frac{1}{10}$ 條橘色積木， $\frac{1}{10}$ 條可以記成 0.1 條；1 個白色積木是 0.1 條橘色積木，

2 個白色積木是 0.2 條橘色積木，...，9 個白色積木是 0.9 條橘色積木。10 個白色積木接起來和 1 條橘色積木一樣長，1 條橘色積木是「1」，所以 0.9 的下一個數詞是一，數字記成 1。

第二種：先透過 $0.1 = \frac{1}{10}$ ，命名 0.1、0.2、...、0.9。

再類比整數位值概念來命名 10 個 0.1，引入整數位值概念時，約定定位板上一個位置只能填入一個數字符號，如下圖中整數的定位板，10 個「1」可以記成 1 個「10」和 0 個「1」，類比這個約定，小數的定位板中 10 個「0.1」可以記成 1 個「1」和 0 個「0.1」，我們常將 1 個「1」和 0 個「0.1」記成「1.0」，所以 0.9 的下一個數字是 1.0，因為 1.0 和 1 一樣大(1.0 和 1 等值，就如同 1 和 $\frac{10}{10}$ 等值)，也可以將 1.0 記成 1。

【整數的定位板】

百位	十位	個位
		10
	1	0

【小數的定位板】

十位	個位	十分位
		10
	1	0

建議教師採用第一種方法引入一位小數數詞及數字，但也要透過第二種方法，延伸整數位值的意義至小數。

- 由於在測量的情境中常出現小數，應該幫助學生知道 1 毫米為 0.1 公分，一瓶養樂多的容量(100 毫升)為 0.1 公升，以及「17.4 公分」、「9.6 公升」的用法。
- 以「 $38+25$ 」和「 $3.8+2.5$ 」為例，教師幫助學生察覺整數加法及小數加法的運算步驟相同，就可以類比整數加法運算來進行小數的加法運算。如下圖，先確定學生已掌握整數加法算則解題的意義，再幫助學生察覺小數加法的步驟 1 及步驟 2 和對應整數加法步驟的解法相同，將 3.8 個分解為 3 個「1」和 8 個「0.1」，將 2.5 分解為 2 個「1」和 5 個「0.1」；小數加法的步驟 3 及步驟 5 和對應整數加法步驟的解法相同，計算 8 個「0.1」和 5 個「0.1」合起來是 13 個「0.1」，也就是 1 個「1」3 個「0.1」；小數加法的步驟 4 及步驟 6 和對應整數加法步驟的解法相同，計算 3 個「1」和 2 個「1」合起來是 5 個「1」，5 個「1」和前面的 1 個「1」合起來是 6 個「1」，最後算出全部合起來是 6 個「1」和 3 個「0.1」，也就是 6.3 的答案。

【整數加法解題步驟】

十位	個位	
		$3 \quad 8 \Rightarrow$ 步驟 1：38 可以分解為 3 個「10」和 8 個「1」
$+ 2$	5	\Rightarrow 步驟 2：25 可以分解為 2 個「10」和 5 個「1」
		$13 \Rightarrow$ 步驟 3：8 個「1」和 5 個「1」合起來是 13 個「1」
$+ 5$		\Rightarrow 步驟 4：3 個「10」和 2 個「10」合起來是 5 個「10」
		$1 \quad 3 \Rightarrow$ 步驟 5：13 個「1」可以聚成 1 個「10」和 3 個「1」
$+ 5$		
		$6 \quad 3 \Rightarrow$ 步驟 6：全部合起來是 6 個「10」3 個「1」，也就是 63

【小數加法解題步驟】

		個位	十分位	
				$3 \quad . \quad 8 \Rightarrow$ 步驟 1：3.8 可以分解為 3 個「1」和 8 個「0.1」
$+ 2$	$.$	5		\Rightarrow 步驟 2：2.5 可以分解為 2 個「1」和 5 個「0.1」
				$13 \Rightarrow$ 步驟 3：8 個「0.1」和 5 個「0.1」合起來是 13 個「0.1」
$+ 5$				\Rightarrow 步驟 4：3 個「1」和 2 個「1」合起來是 5 個「1」
				$1 \quad 3 \Rightarrow$ 步驟 5：13 個「0.1」可以聚成 1 個「1」和 3 個「0.1」
$+ 5$				
				$6 \quad . \quad 3 \Rightarrow$ 步驟 6：全部合起來是 6 個「1」3 個「0.1」，也就是 6.3

- 由於小數和連續量的測量情境常一起出現，應多學習「23.4 公分」、「5.7 公升」、「13.6 公斤」的用法，且小數的加減問題也儘量與測量結合。

範例：

1. 「一盒牛奶糖有 10 顆。哥哥有 3 盒牛奶糖，給妹妹 1.9 盒後，還剩下多少盒？」
 下面哪個選項的算式和答案都正確？
 (1) $3 - 1.9 = 2.9$ ，答：2.9 盒
 (2) $3 - 1.9 = 2.1$ ，答 2.1 盒
 (3) $3 - 1.9 = 1.6$ ，答：1.6 盒
 (4) $3 - 1.9 = 1.1$ ，答：1.1 盒

2. 一條彩帶平分成 10 段，其中的 8 段是多少條彩帶？
 (1) 0.1 條 (2) 0.8 條 (3) 2 條 (4) 18 條

4-n-09	能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。	N-2-12 N-2-16
--------	--------------------------------------	------------------

基本學習內容

- 4-nc-09-1 能認識等值分數。
- 4-nc-09-2 能進行簡單異分母分數的大小比較。
- 4-nc-09-3 能進行簡單分數與小數的互換。

基本學習表現

- 4-ncp-09-1 能在連續量情境中認識等值分數。
- 4-ncp-09-2 能在離散量情境中認識等值分數。
- 4-ncp-09-3 能進行簡單異分母分數的大小比較。
- 4-ncp-09-4 能進行簡單分數與小數的互換。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，初步認識分數；也應該已經認識 1 的等值分數，例如 $1 = \frac{8}{8}$ 。
本基本學習內容引入分數的等值分數，例如 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ 。
- 等值分數是異分母分數加減(5-n-07)的基礎，也是約分、擴分及通分(5-n-06)的前置經驗
- 稱 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{4}$ 為等值分數，而不稱它們是相等的分數，表示它們是不同的兩個分數，只是等值(量一樣多)。
四年級等值分數的教學必須在具體情境中進行，例如「 $\frac{1}{2}$ 條繩子的長度和 $\frac{2}{4}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 」，或「 $\frac{2}{5}$ 張色紙的面積和 $\frac{4}{10}$ 張色紙一樣大，可以記成 $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ 」。

- 「簡單分數與小數的互換」中的「簡單」，指的是只處理分母為 2、5、10、100 的情況。
- 因為「能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算」及「能用約分、擴分處理等值分數的換算」都是五年級的教材，不宜進行將 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{8}$ 轉換成小數的問題。

範例：

1. 一盒牛奶糖有 10 顆，明明吃了 $\frac{3}{10}$ 盒，美美吃了 $\frac{1}{2}$ 盒，小新吃了 $\frac{1}{5}$ 盒，誰吃的牛奶糖最多？
 - (1) 明明
 - (2) 美美
 - (3) 小新
 - (4) 一樣多

2. 請問 $\frac{3}{10}$ 用小數怎麼記？
 - (1) 0.3
 - (2) 3
 - (3) 3.0
 - (4) 10.3

3. 請問 $\frac{1}{3}$ 條繩子和幾條繩子一樣長？
 - (1) $\frac{1}{6}$
 - (2) $\frac{2}{6}$
 - (3) $\frac{3}{6}$
 - (4) $\frac{3}{10}$

4-n-11	能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。	N-2-13
--------	----------------------	--------

基本學習內容

4-nc-11-1 二位小數的命名及說、讀、聽、寫、做。

4-nc-11-2 認識「百分位」的位名，並進行位值的單位換算。

基本學習表現

4-ncp-11-1 能進行二位小數的命名。

4-ncp-11-2 能進行二位小數的說、讀、聽、寫、做。

4-ncp-11-3 能認識「百分位」的位名。

4-ncp-11-4 能進行位值的單位換算。

4-ncp-11-5 能比較二位小數的大小。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-12 之後續學習概念，故學生應該已經認識一位小數，並能作比較與加減計算。
本基本學習內容將小數的範圍擴充至二位小數。
- 以二位純小數 0.85 為例，進行位值單位的換算，指的是能將「85 個 0.01」聚成「8 個 0.1、5 個 0.01」，以及將「8 個 0.1、5 個 0.01」化成「85 個 0.01」的雙向化聚。
也就是說，0.85 由 85 個 0.01 所組成，也由 8 個 0.1 及 5 個 0.01 所組成。
- 小數是整數十進位系統的延伸，在引入一位小數時，十分位的值必須是個位的 $\frac{1}{10}$ 倍，因此規定「 $0.1 = \frac{1}{10}$ 」。

在引入二位小數時，百分位的值必須是個位的 $\frac{1}{100}$ 倍，因此規定

「 $0.01 = \frac{1}{100}$ 」。百分位位名的由來是「 $\frac{1}{100} = 0.01$ 」的關係。

- 引入「小數點以下 2 位」及「二位小數」的講法。
- 報讀小數時，整數部份和小數部份報讀的方式不一樣，例如將「2345.2345」讀作「二千三百四十五點二三四五」。在報讀整數部份時，會將每一個數字的位名都唸出來，但是在報讀小數部份時，只唸出數字，並沒有唸出位名。
例如 0.23 讀成「零點二三」，不能讀成「零點二十三」。
- 由於小數和連續量的測量情境常一起出現，小數的學習應與量的教材結合，應多學習「樓高 3.25 公尺」，「兩地距離 24.56 公里」、「箱子重 5.32 公斤」的用法，且小數的加減問題也儘量與測量結合。
- 三年級認識一位小數；四年級認識二位小數；五年級認識多位小數。

範例：

1. 「4 個 10，5 個 0.1 和 7 個 0.01」合起來是多少？
 - (1) 4.57
 - (2) 40.57
 - (3) 45.07
 - (4) 45.7
2. 一包色紙 100 張，大姐有 2.5 包，二姐有 2.05 包，妹妹有 2.15 包，請問誰的色紙最多？
 - (1) 大姐
 - (2) 二姐
 - (3) 妹妹
 - (4) 一樣多

4-n-12	能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。	N-2-13
--------	---------------------------------	--------

基本學習內容

4-nc-12-1 能用直式處理二位小數加、減計算，並解決生活中的問題。

4-nc-12-2 能用直式處理二位小數整數倍計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

4-ncp-12-1 能用直式處理二位小數加、減計算，並解決生活中的問題。

4-ncp-12-2 能用直式處理二位小數整數倍計算，並解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-12 及 4-n-11 之後續學習概念，故學生應該已經認識一位小數，並作比較與加減計算；也應該已經認識二位小數與百分位的位名，並做比較。
本基本學習內容將小數加減及整數倍計算的範圍擴充至二位小數。
- 以「 357×6 」和「 3.57×6 」為例，教師幫助學生察覺整數乘法及小數乘法的運算步驟相同，就可以類比整數乘法運算來進行小數的乘法運算。
如下一頁中整數乘法和小數乘法的解題步驟，先確定學生已掌握整數乘法算則解題的意義，再幫助學生察覺小數乘法的步驟 1 和對應整數乘法步驟 1 的解法相同，可以將 3.57 分解為 3 個「1」、5 個「0.1」和 7 個「0.01」；小數乘法的步驟 2 及步驟 5 和對應整數乘法步驟 2 及步驟 5 的解法相同，先計算 7 個「0.01」的 6 倍是 42 個「0.01」，可以聚成 4 個「0.1」和 2 個「0.01」；小數乘法的步驟 3 及步驟 6 和對應整數乘法步驟 3 及步驟 6 的解法相同，先計算 5 個「0.1」的 6 倍是 30 個「0.1」，可以聚成 3 個「1」和 0 個「0.1」；小數乘法的步驟 4 及步驟 7 和對應整數乘法步驟 4 及步驟 7 的解法相同，先計算 3 個「1」的 6 倍是 18 個「1」，可以聚成 1 個「10」和 8 個「1」；小數乘法的步驟 8 和對應整數乘法步驟 8 的解法相同，算出全部合起來是 2 個「10」、1 個「1」、4 個「0.1」和 2 個「0.01」，也就是 21.42。

【整數乘法解題步驟】

千	百	十	個		
位	位	位	位		
	3	5	7	⇒步驟 1：357 個分解為 3 個「100」5 個「10」和 7 個「1」	
×			6		
			42	⇒步驟 2：42 個「1」	
		30		⇒步驟 3：30 個「10」	
	18			⇒步驟 4：18 個「100」	
		4	2	⇒步驟 5：42 個「1」聚成 4 個「10」2 個「1」	
		3	0	⇒步驟 6：30 個「10」聚成 3 個「100」0 個「10」	
	1	8		⇒步驟 7：18 個「100」聚成 1 個「1000」8 個「100」	
	2	1	4	2	⇒步驟 8：合起來是 2 個「1000」1 個「100」4 個「10」 2 個「1」，也就是 2142。

【小數乘法解題步驟】

十	個	十	百		
		分	分		
位	位	位	位		
	3.	5	7	⇒步驟 1：3.57 個分解為 3 個「1」5 個「0.1」和 7 個「0.01」	
×			6		
			42	⇒步驟 2：42 個「0.01」	
		30		⇒步驟 3：30 個「0.1」	
	18			⇒步驟 4：18 個「1」	
		4	2	⇒步驟 5：42 個「0.01」聚成 4 個「0.1」2 個「0.01」	
		3	0	⇒步驟 6：30 個「0.1」聚成 3 個「1」0 個「0.1」	
	1	8		⇒步驟 7：18 個「1」聚成 1 個「10」8 個「1」	
	2	1.	4	2	⇒步驟 8：合起來是 2 個「10」1 個「1」4 個「0.1」 2 個「0.01」，也就是 21.42。

- 三年級：一位小數的直式加減(重點是認識小數點的意義)。
- 四年級：二位小數的直式加減及整數倍。
- 五年級：多位小數的直式加減及整數倍。

範例：

1. 將 1.8 公升牛奶和 0.95 公升的牛奶合起來是多少公升？

- (1) 1.13
- (2) 1.75
- (3) 2.75
- (4) 11.3

2. 姐姐買了 1 包重 2 公斤的糖，做蛋糕用掉 0.45 公斤，請問糖還剩下多少公斤？

- (1) 2.45
- (2) 1.55
- (3) 1.45
- (4) 0.55

3. 一瓶蘋果西打 1.25 公升，老師買了 4 瓶要請全班小朋友，請問老師買了多少公升的蘋果西打？

- (1) 5.25
- (2) 5
- (3) 4.9
- (4) 4

5-n-10	能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。	N-3-08
--------	-------------------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-10-1 能認識多位小數，並做比較，加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。

基本學習表現

- 5-nep-10-1 能進行多位小數的命名及說、讀、聽、寫。
- 5-nep-10-2 能認識「千分位」、「萬分位」等的位名。
- 5-nep-10-3 能進行多位小數位值單位的換算。
- 5-nep-10-4 能進行多位小數的大小比較。
- 5-nep-10-5 能進行多位小數的加、減計算。
- 5-nep-10-6 能進行多位小數的整數倍計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-11 及 4-n-12 之後續學習概念，故學生應該已經認識二位小數，並能作比較、加減與整數倍計算。
本基本學習內容將小數比較及計算的範圍擴充至多位小數。
- 教學及評量時，以三位小數及四位小數為重點。
- 以 5.6789 為例，教師應引入「小數點以下(後)第三位為 8、第四位為 9」的講法，為六年級對小數在指定位數取概數的問題鋪路。
- 進行多位小數的加、減及整數倍計算時，應幫助學生理解多位小數的計算和一位及二位小數，以及整數的計算方式相同。
- 教師可以引入生活中使用小數的例子，例如細菌大約 0.0003 公分長，更小的病毒大約 0.00001 公分長，讓學生感覺小數在生活中的實用性。

範例：

1. 一顆綜合維他命含有鋅 0.004 公克，有 1500 顆綜合維他命含有鋅多少公克？

- (1) 0.06
- (2) 0.6
- (3) 6
- (4) 60

2. 「3.245」中，「4」的位名是什麼？

- (1) 十位
- (2) 十分位
- (3) 百位
- (4) 百分位

5-n-11	能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。	N-3-09 N-3-11
--------	---------------------------	------------------

基本學習內容

5-nc-11-1 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

5-ncp-11-1 能用直式處理整數乘以小數的計算，並解決生活中的問題。

5-ncp-11-2 能用直式處理小數乘以小數的計算，並解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-08 及 5-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經認識多位小數，並能做加減與整數倍的計算；也應該已經能理解分數乘法的意義，並熟練其計算。
本基本學習內容將小數乘法中乘數的範圍由整數延伸至小數。

- 以兩位小數乘以一位小數「 2.38×6.7 」為例，建議教師透過下列步驟，說明小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。

(1) 幫助學生理解整數乘法直式算則的意義，學生能算出「 $238 \times 67 = 15946$ 」。

(2) 幫助學生理解分數乘法算則的意義，學生能算出

$$\frac{238}{100} \times \frac{67}{10} = \frac{238 \times 67}{100 \times 10} = \frac{15946}{1000}$$

(3) 幫助學生看到整數除以 10、100、1000 等數時，被除數和商數小數點位置移位的關係。

因為 15946 中被沒有小數點，教師應先說明引入小數點的目的是告訴我們個位數字在哪裡，先將「15946」改記成「15946.」後，再說明小數點移位的關係。

$$15946 \div 10 = 1594.6, (\text{除以 } 10, \text{ 小數點向左移一位})$$

$$15946 \div 100 = 159.46, (\text{除以 } 100, \text{ 小數點向左移二位})$$

$$15946 \div 1000 = 15.946, (\text{除以 } 1000, \text{ 小數點向左移三位})$$

$$15946 \div 10000 = 1.5946, (\text{除以 } 10000, \text{ 小數點向左移四位})$$

- (4) 透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。

$$\begin{aligned}
 & 2.38 \times 6.7 \\
 &= \frac{238}{100} \times \frac{67}{10} \quad (\text{將小數} \times \text{小數，改記成分數} \times \text{分數}) \\
 &= \frac{238 \times 67}{100 \times 10} \quad (\text{分數乘法算則：分子乘以分子、分母乘以分母}) \\
 &= \frac{15946}{1000} \\
 &= 15946 \div 1000 \\
 &= 15946 \div 1000 \quad (\text{在個位右邊加上小數點}) \\
 &= 15.946 \quad (\text{小數點往左移 3 位})
 \end{aligned}$$

- (5) 將步驟四的解題活動改記成直式

$$\begin{array}{r}
 2.38 \\
 \times 6.7 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad \Rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 238 \\
 \times 67 \\
 \hline
 15946
 \end{array}
 \quad \Rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 2.38 \\
 \times 6.7 \\
 \hline
 15.946
 \end{array}$$

(列出直式) (算出 238×67 的乘積) (小數點往左移 3 位)

- 乘數是小數計算的教學及評量重點以兩位小數互乘為原則，且轉換成整數相乘時被乘數及乘數都不能超過三位數字。例如 32.14×267.34 是兩位小數乘以兩位小數，但是「 3214×26734 」的範圍都超過三位數字； 2.34×0.28 也是兩位小數乘以兩位小數，但是「 234×28 」的範圍都沒有超過三位數字。
- 如果評量重點是被乘數、乘數及積之間的小數點位置關係，不涉及整數乘法的直式計算，可以命下列的問題。
「 $3246 \times 8103 = 26302338$ ，請問 $32.46 \times 8.103 = ?$ 」

範例：

1. 颱風前小白菜 1 公斤售價 50 元，颱風過後小白菜 1 公斤售價是颱風前的 2.5 倍，颱風後小白菜 1 公斤售價是多少元？
(1) 20 (2) 75 (3) 125 (4) 1250
2. 水桶的容量是 2.25 公升，0.6 桶的水是多少公升？
(1) 135 (2) 13.5 (3) 1.35 (4) 0.135

5-n-12	能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。	N-3-11 N-3-13
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

5-nc-12-1 能用直式處理整數(或小數)除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

基本學習表現

5-ncp-12-1 能用直式處理小數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

5-ncp-12-2 能用直式處理整數除以整數，商的小數位數在三位以內的計算。

5-ncp-12-3 熟悉分母為 2、5 之真分數所對應的小數。

5-ncp-12-4 熟悉分母為 4、8 之真分數所對應的小數。

5-ncp-12-5 熟悉分母為 10、100 之真分數所對應的小數。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經能熟練整數除法的直式計算。
本基本學習內容將被除數及商數的範圍由整數延伸至小數。
- 分數的分母是 $2^m \times 5^n$ 的樣式，其中 m 、 n 都是非負整數，才能轉換成有限小數。

例如： $\frac{3}{8}$ 的分母是 $2^3 \times 5^0$ ，可以透過下列算式將 $\frac{3}{8}$ 改記成有限小數。

$$\frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{8 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \frac{375}{1000} = 0.375。$$

- 以 $\frac{3}{4}$ 為例，有兩種將分數改記成小數的方法：
 - (1) 利用除法直式算則來解題。
例如： $\frac{3}{4}=3\div 4=0.75$
 - (2) 透過約分或擴分，將分母改記成 10 的次方後，再轉換成小數。
例如： $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}=\frac{75}{100}=0.75$ 。

- 本基本學習內容限制整數或小數除以整數問題的商數最多為三位小數。

- 教師可以先布小數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如 $17.5\div 4$ ；再布整數除以整數，商數是小數且有餘數的等分除問題，例如 $17\div 4$ 。前者的被除數是一位小數，學生較容易類比整數除法算則，將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1，再加上原有的 0.5 後繼續運算；而後者的被除數是整數，學生不易自行加上小數點，再將整數位的餘數 1 轉換成 10 個 0.1。

- 以「老師將 231.8 公升果汁，平分裝成 14 瓶，每瓶最多可以裝幾公升，剩下幾公升？(商數算到小數第一位)」為例，說明小數除以整數除法算則解題的意義。

步驟一：將 231.8 分解為 2 個「100」、3 個「10」、1 個「1」和 8 個「0.1」。

步驟二：先分 2 個「100」，2 個「100」平分成 14 份不夠分；將 2 個「100」換成 20 個「10」，加上原有的 3 個「10」，合起來是 23 個「10」。23 個「10」平分成 14 份，每份是 1 個「10」。

步驟三：還剩下 9 個「10」不夠分，9 個「10」再換成 90 個「1」，加上原有的 1 個「1」，合起來是 91 個「1」。

步驟四：91 個「1」平分成 14 份，每份是 6 個「1」，分掉 84 個「1」。

步驟五：還剩下 7 個「1」不夠分，7 個「1」換成 70 個「0.1」，加上原有的 8 個「0.1」，合起來是 78 個「0.1」。

步驟六：78 個「0.1」平分成 14 份，每份是 5 個「0.1」，分掉 70 個「0.1」。

步驟七：剩下 8 個「0.1」。

每瓶分到 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，剩下 8 個「0.1」，也就是每瓶分到 16.5 公升，剩下 0.8 公升。上述的解題活動可以使用下列直式來記錄。

$14 \overline{) 231.8}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 1 個「10」、6 個「1」和 5 個「0.1」，合起來是 16.5。
$\frac{14}{231.8}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟一
$\frac{14}{91}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟二
$\frac{14}{84}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟三
$\frac{14}{78}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟四
$\frac{14}{70}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟五
$\frac{14}{8}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟六
$\frac{14}{8}$	$\frac{16.5}{231.8}$	\Rightarrow 步驟七

■ 學生應熟悉分母 2、4、5、8、10、100 之真分數所對應的小數值。

範例：

1. 算算看， $12.3 \div 12 = ?$

- (1) 12.5
- (2) 10.25
- (3) 1.25
- (4) 1.025

2. 一條繩子長 25 公尺，平均分成 8 段，每段繩子的長度是多少公尺？

- (1) 2.375
- (2) 3.125
- (3) 3.265
- (4) 3.375

5-n-13	能將分數、小數標記在數線上。	N-3-11 N-3-13
--------	----------------	------------------

基本學習內容

5-nc-13-1 能將分數、小數標記在數線上。

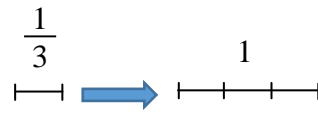
基本學習表現

5-ncp-13-1 能將分數標記在數線上。

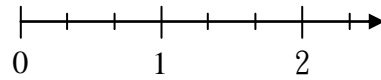
5-ncp-13-2 能將小數標記在數線上。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能將簡單分數標記在數線上。
本基本學習內容幫助學生自製數線，並將分數、小數標記在數線上。
- 三年級(3-n-09)的教學重點是教師繪製數線，學生能將整數及一位小數標示在數線上。
四年級(4-n-10)的教學重點是教師繪製數線，學生能將簡單分數標示在數線上。
五年級(5-n-13)的教學重點是學生自製數線，並將分、小數標示在數線上。
- 教師可以透過下列方法幫助學生自製數線：
 - (1) 以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生自行製作整數數線。
 - (2) 以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生自行製作一位小數數線。
 - (3) 透過單位分數的累積，例如畫出 3 個 $\frac{1}{3}$ 為 1 單位，6 個 $\frac{1}{3}$ 為 2 單位等方式，幫助學生自行製作分數數線；不宜透過將 1 單位分割成 3 等份的方式，幫助學生自行製作分數數線，學生沒有將單位長度 1 分割成 3 等份的能力。



累積 3 個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成 1

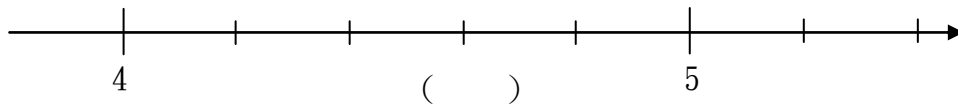


累積 6 個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成 2

■ 學生自行製作分數數線以分母為 2、3、4、10 等簡單分數為教學重點。

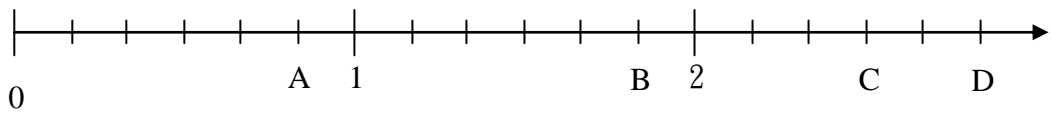
範例：

1. 下面是一條數線，() 內要填入哪一個數字？



- (1) 4.3
- (2) 4.8
- (3) $4\frac{3}{4}$
- (4) $4\frac{3}{5}$

2. 下面是一條數線， $2\frac{5}{6}$ 是在數線的哪一個位置？



- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D

6-n-06	能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。	N-3-10 N-3-11
--------	--------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-06-1 能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-06-1 能用直式處理除數是小數且能除盡的除法計算。

6-ncp-06-2 能用直式處理除數是小數，商數是整數且有餘數的除法計算。

6-ncp-06-3 能解決生活中除數是小數的除法問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-12 之後續學習概念，故學生應該已經能處理小數除以整數或整數除以整數，商的小數位數為三位以內的計算。
本基本學習內容將小數除法除數的範圍，由整數延伸至小數。
- 本基本學習內容限制被除數及除數小數點位數都不超過 2 位。
- 評量時，直式計算以整除為主，如果有餘數，僅討論商為整數的情境(餘數會小於除數) $a \div b = q \dots r$ ，當 q 是整數時， $0 \leq r < b$ 。
- 以問題「 $\square \div 1.04 = 1.7 \dots 0.12$ ， $\square = ?$ 」為例，因為 $0 \leq 0.12 < 1.04$ ，所以多數教師都認為它是合理的問題。
但是當我們算出 $\square = 1.04 \times 1.7 + 0.12 = 1.888$ ，再代入原式驗算時，發現 $1.888 \div 1.04 = 1.8 \dots 0.016$ ，驗算不成立的理由是當商數是一位小數時，餘數必須比除數的 0.1 倍小，而問題中的餘數 0.12 比 1.04×0.1 大，因此原問題的算式不成立，下面說明其理由。
以「將 29 公升果汁，平分成 7 杯」為例，29 公升果汁，平分成 7 杯，每杯分到 4 公升，還剩下 1 公升(1 個 1 公升)不夠分，可以記成 $29 \div 7 = 4 \dots 1$ ，其中 $0 \leq 1 < 7$ 。

繼續往下分，將剩下的(餘數)1 公升換成 10 個 0.1 公升，10 個 0.1 公升，平分成 7 杯，每杯分到 1 個 0.1 公升，還剩下 3 個 0.1 公升不夠分(剩下 0.1 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.1 \dots 0.3$ ，其中 $0 \leq 0.3 < 0.7$ (7 個 0.1)。

繼續往下分，將剩下的(餘數)0.3 公升換成 30 個 0.01 公升，30 個 0.01 公升，平分成 7 杯，每杯分到 4 個 0.01 公升，還剩下 2 個 0.01 公升不夠分(剩下 0.01 公升的個數不能超過 7 個)，可以記成 $29 \div 7 = 4.14 \dots 0.02$ ，其中 $0 \leq 0.02 < 0.07$ (7 個 0.01)。

由上面的說明可以得到下面的結果

$a \div b = q \dots r$ ，當 q 是整數時， $0 \leq r < b$ 。

當 q 是一位小數時， $0 \leq r < b \times 0.1$ (餘數要比 b 個 0.1 小)。

當 q 是二位小數時， $0 \leq r < b \times 0.01$ (餘數要比 b 個 0.01 小)。

- 本基本學習內容不進行循環小數的學習，但是可以對商數以四捨五入法取概數。
- 以整數情境為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。
 - (1) 14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張 1000 元鈔票，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票?也就是剩下多少元?」。

教師幫助學生透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。
 - (2) 「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元?」。

教師幫助學生將被除數 14000 元及除數 3000 元，同時以 1000 元為單位來換單位，14000 元換成 14 張千元鈔票，3000 元換成 3 張千元鈔票，再透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \dots 2(\text{張})$

得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。
- 以小數除以小數，商數是整數且有餘數的包含除問題「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升?」為例，說明如何透過「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」的策略幫助學生解題。

教師幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位，36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升的答案。

如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 罐的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 罐和 14 罐，再透過 $362 \div 14 = 25 \dots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 罐，也就是剩下 1.2 公升的答案。

- 當商數較小時，例如商數是一位數字時，教師也可以幫助學生利用先乘後減的策略解題。

例如：41.57 公升果汁，11.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升？利用先乘後減「 $11.4 \times 3 = 34.2$ ， $41.57 - 34.2 = 7.37$ 」，答：最多裝滿 3 瓶，剩下 7.37 公升」來解題，不但學生較易理解其意義，而且也有效率。

範例：

1. 長 12.5 公尺的鐵絲，每 1.6 公尺剪成一段，最多可剪成幾段，剩下多少公尺？

- (1) 可剪成 7 段，剩下 1.3 公尺
- (2) 可剪成 7 段，剩下 13 公尺
- (3) 可剪成 7 段，剩下 0.13 公尺
- (4) 可剪成 7 段，剩下 1.03 公尺

2. 一桶 25.48 公升的沙拉油，每 2.6 公升裝成一瓶，最多可以裝滿幾瓶？

- (1) 7
- (2) 8
- (3) 9
- (4) 10

6-n-08	能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。	N-3-02 A-3-01
--------	----------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-08-1 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。

基本學習表現

6-ncp-08-1 能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並用併式記錄兩步驟問題的解題活動。

6-ncp-08-3 能用併式列出小數兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已能在具體情境中，解決整數兩步驟問題，並能利用併式來列式，並據以計算。
本基本學習內容延伸整數兩步驟問題情境至小數的問題。
- 本基本學習內容只處理小數的兩步驟問題，不處理小數的三步驟(含以上)問題；也不處理分數與小數混合的兩步驟問題。
- 以小數兩步驟問題「媽媽買了 1.5 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 0.5 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 15 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」待學生解題成功後，再回到原小數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境小數的問題。

範例：

1. 「甲水桶的容量是 3.17 公升，乙水桶的容量是甲水桶的 2.3 倍多 2 公升，乙水桶的容量是多少公升？」

下列哪一個算式可以算出正確答案？

(1) $3.17 + 2.3 + 2$

(2) $3.17 - 2.3 + 2$

(3) $3.17 \div 2.3 + 2$

(4) $3.17 \times 2.3 + 2$

2. 「本週 95 無鉛汽油每公升 24.45 元，下週每公升將降價 0.3 元。爸爸下週加 95 無鉛汽油 40 公升，需付多少錢？」

下列哪個算式能算出正確的答案？

(1) $(24.45 - 0.3) \times 40$

(2) $24.45 - 0.3 \times 40$

(3) $(24.45 + 0.3) \times 40$

(4) $24.45 + 0.3 \times 40$

概數(含估算、取概數及概算)

二年級：

2-n-11：能做簡單的二位數加減估算

三年級：

3-n-10：能做簡單的三位數加減估算

四年級：

4-n-06：能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。

六年級：

6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。

2-n-11	能做簡單的二位數加減估算。	N-1-02
--------	---------------	--------

說明：

- 估算是比較高層次的數學能力，應先確定學生有正確計算的能力後，才能透過適當的問題，訓練學生的估算能力。因此本基本學習內容在二年級不引入二位數加減估算，等待學生熟練二位數及三位數加減直式計算後，在三年級同時引入簡單的二位數及三位數加減估算。

3-n-10	能做簡單的三位數加減估算。	N-2-03
--------	---------------	--------

基本學習內容

3-nc-10-1 能做簡單的二位數及三位數加減估算。

3-nc-10-2 能用估算結果檢驗二位數及三位數加、減答案的合理性。

基本學習表現

3-ncp-10-1 能做簡單的二位數加減估算。

3-ncp-10-2 能做簡單的三位數加減估算。

3-ncp-10-3 能用估算結果檢驗二位數加、減答案的合理性。

3-ncp-10-4 能用估算結果檢驗三位數加、減答案的合理性。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-05 及 3-n-02 之後續學習概念，故學生應該已經熟練三位數或四位數加減直式計算。
本基本學習內容在三年級開始引入加減估算的問題，先引入簡單的二位數加減估算，再引入簡單的三位數加減估算。
- 「簡單」指的是靠近整十或整百的數，個位數字限於 8、9、0、1、2，例如 32、49、188、611 等。
- 教師在評量估算問題時，不宜直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「 $312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。
教師只宜布下列的問題：
例： $32+49=()$ ，答案最接近 70、80、90 中的哪一個數字？
 $71-29=()$ ，答案最接近 30、40、50 中的哪一個數字？
 $302+299=()$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？
 $701-599=()$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？

- 當學生計算發生錯誤時，例如得到「 $387+276=6163$ 」的結果，教師可以透過問話「 $387+276$ 很接近 $400+300$ ， $400+300=700$ ， $387+276=6163$ 是否合理？」，幫助學生檢驗答案的合理性。
- 估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。
估算是計算的問題，例如「 $302+299$ 」的答案很接近 600，其答案必須以「1」為單位來描述；而取概數是單位量轉換的問題，例如三位數字「263」，已用「1」為單位進行了精確的數值化活動，而在取概數活動中，要求以「十」為單位來重新描述，所以將 263 改記成 26 個「十」。
- 本基本學習內容為四捨五入法取概數的前置經驗，在此不宜進行取概數的教學。
例如：「甲有 699 元，甲最多有幾張 100 元？」是取概數的問題。

範例：

1. 算算看， $38+29$ 的答案最接近哪一個數字？

- (1) 80
- (2) 70
- (3) 60
- (4) 50

2. 甲袋有 302 顆小鋼珠，乙袋有 799 顆小鋼珠，乙袋比甲袋多幾顆小鋼珠？

答案最接近哪一個數字？

- (1) 300
- (2) 400
- (3) 500
- (4) 600

4-n-06	能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。	N-2-08
--------	---------------------------------------	--------

基本學習內容

- 4-nc-06-1 能在具體情境中，使用無條件進入法、無條件捨去法取概數。
- 4-nc-06-2 能使用四捨五入法對大數在指定位數取概數。
- 4-nc-06-3 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。

基本學習表現

- 4-ncp-06-1 能在具體情境中，使用無條件進入法，對大數在指定位數取概數。
- 4-ncp-06-2 能在具體情境中，使用無條件捨去法，對大數在指定位數取概數。
- 4-ncp-06-3 能使用四捨五入法，對大數在指定位數取概數。
- 4-ncp-06-4 能在具體情境中，對大數在指定位數取概數後，再做加、減之計算。
- 4-ncp-06-5 能在除法情境中，利用無條件進入法處理商數必須是整數的問題。
- 4-ncp-06-6 能在除法情境中，利用無條件捨去法處理商數必須是整數的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能做簡單的二位數及三位數加減估算。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，使用無條件進入法、無條件捨去法和四捨五入法，對大數在指定位數取概數，並做加、減之計算。
- 只能評量給定一數，要求對該數取概數的問題。
例如：357231 以萬為單位，四捨五入法取概數的結果為何？
不宜評量取概數前可能的最大值或最小值問題。
例如：某市的人口以萬為單位，四捨五入法取概數是 36 萬，該市最多或最少有幾個人？

- 本基本學習內容除了幫助學生在指定位數用四捨五入法取概數，還幫助學生在日常生活中自然產生的無條件進入法和無條件捨去法的情境中取概數。

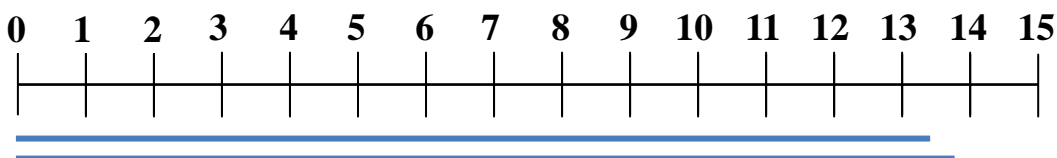
無條件進入法取概數的例子：

全縣運動會選手有 5246 人，要為這些選手準備帽子(一人一頂)。如果帽子 10 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？

無條件捨去法取概數的例子：

玩具工廠今天生產 1249 件相同的玩具，要將這些玩具裝箱放進倉庫。如果每 100 件裝成一箱，至多能裝成幾箱？也就是多少件玩具？

- 本基本學習內容在四年級只做整數的加、減概算，整數的乘、除概算在六年級(6-n-07)才引入。
- 日常生活中常見取概數的情境都是無條件進入法和無條件捨去法，例如「10 個蘋果裝 1 盒，352 個蘋果最多能裝滿 35 盒，或至少要準備 36 個盒子才夠裝」。以四捨五入法取概數比較不自然，例如「10 個蘋果裝 1 盒，352 個蘋果要裝 35 盒，而 357 個蘋果要裝 36 盒」，建議教師透過測量情境引入四捨五入法。
- 四捨五入法取概數的例子：



當我們用最小刻度是 1 公分的直尺測量上圖的上、下兩條繩子長度時，如果用無條件捨去法取概數，剩下不到 1 公分的捨去不算，兩條繩子的長度都是 13 公分；如果用無條件進入法取概數，剩下不到 1 公分的也算 1 公分，兩條繩子的長度都是 14 公分，這兩種描述繩長的誤差很大。如果繩子的長度比較接近 14 公分，就記成 14 公分，繩子的長度比較接近 13 公分，就記成 13 公分，因此將上面繩子的長度記成 13 公分，下面繩子的長度記成 14 公分，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為四捨五入法。13.5 公分剛好介於 13 公分和 14 公分之間，四捨五入法約定將 13.5 公分記成 14 公分。

- 以問題「360007 以萬為單位，使用四捨五入法取概數的答案是多少？」為例，有兩種描述取概數結果的方法，第一種是「36 萬」，第二種是「360000」。「36 萬」是以「萬」為單位的描述方式，很容易看到取概數後的單位是「萬」；「360000」是以「一」為單位的描述方式，看不到取概數後的單位是什麼。例如將「360007」分別以「十」、「百」、「千」及「萬」為單位，使用四捨五入法取概數，看到的答案都是 360000。課本多數呈現第二種描述取概數結果的方法，建議教師先幫助學生澄清取概數的意義，再透過問話「360007 以萬為單位，使用四捨五入法取概數，答案是多少萬？也就是多少？」，要求學生回答「答案是 36 萬，也就是 360000」，連結課本的答案「360000」和取概數結果「36 萬」間的意義。
- 在除法情境中，利用無條件進入或無條件捨去法處理商數必須是整數的問題，是日常生活中常見的問題，只是它們取概數的單位不一定是十、百、千或萬等單位，建議教師透過除法算式，幫助學生理解利用無條件進入法或無條件捨去法取概數的意義。

例如：

先布問題「14 人搭計程車，每輛計程車只能坐 4 人，至少要幾輛計程車才夠？」，透過除法算式「 $14 \div 4 = 3 \dots 2$ 」，幫助學生理解只有 3 輛計程車時，還有 2 人沒車坐，必須要 4 輛計程車才夠。

再布問題「全縣運動會選手有 5246 人，一人戴一頂帽子，要為這些選手準備帽子，如果帽子 100 頂裝成一包，至少要準備多少包帽子才夠？也就是多少頂帽子？」，透過除法算式「 $5246 \div 100 = 52 \dots 46$ 」，幫助學生理解只準備 52 包時，還有 46 人沒分到帽子，必須要準備 53 包才夠，也就是 5300 頂帽子。

範例：

1. 果農採收了 2375 個梨子，每 100 個裝一箱，最多可裝滿多少箱？
 (1) 23 (2) 24 (3) 237 (4) 238
2. 將 332567 以四捨五入法取概數到萬位是多少？
 (1) 30 萬 (2) 33 萬 (3) 300000 萬 (4) 330000 萬
3. 有 34 人要搭纜車上山，每部纜車最多可以坐 6 人，請問至少要幾部纜車才能載完所有的人？
 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 9

6-n-07	能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。	N-3-12
--------	--	--------

基本學習內容

6-nc-07-1 能在具體情境中，對小數在指定位數取概數(含四捨五入法)。

6-nc-07-2 能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做加、減、乘、除之計算。

基本學習表現

6-ncp-07-1 能在具體情境中，對小數在指定位數利用無條件進入法取概數。

6-ncp-07-2 能在具體情境中，對小數在指定位數利用無條件捨去法取概數。

6-ncp-07-3 能在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數。

6-ncp-07-4 能在具體情境中，對整數在指定位數取概數(含四捨五入法)後，再做乘、除之計算。

6-ncp-07-5 能在具體情境中，對小數在指定位數利用四捨五入法取概數後，再做加、減、乘、除之計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-06 之後續學習概念，故學生應該已經能對整數在指定位數，利用無條件進入法、無條件捨去法和四捨五入法取概數，並做加、減之計算。
本基本學習內容延伸整數概算至乘、除計算，以及對小數在指定位數取概數，並做加、減、乘、除之計算。
- 教師應先複習在整數情境取概數並做加、減計算的問題，再引入在整數情境取概數並做乘、除計算的問題。
- 計算百分率時，經常要利用四捨五入法取概數，例如將 $\frac{18}{32}$ 先轉換成小數 0.5625，再轉換成整數值百分率 56%。教師應加強學生利用四捨五入法對小數在指定位數取概數的能力。

範例：

1. 將 5.1763 用四捨五入法取概數到小數點後第二位是多少？
 - (1) 5.2
 - (2) 5.17
 - (3) 5.18
 - (4) 5.176

2. 「一包麵粉重 0.463 公斤，4 袋麵粉，大約是多少公斤？」先用四捨五入法把一包麵粉的重量取概數到小數點後第二位再計算。
 - (1) 1.88
 - (2) 1.85
 - (3) 1.84
 - (4) 1.83

因數與倍數

五年級：

5-n-04：能理解因數和倍數。

5-n-05：能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。

六年級：

6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

6-n-02：能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。

6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。

5-n-04	能理解因數和倍數。	N-3-03
--------	-----------	--------

基本學習內容

5-nc-04-1 能理解因數和倍數。

5-nc-04-2 認識 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法。

基本學習表現

5-ncp-04-1 能理解因數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數的所有因數。

5-ncp-04-2 能理解倍數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數在某範圍內所有的倍數。

5-ncp-04-3 能判斷甲數是否為乙數的因數。

5-ncp-04-4 能判斷丙數是否為丁數的倍數。

5-ncp-04-5 能認識 2、5 及 10 的倍數判斷方法。

5-ncp-04-6 能認識 3 的倍數判斷方法。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-08、3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經熟記九九乘法，並理解除法的意義。
本基本學習內容首次引入因數與倍數的意義。
- 多數國小五年級學生已經掌握整數情境的乘除互逆，國小課程首次引入因數問題時，給定的數字都在九九乘法的範圍，因此教師可以透過乘法算式「 $5 \times 8 = 40$ 」，幫助學生認識 5 是 40 的因數，也可以透過除法算式「 $40 \div 5 = 8 \dots 0$ 」，幫助學生認識 5 是 40 的因數。
教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，例如判斷 23 是否為 12581 的因數問題時，就必須透過除法「 $12581 \div 23$ 」來判斷。
- 本基本學習內容限制五年級學生透過嘗試錯誤的方式，利用除法算式或乘法算式引入因數及倍數的意義，不宜透過質因數分解的算式引入因數或倍數。

- 五年級引入因數與倍數的目標之一是幫助學童做分數約分、擴分及通分的計算，數字的大小應配合分數之教學，通分時，兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1) 分母都是一位數字。
 - (2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 100。
 - (3) 乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。

- 本基本學習內容引入 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法，不討論 11 的倍數判斷方法。

- 可以透過百數表，幫助學生理解 2、5、10 的倍數判斷方法。
 當我們只在百數表內討論 2、5、10 倍數判斷方法時，只能保證 100 以內的數滿足這個性質，無法保證大於 100 的數也滿足這個性質。
 建議教師在百數表內討論完 2、5、10 倍數的判斷法後，還要舉一些比 100 大的整數例子，幫助學生察覺該判斷方法對大於 100 的數也成立。

- 3 的倍數判斷方法則由教師告知。

- 以 3627 為例，說明每個位數的數字和「 $3+6+2+7=18$ 」是 3 的倍數，3627 就是 3 的倍數。

$$3627=1000\times 3+100\times 6+10\times 2+1\times 7$$

$$=(999+1)\times 3+(99+1)\times 6+(9+1)\times 2+1\times 7$$

$$=(999\times 3+1\times 3)+(99\times 6+1\times 6)+(9\times 2+1\times 2)+7$$

$$=(999\times 3+\underline{3})+(99\times 6+\underline{6})+(9\times 2+\underline{2})+\underline{7}$$

$$=999\times 3+99\times 6+9\times 2+(\underline{3}+\underline{6}+\underline{2}+\underline{7})$$
 999×3、99×6、9×2 都是 3 的倍數，3 的倍數加 3 的倍數的和，還是 3 的倍數，所以「 $999\times 3+99\times 6+9\times 2$ 」是 3 的倍數。

- 區分「倍數」與「幾倍」的意義。
 部份成人可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。
 正確的說法是：2 不是 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。
 (1) 因數與倍數的意義：
 透過 $b=a\times q$ (或 $b\div a=q\dots 0$)判斷 a 是否為 b 的因數時，a、b、q 都必須是整數，而 0.1 不是整數，因此數學上不討論 2 是否為 0.1 的倍數。

(2) 幾倍的意義：

a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$ 。

將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。

範例：

1. 下列哪一組數是 54 的所有因數？

- (1) 1、2、3、6、9
- (2) 1、2、3、6、9、18、27、54
- (3) 1、2、6、9、27、54
- (4) 1、2、3、18、27、54、108

2. 下列哪一組數都是 6 的倍數？

- (1) 30、35、40、45
- (2) 16、26、36、46
- (3) 18、27、36、45
- (4) 6、12、18、24

3. 下列哪一個數不是 3 的倍數？

- (1) 135
- (2) 252
- (3) 357
- (4) 284

5-n-05	能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。	N-3-03
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-05-1 能認識兩數的公因數與最大公因數。

5-nc-05-2 能認識兩數的公倍數與最小公倍數。

基本學習表現

5-ncp-05-1 能認識兩數的公因數及最大公因數

5-ncp-05-2 能認識兩數的公倍數及最小公倍數

5-ncp-05-3 能判斷某數是否為給定兩數的公因數或最大公因數。

5-ncp-05-4 能判斷某數是否為給定兩數的公倍數或最小公倍數。

5-ncp-05-5 知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數

5-ncp-05-6 能解決簡單求公因數或最大公因數的情境問題。

5-ncp-05-7 能解決簡單求公倍數或最小公倍數的情境問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能理解因數和倍數的意義。
本基本學習內容幫助學生認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
- 本基本學習內容限制五年級透過列出兩數所有因數的方式，尋找兩數的公因數及最大公因數；透過列出兩數部份倍數的方式，尋找兩數的公倍數及最小公倍數。
教師不宜引入短除法求最大公因數及最小公倍數的策略，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。
- 如果學生通分時發生困難，教師可幫助學生知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數，可作為通分後的公分母。

- 以求 18 和 24 的公因數為例，教師可以先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數，例如 1、2、3、6 也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，幫助學生簡化求公因數的解題過程。
- 以求 8 和 12 的公倍數為例，教師可以先求出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。
- 可以透過簡單情境幫助學生認識最大公因數及最小公倍數的意義，但是五年級不宜評量利用最大公因數或最小公倍數解題的文字題。

範例：

1. 已知 12 的因數有 1、2、3、4、6、12。
24 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、24。
下列哪一個選項的數都是 12 和 24 的公因數？
 - (1) 1、3、8、24
 - (2) 1、2、4、8
 - (3) 1、3、6、12
 - (4) 1、2、6、24
2. 有一堆花片，4 個一數剛好可以數完，5 個一數也剛好可以數完，下列何者可能是這堆花片的個數？
 - (1) 30
 - (2) 40
 - (3) 45
 - (4) 50

6-n-01	能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。 (質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。	N-3-04
--------	--	--------

基本學習內容

6-nc-01-1 能認識質數、合數。

6-nc-01-2 能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，
被分解數 <100)。

基本學習表現

6-ncp-01-1 能認識質數。

6-ncp-01-2 能認識合數。

6-ncp-01-3 知道 1 不是質數也不是合數。

6-ncp-01-4 知道偶數中只有 2 是質數，其它偶數皆不是質數。

6-ncp-01-5 能認識質因數。

6-ncp-01-6 能用樹狀圖做質因數的分解。

6-ncp-01-7 能用短除法做質因數的分解。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-04 及 5-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數和倍數的意義；也認識兩數的公因數、公倍數，最大公因數與最小公倍數。
本基本學習內容幫助學生認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。
- 本基本學習內容要求學生能檢驗 20 以內的質數，國中階段(7-n-01)才要求學生檢驗 100 以內的質數。
- 本基本學習內容限制進行質因數分解時，質因數 <20 ，被分解數 <100 。
學生應熟悉 2、3、5、7、11、13、17、19 在 100 以內的倍數。
- 質數：除了 1 和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。
或不能分解成兩個大於 1 整數之乘積的整數稱為質數。

合數：有 3 個以上因數的整數稱為合數。

或能分解成兩個大於 1 整數之乘積的整數稱為合數。

1 不是質數，1 也不是合數。

- 質因數分解算式中的質數，可以要求由小至大排列，但使用短除法解題時不受限制。
- 國小階段質因數分解算式的乘積不寫成指數的形式。
- 可以利用樹狀圖或短除法做質因數分解，面對較大數字時短除法比較有效率，本基本學習內容要求學生能利用短除法做質因數分解。

範例：

1. 下列哪一個數不是質數？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 13
- (4) 17

2. 下列哪一個選項是「42」質因數分解的結果？

- (1) $2 \times 3 \times 7$
- (2) 6×7
- (3) 2×21
- (4) 3×14

6-n-02	能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。	N-3-05
--------	-----------------------	--------

基本學習內容

6-nc-02-1 能用短除法求兩數的最大公因數。

6-nc-02-2 能用短除法求兩數的最小公倍數。

基本學習表現

6-ncp-02-1 能用短除法求兩數的最大公因數。

6-ncp-02-2 能用短除法求兩數的最小公倍數。

6-ncp-02-3 能解決求公因數或最大公因數的情境問題。

6-ncp-02-4 能解決求公倍數或最小公倍數的情境問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-05 及 6-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經已有列出兩數所有因數及部份倍數的方式，尋找兩數的(最大)公因數和(最小)公倍數的解題經驗；也應該已經能用短除法做質因數的分解。
本基本學習內容幫助學生利用質因數分解法或短除法，找出兩數最大公因數或最小公倍數。
- 本基本學習內容限制用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 利用質因數分解算式求兩數最大公因數和最小公倍數時，應幫助學生察覺最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。
例如： $36 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$ ， $48 = \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$
36 和 48 的最大公因數「 $\underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$ 」，是這兩數共同質因數的乘積。
36 和 48 的最小公倍數「 $\underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3$ 」，是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

- 本基本學習內容只處理二個整數最大公因數和最小公倍數的問題，不處理三個整數(以上)最大公因數和最小公倍數的問題。
- 學生必須先知道「最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次」，以及理解「兩數互質」的意義，才能開始學習利用短除法求兩數的最大公因數及最小公倍數。
- 「兩數互質」是判斷短除法運算結果的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數和最小公倍數時，先提出共同的質因數，發現兩數互質時，最大公因數「 $2 \times 2 \times 3$ 」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 」是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$2 \begin{array}{|l} 36 \\ 48 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$2 \begin{array}{|l} 18 \\ 24 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$3 \begin{array}{|l} 9 \\ 12 \end{array} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數}$$

$$3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4) = 1, \text{ 互質表示沒有其它共同的質因數}$$

$$(36, 48) = \underline{2 \times 2 \times 3} \text{ (共同質因數的乘積)}$$

$$[36, 48] = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 (4 = 2 \times 2) \text{ (兩數質因數分解算式的乘積, 但共同質因數只乘一次)}$$

- 學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤方式解題的能力。
 例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。
 例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長方形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數的性質來解題。

範例：

1. 把長 18 公分、寬 12 公分的長方形方格紙，剪成大小相同且邊長為整數公分的正方形，全部剪完，沒有餘下。可以剪成的正方形最大的邊長是幾公分？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 6

2.
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10} \\ \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

上面是利用短除法求 12 和 20 最小公倍數的算式，下列何者是 12 和 20 最小公倍數？

- (1) 2×2
- (2) 3×5
- (3) $2 \times 3 \times 5$
- (4) $2 \times 2 \times 3 \times 5$

6-n-03	能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。	N-3-05
--------	------------------------	--------

基本學習內容

- 6-nc-03-1 能認識兩數互質的意義。
6-nc-03-2 能將分數約成最簡分數。

基本學習表現

- 6-ncp-03-1 能認識兩數互質的意義。
6-ncp-03-2 能認識最簡分數的意義。
6-ncp-03-3 能將分數約成最簡分數。

說明：

- 本基本學習內容為 6-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識質數、合數，並能用短除法做質因數的分解。
本基本學習內容幫助學生認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。
- 區分「質數」和「互質」的差異。
質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。
互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當 $(a, b)=1$ ，數學上稱 a 和 b 互質。
例如：1 不是質數，但是 $(1, 6)=1$ ，所以 1 和 6 互質。
- 五年級時不要求最後的答案必須是最簡分數。
六年級在容許的因、倍數範圍中，應要求最後的答案必須是最簡分數。
- 最簡分數是很多等值分數比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個分數的分子和分母互質，我們稱這個分數為最簡分數」的方式引入最簡分數。
教師應透過比較活動引入最簡分數，例如列出一些分子和分母都比 $\frac{18}{30}$ 小

的等值分數 $\frac{9}{15}$ 、 $\frac{6}{10}$ 、 $\frac{3}{5}$ ，說明這些分數中， $\frac{3}{5}$ 的分子和分母最小，稱 $\frac{3}{5}$ 為這些等值分數中的最簡分數，最後再說明可以利用分子和分母互質，判斷該分數是最簡分數。

範例：

1. 下列哪兩個數互質？

- (1) 1、5
- (2) 3、18
- (3) 17、34
- (4) 21、14

2. 下列哪一個數不是最簡分數？

- (1) $\frac{8}{9}$
- (2) $\frac{19}{20}$
- (3) $\frac{14}{21}$
- (4) $\frac{7}{10}$

比與比值

五年級：

5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用（含「百分率」、「折」）。

六年級：

6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。

6-n-10：能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

6-n-11：能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。

6-n-12：能認識速度的意義及其常用單位。

5-n-14	能認識比率及其在生活上的應用（含「百分率」、「折」）。	N-3-14
--------	-----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-14-1 能認識比率及其在生活上的應用（含「百分率」、「折」）。

基本學習表現

5-ncp-14-1 能認識比率及其在生活上的應用。

5-ncp-14-2 能認識百分率及其在生活上的應用。

5-ncp-14-3 能認識打折及其在生活上的應用。

5-ncp-14-4 能認識加成及其在生活上的應用。

5-ncp-14-5 能熟練常用百分率和分數的互換。

說明：

- 本基本學習內容引入比率(部份量÷全部量＝比率)，幫助學生延伸分數的意義，學習利用分數或百分率等描述部份佔全體的多寡。
- 五年級比率教學的重點是部份及全體的關係，例如全班 20 人，男生有 12 人，男生人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ (或 60%)。
六年級比值的教學重點是基準量及比較量兩量間的關係，例如甲的體重是 18 公斤，乙的體重是 30 公斤，乙的體重是甲的 $\frac{5}{3}$ 倍。
- 比率問題包含「比率未知」、「部份量未知」及「全部量未知」三類問題。因為「全部量未知」的問題涉及除數是分數的除法計算(6-n-04)，因此五年級只處理「比率未知」及「部份量未知」的問題，六年級再處理「全部量未知」的問題。

下面以「全班有 25 人，女生有 10 人」為例說明這三類問題的題型。
 比率未知問題：全班有 25 人，女生有 10 人，女生佔全班的幾分之幾？
 部份量未知問題：全班有 25 人，女生佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，女生有多少人？
 全部量未知問題：女生有 10 人，佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，全班有多少人？

- 百分率是常用的比率表示法，教師應幫助學生熟練常用百分率與分數的轉換，且評量時以常用百分率與分數的轉換為宜。

例如：

$$100\% = \frac{100}{100} = 1, 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}, 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4},$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, 60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}, 80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5},$$

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

- $75\% = 0.75$ ，指的是當全體佔 1 份時，部份佔 0.75 份。
 $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ ，指的是當全體佔 100 份時，部份佔 75 份；或全體佔 4 份時，部份佔 3 份。
- 比率是比或比值的先備知識，教師可以幫助學生用兩量併置的想法來解釋比率問題。
 例如全班有 20 人，男生有 12 人，男生人數佔全班的 60%，指的是當全班看成 100 人時，男生有 60 人；
 男生人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ ，指的是當全班看成 1 份時，男生有 $\frac{3}{5}$ 份。
 但是不能利用比或比值的記法來記錄比率問題，例如男生人數：全班人數 = 12 : 20，因為六年級才引入比或比值的記法。
- 應幫助學生區分「打八折」和「打七五折」的意義，「打八折」指的是售價是定價的 80%，「打七五折」指的是售價是定價的 75%。

範例：

- 1.快樂國小全校有 870 人，其中男生有 522 人，男生人數佔全校的比率是多少？
 - (1) 40%
 - (2) 60%
 - (3) 70%
 - (4) 80%
- 2.定價 1200 元的運動鞋打 8 折，售價是幾元？
 - (1) 1000
 - (2) 1500
 - (3) 1200
 - (4) 960
- 3.甲、乙兩人投籃，甲投 25 球進了 6 球，乙投 28 球進了 7 球，誰的進球率比較高？
 - (1) 甲
 - (2) 乙
 - (3) 一樣
 - (4) 不能比較

6-n-09	能認識比和比值，並解決生活中的問題。	N-3-15
--------	--------------------	--------

基本學習內容

6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-09-1 能認識比。

6-ncp-09-2 能認識相等的比。

6-ncp-09-3 能利用比的概念解決生活中的問題。

6-ncp-09-4 能認識比值。

6-ncp-09-5 能利用比值的概念解決生活中的問題。

6-ncp-09-6 能認識最簡單整數比。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-14 之後續學習概念，故學生應該已經認識比率、百分率及其在生活上的應用。
本基本學習內容將部份與全體比率的情境，延伸至基準量與比較量比或比值的情境。
- 五年級比率教學的重點是部份及全體的關係，例如全班 30 人，男生有 18 人，男生人數佔全班的 $\frac{3}{5}$ (或 60%)。
六年級比值的教學重點是兩量(基準量及比較量)間的關係，例如甲的體重是 18 公斤，乙的體重是 30 公斤，乙的體重是甲的 $\frac{5}{3}$ 倍。
- 比率問題包含「比率未知」、「部份量未知」及「全部量未知」三類問題。因為「全部量未知」的問題涉及除數是分數的除法計算(6-n-04)，因此五年級只處理「比率未知」及「部份量未知」的問題，六年級再處理「全部量未知」的問題。

下面以「全班有 25 人，女生有 10 人」為例說明這三類問題的題型。

比率未知問題：全班有 25 人，女生有 10 人，女生佔全班的幾分之幾？

部份量未知問題：全班有 25 人，女生佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，女生有多少人？

全部量未知問題：女生有 10 人，佔全班的 $\frac{2}{5}$ ，全班有多少人？

- 75% 是溝通部份與全體關係的比值，例如 $75\% = 75:100 = \frac{75}{100}:1 = \frac{75}{100}$ ，因此 75% 指的是當全體佔 100 份時，部份佔 75 份，或當全體佔 1 份時，部份佔 $\frac{75}{100}$ 份。

- 以甲 = 8、乙 = 5 為例，有二種溝通「乙：甲的比值」的方法。

(1) 乙：甲 = $5:8 = \frac{5}{8}:1$ ，因為數學上將基準量都看成 1，因此可以將基

準量 1 省略不記，只記比較量 $\frac{5}{8}$ ，並稱 $5:8 = \frac{5}{8}:1 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$

為 5:8 的比值。

$a:b = \frac{a}{b}:1 = \frac{a}{b}$ ，稱 a:b 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(2) 乙：甲 = $5:8 = 5\div 8 = \frac{5}{8}$ ， $5\div 8$ 指的是將基準量甲看成 1 時，比較量乙

會是 $\frac{5}{8}$ ，並稱乙：甲 = $5:8 = 5\div 8 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 5:8 的比值。

$a:b = a\div b = \frac{a}{b}$ ，稱 a:b 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

- 國小課本常出現「乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍」的語句，下面都是可以由「乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍」推論得到的說法。

(1) 基準量甲是 1 時，比較量乙是 $\frac{5}{8}$ 。

(2) 乙：甲 = $\frac{5}{8}:1$ 。

(3) 乙：甲的比值是 $\frac{5}{8}$ 。

(4) 乙：甲的最簡單整數比是 $5:8$ ($\frac{5}{8}:1=5:8$)，也就是乙有 5 份時，甲有 8 份，其中的 1 份可以是任意的量。

- 最簡單整數比是很多相等的比比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個整數比的前項和後項互質，我們稱這個整數比為最簡單整數比」的方式引入最簡單整數比。教師應透過比較活動引入最簡單整數比，例如列出一些和 $3:5$ 相等的整數比 $6:10$ 、 $15:25$ 、 $60:100$ 等，說明這些整數比中， $3:5$ 的前項和後項最小，我們稱 $3:5$ 為這些相等整數比中的最簡單整數比，再說明最簡單整數比的前項和後項會互質。

當學生學過最簡單整數比 $3:5$ 後，最簡單整數比 $3:5$ 指的是 3 份：5 份，其中的 1 份可以是任意的整數，也可以擴充至任意的數。

- 以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1) 單價法：先利用除法「 $5\div3=\frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利

用乘法「 $\frac{5}{3}\times9=\frac{45}{3}=15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

(2) 倍數法：先用除法「 $9\div3=3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，再用乘法「 $5\times3=15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，也就是 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

(3) 比的加法：

3 枝：5 元

3 枝：5 元

3 枝：5 元

合起來：9 枝：15 元

(4) 外項乘以外項等於內項乘以內項(內項乘以內項等於外項乘以外項)

先用算式「 $3:5=9:y$ 」記錄問題，透過『外項乘以外項會等於內項乘以內項』得到算式『 $3\times y=5\times 9$ 』後，再利用乘除互逆「 $3\times y=45$ ，則 $y=45\div3=15$ 」或等量公理「 $3\times y=45$ ， $y=45\div3=15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

- 教師可以引入「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的性質，幫助學生較有效率的解決四項比例式(相等的比)的問題。

以「 $3:5=\square:15$ 」為例，說明為什麼外項乘以外項會等於內項乘以內項。

$$3:5=\square:15$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}=\frac{\square}{15} \text{ (兩個比相等，則兩個比的比值也相等)}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \times 15}{5 \times 15}=\frac{\square \times 5}{15 \times 5} \text{ (以 } 5 \times 15 \text{ 為公分母，將 } \frac{3}{5} \text{ 和 } \frac{9}{15} \text{ 通分)}$$

$$\Rightarrow 3 \times 15=\square \times 5 \text{ (兩個相等分數的分母及分子都會相等)}$$

看著原問題「 $3:5=\square:15$ 」和結果「 $3 \times 15=\square \times 5$ 」，發現兩者間有「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的關係。

範例：

1.若 4 個鍋貼賣 30 元，姐姐買了 12 個，要花多少元？

- (1) 90
- (2) 80
- (3) 120
- (4) 60

2.大袋衛生紙有 48 包，小袋衛生紙有 8 包，請問大袋衛生紙和小袋衛生紙包數的比值是多少？

- (1) 48:8
- (2) 8:48
- (3) $\frac{1}{6}$
- (4) 6

6-n-10	能理解正比的意義，並解決生活中的問題。	N-3-15
--------	---------------------	--------

基本學習內容

6-nc-10-1 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

基本學習表現

6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 6-n-09 之後續學習概念，故學生應已認識比和比值。本基本學習內容透過列表的方式，幫助學生理解正比的意義，為國中引入正比的定義(7-n-13)鋪路。
- 「正比」和「比或比值」的關係密切，比的相等關係強調將相比的兩類量寫在一起，直覺上較簡單；而正比則是兩類量關係中的一種，應採用列表的方式記錄，並強調要使用比值來記錄正比關係，兩者間的關係，可運用列表的方式來統整。
下面以同學們同時量出不同長度的竹竿和對應影子長度的表格來說明：

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80	90	100
影子長(公分)	20	25	30	35	40	45	50

國小階段可以透過比或比值的方式來表示不同長度的竹竿和對應影子長度的關係。

- (1) 利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示：
竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、「50：25」、...、「100：50」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示。
- (2) 利用比值「竹竿長：影子長=2」來表示：
「40：20」、「50：25」、...、「100：50」這些相等的比的比值都是2，可以透過比值「竹竿長：影子長=2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的2倍」。

- 成正比是兩個集合間特殊的對應關係，下面都是成正比的定義。
 - (1) 竹竿的長度和對應影子的長度同時改變，而它們的比值不變，數學上稱竹竿的長度和影子的長度「成正比」或「成正比例」。
 - (2) 形如「 $y=kx$ 」的函數，數學上稱之為成正比。
 - (3) 如果函數的圖形是過原點的直線，數學上稱之為成正比。
國小階段尚未引入函數的記法，只能透過(1)溝通成正比的意義。

- 讓學生知道兩量變化時，一量增加，另一量也跟著增加的現象，並不一定是正比關係，並能判斷。
例如父和子的年齡、正方形邊長與面積的關係等，都不是正比的關係。

- 本基本學習內容不引入反比。

範例：

1. 正三角形的邊長與周長成正比，請完成下面表格。

正三角形的邊長(公分)	1	2	3	4	5	6	7
正三角形的周長(公分)	3	6		12			21

2. 下列哪一個選項中的兩量成正比？

(1) 正方形的邊長和面積的關係

邊長(公分)	1	2	3	4	5
面積(平方公分)	1	4	9	16	25

(2) 白米的重量和售價的關係

重量(公斤)	1	2	3	4	5
售價(元)	32	64	96	128	160

(3) 姐姐年齡和妹妹年齡的關係

姐姐年齡(歲)	6	7	8	9	10
妹妹年齡(歲)	3	4	5	6	7

(4) 幸福國小五年級各班男生人數和女生人數的關係

班級	1班	2班	3班	4班	5班
男生人數(人)	12	11	13	10	14
女生人數(人)	13	12	11	15	10

6-n-11	能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。	N-3-16
--------	--------------------------	--------

說明：

- 本基本學習內容不處理分年細目 6-n-11。
- 多數學生無法掌握導出單位的意義，教師不易幫助學生以單位的角度來分析問題。

6-n-12	能認識速度的意義及其常用單位。	N-3-16 N-3-17
--------	-----------------	------------------

基本學習內容

6-nc-12-1 能認識速度的意義，並解決生活中的速度問題。

6-nc-12-2 能認識速度常用單位，並進行速度常用單位間的化聚。

基本學習表現

6-ncp-12-1 能認識速度的意義。

6-ncp-12-2 能解決生活中的速度問題。

6-ncp-12-3 能認識速度常用單位。

6-ncp-12-4 能進行速度常用單位間的化聚。

說明：

- 本基本學習內容為 6-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經認識比和比值，並能解決生活中的問題。
本基本學習內容為比或比值的應用課程，只在等速的情境下討論平均速率。
- 速度與速率是兩種不同的概念，速度是向量的概念，速率是純量的概念；但是日常生活中常混用這兩個名詞，將速率與速度都稱之為速度。
本基本學習內容的速度，指的是日常生活中常用的一般名詞，只在等速的情境下討論平均速率。
- 日常生活中常見速率的用語「時速 60 公里或每小時跑 60 公里」，可以改記成比「60 公里：1 小時」或比值「60 公里/小時」。
- 以「甲車的速率是 60 公里/小時，跑 300 公里要花多少時間？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1) 單價法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，
 $300 \div 60 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(2) 倍數法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，
 300 公里是 60 公里的 5 倍， $1 \times 5 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5
 小時的答案。

(3) 比的加法：

60 公里/小時 = 60 公里：1 小時，

60 公里：1 小時
60 公里：1 小時
60 公里：1 小時
60 公里：1 小時
60 公里：1 小時
60 公里：1 小時

合起來：300 公里：5 小時

就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(4) 內項乘內項等於外項乘外項：

60 公里/小時 = 60 公里：1 小時，
 $60 : 1 = 300 : \square$ ，利用內項乘內項等於外項乘外項，
 得到 $60 \times \square = 1 \times 300$ ， $\square = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

- 也可以引入速度的公式：速度 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ 或 距離 = 速度 \times 時間，並幫助學生觀察「當速度一定時，距離和時間成正比」。
- 當學生能夠掌握長度、重量、容量等分小數倍化聚後，時間單位換算與計算也可以引入分數及小數倍的化聚問題，例如：20 分鐘 = $\frac{1}{3}$ 小時，或 0.3 分鐘 = 18 秒鐘等問題。
- 學生比較無法掌握比值想法解決速度換單位問題解題的意義

例如： $90 \frac{\text{公里}}{\text{小時}} = 90 \times \frac{1000 \text{公尺}}{60 \text{分鐘}}$

$$= 90 \times \frac{1000 \text{公尺}}{60 \text{分鐘}}$$

$$= 1500 \frac{\text{公尺}}{\text{分鐘}}$$

教師可以透過比的想法來解決換單位的問題。

$$\begin{aligned} \text{例如：} 90 \text{ 公里/小時} &= 90 \text{ 公里} : 1 \text{ 小時} \\ &= 90000 \text{ 公尺} : 60 \text{ 分鐘} \\ &= 1500 \text{ 公尺} : 1 \text{ 分鐘} \\ &= 1500 \text{ 公尺/分鐘} \end{aligned}$$

範例：

1. 電動摩托車 3 小時跑 60 公里，5 小時共跑多少公里？

- (1) 100
- (2) 60
- (3) 36
- (4) 20

2. 算算看，12 公尺/秒 = () 公尺/分，() 中應填入哪一個數字？

- (1) 0.2
- (2) 12
- (3) 288
- (4) 720

時間

一年級：

1-n-08：能認識常用時間用語，並報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻。

二年級：

2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。

2-n-13：能認識「年」、「月」、「星期」、「日」，並知道「某月有幾日」、「一星期有七天」。

三年級：

3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。

四年級：

4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。

五年級：

5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。

1-n-08	能認識常用時間用語，並報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻。	N-1-11
--------	------------------------------	--------

基本學習內容

- 1-nc-08-1 認識常用時間用語。
- 1-nc-08-2 能查閱日曆、月曆和年曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- 1-nc-08-3 能報讀鐘面上整點、半點的時刻。

基本學習表現

- 1-ncp-08-1 能辨識事件發生的先後順序。
- 1-ncp-08-2 認識常用時間用語(上午、中午、下午)。
- 1-ncp-08-3 認識常用時間用語(今天、昨天、明天)。
- 1-ncp-08-4 能查閱日曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- 1-ncp-08-5 能查閱月曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- 1-ncp-08-6 能查閱年曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
- 1-ncp-08-7 能報讀鐘面上整點及半點的時刻。



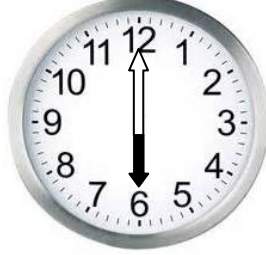
說明：

- 本基本學習內容首次引入時間的教材，幫助學生認識時間用語，報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻。
- 時刻指的是某一事件發生的時候，概念上是時間數線上的一個點，可以透過事件發生的先後順序幫助學生學習時刻的概念。時間指的是某一事件經過了多久，概念上是時間數線上的一段距離，可以透過事件發生的長短幫助學生學習時間的概念。
- 一年級報讀時刻的教學重點是整點及半點的時刻。
二年級報讀時刻的教學重點是所有的時刻。
一年級不宜稱半點為 30 分，例如不宜稱 9 點半為 9 點 30 分。

- 一年級月(日、年)曆教學重點是報讀今天是幾年幾月幾日星期幾。
二年級月(日、年)曆教學重點是認識時間單位「年、月、星期、日」，以及相鄰時間單位間的關係。
- 本基本學習內容建議在給定月曆及今天日期的情境下，才可評量昨天或明天的日期。

範例：

1.請填出鐘面上所呈現的時刻，請回答幾點或幾點半：

		
()	()	()

2.看月曆回答問題，請將答案填入()中：

9 月						
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	1	2	3

- (1)今天是9月8日，是星期()
 (2)昨天是()月()日星期()

2-n-12	能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。	N-1-11
--------	-----------------	--------

基本學習內容

- 2-nc-12-1 能認識鐘面上的刻度結構，並報讀鐘面上的時刻是幾點幾分。
 2-nc-12-2 知道整點至整點間經過多少時間。

基本學習表現

- 2-ncp-12-1 能認識鐘面上的刻度結構。
 2-ncp-12-2 能報讀鐘面上的時刻是幾點幾分。
 2-ncp-12-3 知道整點至整點間經過多少時間。
 2-ncp-12-4 能報讀數字鐘。
 2-ncp-12-5 能做時鐘和數字鐘間的表徵轉換。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語，並能報讀鐘面上整點、半點的時刻。
本基本學習內容延伸鐘面的報讀範圍至所有的時刻。
- 時鐘的鐘面只有 1~12 的數字，沒有 1~60 的數字，學生尚未熟記 5 的乘法時，必須先結合 5 個一數和 1 個一數，才能有效進行鐘面分針時刻的報讀。以報讀鐘面分針的時刻是 38 分為例，需透過 5、10、15、20、25、30、35、36、37、38，才能得到分針所指的位置是 38 分。
- 二年級教學時應強調 12 時制，例如上午 8 點升旗，下午 4 點放學，為三年級引入 24 時制鋪路。
- 教師應多提供學生撥教具時鐘的經驗，幫助學生理解 8 時 1 分至 8 時 59 分，鐘面的時針由 8 旋轉至 9，但是不會超過 9，避免學生誤將 8 時 55 分報讀成 9 時 55 分。

- 教師撥教具時鐘時，只能順時針方向撥時鐘，不能逆時針方向撥時鐘。以「3點的前一個小時是幾點？」的教學為例，教師不宜先將時鐘撥至3點，再透過逆時針方向撥時鐘至2點，說明3點的前一個小時是2點。教師可以畫出2點、3點及4點的時鐘圖像，透過撥時鐘說明2點經過1小時是3點，3點經過1小時是4點，再說明3點的前一個小時是2點。
- 本基本學習內容限制在提供教具時鐘或畫出鐘面的情境下，評量求兩時刻之間時間量的問題。兩時刻之間時間量問題包含下列類型：
 - (1) 知道兩時刻間經過多少時間，例如上午8點到上午10點經過2個小時。
 - (2) 知道甲時刻經過某時間量後是什麼時刻，例如上午8點經過2小時是上午10點。
 - (3) 知道甲時刻在某時間量之前是什麼時刻，例如上午10點前的2小時是上午8點。

範例：

1. 填一填：

		
() 點 () 分	() 點 () 分	() 點 () 分

2. 小安坐車去參觀畫展，上午8時從家裡出發，到達目的地是上午10時，共花了()小時。

2-n-13	能認識「年」、「月」、「星期」、「日」，並知道「某月有幾日」、「一星期有七天」。	N-1-11
--------	--	--------

基本學習內容

2-nc-13-1 認識時間單位「年」、「月」、「星期」、「日」。

2-nc-13-2 知道一年有 12 個月、每個月的天數及一星期有 7 天。

基本學習表現

2-ncp-13-1 認識時間單位「年」，知道一年有 12 個月。

2-ncp-13-2 認識時間單位「月」。

2-ncp-13-3 認識時間單位「星期」，知道一星期有 7 天。

2-ncp-13-4 認識時間單位「日」。

2-ncp-13-5 透過查月曆或年曆，知道每個月的天數。

2-ncp-13-6 透過查月曆，知道某段時間的天數。

2-ncp-13-7 認識平年及閏年。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-08 之後續學習概念，故學生應該已經認識常用時間用語，並能查閱月(日、年)曆，知道今天是幾月幾日星期幾。
本基本學習內容教學重點為認識時間單位「年、月、星期、日」，以及透過月(年)曆，知道相鄰兩單位的關係。
- 透過查看年曆，知道一年有 12 個月、每個月的天數及一星期有 7 天。
- 閏年與平年的判斷方法：
400 年中，約有 97 個閏年。4 的倍數有 100 個，100 的倍數有 4 個，400 的倍數有 1 個， $(100-4)+1=97$ 。
(1) 4 的倍數的年份是閏年。
(2) 100 的倍數的年份是平年(例如西元 100、200、300、500 年等都是平年)。

(3) 400 的倍數的年份是閏年(例如西元 400、800、1200、2000 年等都是閏年)。

上面說明閏年與平年的判斷方法是與教師溝通的，國小階段不宜引入閏年與平年的判斷方法，也不宜評量某年是閏年或平年的問題。

- 只能在提供月曆的情境下，評量下列問題，但不宜引入算式紀錄：
 - (1) 某時段的天數。
 - (2) 連續兩個月的天數和。
 - (3) 知道每個月至少有 4 個星期。

- 二年級只引入「分裝活動」和「平分活動」，學生沒有足夠除法問題的解題經驗，不宜進行時間單名數化成複名數的活動。

例如：課堂活動中可以進行「21 天是幾星期」的活動，但不宜過度評量。
 課堂活動中不宜進行「30 天是幾星期又幾天」的活動，也不宜評量。

範例：

1. 填填看：

- (1) 一星期有()天。
- (2) 1 年又 9 個月，也可以說是()個月。
- (3) 1 星期又 5 天，也可以說是()天。
- (4) 爸爸出差到美國 14 天，也可以說是()個星期。

2. 看月曆回答問題：

10 月						
日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

11 月						
日	一	二	三	四	五	六
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

10 月 29 日到 11 月 8 日共有()日。

3-n-13	能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。	N-2-24
--------	---	--------

基本學習內容

3-nc-13-1 認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」，及時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」相鄰兩單位的化聚關係(只處理大單位化為小單位)。

3-nc-13-2 認識 12 時制及 24 時制，並能進行互換。

3-nc-13-3 能進行時、分複名數時間量的加減(不進、退位)。

基本學習表現

3-ncp-13-1 認識時間單位「時」。

3-ncp-13-2 認識時間單位「分」。

3-ncp-13-3 認識時間單位「秒」。

3-ncp-13-4 能進行時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」中相鄰兩單位的化聚(只處理大單位化為小單位)。

3-ncp-13-5 認識 12 時制及 24 時制。

3-ncp-13-6 能進行 12 時制及 24 時制的互換。

3-ncp-13-7 能進行時、分複名數時間量的加減(不進、退位)。

3-ncp-13-8 能透過點數解決時刻及時間的加減問題。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-12 及 2-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀鐘面上的時刻是幾點幾分，並認識「年」、「月」、「星期」、「日」及其間的關係。
本基本學習內容開始認識較短的時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係。

- 時刻指的是某一事件發生的時候，概念上是時間數線上的一個點，學生透過事件發生的先後順序學習時刻的概念。時間指的是某一事件經過了多久，概念上是時間數線上的一段距離，學生透過事件發生的長短學習時間的概念。
- 分辨日常生活中的說法與數學上說法的異同。
 - (1) 「現在是什麼時間」是日常生活中經常使用的說法；數學上的說法是「現在是什麼時刻」。
 - (2) 「下午 12 時 40 分」是日常生活中經常使用的說法；數學上的說法是「下午 0 時 40 分」，因為 12 時制不會超過 12 時。
 - (3) 「11 時至 13 時或 12 時至 13 時都稱為中午」是日常生活中經常使用的說法；數學上的說法是「只有 12 時是中午」。
- 認識「1 日 = 24 小時」、「1 小時 = 60 分鐘」、「1 分鐘 = 60 秒鐘」的關係。教學時只討論「日」化「時」（例如：2 日 = 48 小時）、「時」化「分」、「分」化「秒」的問題。
不宜評量「時」聚「日」（例如：48 小時 = 2 日）、「分」聚「時」、「秒」聚「分」的問題。
- 以 1 小時 = 60 分鐘為例，教師應先溝通連續兩整點間是經過 1 小時，也是 60 分鐘，例如 8 時至 9 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘；15 時至 16 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘。再溝通 a 時 b 分至 (a+1) 時 b 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘，例如 6 時 25 分至 7 時 25 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘；17 時 13 分至 18 時 13 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘。
- 時間量的加減包含下列兩種類型：
 - (1) 單名數時間量的加減：
 - 包含「日」、「時」、「分」、「秒」，
 - 例如 3 日 + 5 日 = 8 日；12 時 - 7 時 = 5 時等。
 - (2) 複名數時間量的加減：
 - 只進行時、分複名數時間量的加減。
 - 例如：8 小時 30 分鐘 + 5 小時 25 分鐘等。
 - 三年級進行「時、分」複名數的加減計算時，不宜做進、退位的計算。

- 時刻及時間的加減問題包含下列三種類型：
 - (1) 兩時刻間經過多少時間量
例如：3時5分到3時8分，經過了多少分鐘？
 - (2) 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻
例如：現在是3時5分，經過5分鐘後是幾時幾分？
 - (3) 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻
例如：現在是3時5分，5分鐘前是幾時幾分？

- 本基本學習內容限制利用點數解決時刻及時間的加減問題，例如透過「5分至6分、6分至7分、7分至8分」，得到3時5分到3時8分經過3分鐘的答案。評量時不宜要求算式紀錄，四年級(4-n-13)才引入利用加減算式解決時間加減的問題。

範例：

1. 哥哥打電腦寫報告花了2小時，也可以說是幾分鐘？
 - (1) 20分鐘
 - (2) 60分鐘
 - (3) 120分鐘
 - (4) 200分鐘

2. 下午3時30分，用24時制來說，也可以說是幾時幾分？
 - (1) 3時30分
 - (2) 13時30分
 - (3) 15時30分
 - (4) 27時30分

3. 算算看，7小時2分鐘+3小時30分鐘=?
 - (1) 10小時50分鐘
 - (2) 10小時32分鐘
 - (3) 10小時
 - (4) 4小時2分鐘

4-n-13	能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。	N-2-24 N-2-25
--------	------------------------	------------------

基本學習內容

4-nc-13-1 能解決複名數的時間量加減計算問題。

4-nc-13-2 能解決複名數時間量整數倍的乘法計算問題(不進退位)。

基本學習表現

4-ncp-13-1 能解決複名數的時間量加減計算問題。

4-ncp-13-2 能解決複名數時間量整數倍的乘法計算問題(不進退位)。

4-ncp-13-3 能解決兩時刻間經過多少時間的問題。

4-ncp-13-4 能解決甲時刻經過某時間量後是什麼時刻的問題。

4-ncp-13-5 能解決甲時刻在某時間量之前是什麼時刻的問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。
本基本學習內容幫助學生解決複名數時間量的加減計算問題，以及時間量整數倍的乘法計算問題(不進退位)。
- 時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」的化聚：
三年級：只處理相鄰兩單位間大單位化為小單位的問題。
四年級：處理跨單位及雙向化聚的問題(包含單名數及複名數的雙向化聚)。
- 時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」的計算：
三年級：只處理同單位加減及不進退位的複名數時間量加減問題。
四年級：處理進退位的複名數時間量加減問題。
時間量整數倍的乘法計算問題(不進退位)。

■ 四年級時間的加減包含下列類型：

(1) 時間量的加減：

3 小時 10 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘。

(2) 時刻及時間的加減：

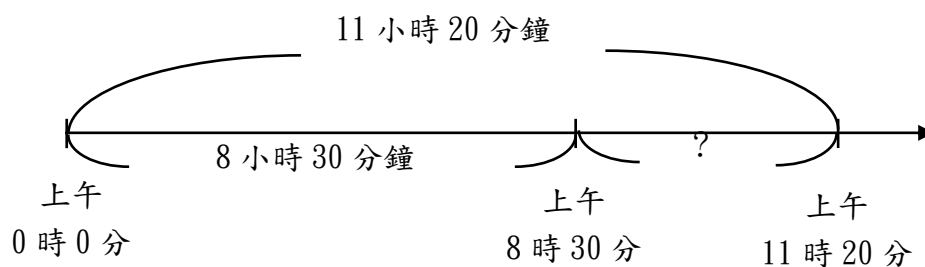
兩時刻間經過多少時間(3 時 5 分到 3 時 8 分經過多少時間)。

甲時刻經過某時間量後是什麼時刻(3 時 5 分，經過 5 分鐘後是什麼時刻)。

甲時刻在某時間量之前是什麼時刻(3 時 5 分，5 分鐘前是什麼時刻)。

■ 本基本學習內容透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。

以「上午 8 時 30 分到上午 11 時 20 分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午 8 時 30 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「8 小時 30 分鐘」，將「上午 11 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「11 小時 20 分鐘」，利用「11 小時 20 分鐘 - 8 小時 30 分鐘 = 2 小時 50 分鐘」，就能得到經過 2 小時 50 分鐘的答案。



範例：

1. 電影片長是 1 小時 50 分鐘，芳芳看完電影剛好是下午 5 時 20 分，請問電影開始播放的時間是下午幾時幾分？
2. 老師畫一幅人物畫花了 2 日 22 小時，畫另一幅風景畫花了 2 日 19 小時，畫這兩幅畫共花了幾日幾小時？
3. 爸爸從高雄開車到台北，上午 9 時 20 分從高雄出發，下午 4 時 10 分抵達台北，爸爸開車花了幾小時幾分鐘？
4. 演唱會在 10 時 50 分開始，經過 3 小時 55 分結束，結束時間是幾時幾分？

5-n-15	能解決時間的乘除計算問題。	N-3-19
--------	---------------	--------

基本學習內容
5-nc-15-1 能解決時間量的乘法計算問題。
5-nc-15-2 能解決時間量的除法計算問題。

基本學習表現
5-ncp-15-1 能解決時間量的乘法計算問題。
5-ncp-15-2 能解決等分除情境時間量的計算問題。
5-ncp-15-3 能解決包含除情境時間量的計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-13 之後續學習概念，故學生應該已經能解決複名數時間量的加、減計算及複名數時間量整數倍的乘法計算(不進退位)。本基本學習內容開始引入可進退位時間量整數倍的乘法計算，以及等分除和包含除情境時間量的除法計算。
- 本基本學習內容限制時間單位換算與乘、除計算時，數字都必須是整數，例如不宜評量「3.6 小時=()分鐘」的問題。
- 時間量的乘法計算問題：2 小時 30 分鐘 40 秒鐘 \times 3。
等分除情境時間量的計算問題：2 小時 20 分鐘 30 秒鐘 \div 3。
包含除情境時間量的計算問題：2 小時 20 分鐘 30 秒鐘 \div 40 分鐘 50 秒鐘。
- 以等分除情境時間量的問題「13 日 9 小時 48 分鐘 \div 4=()日()小時()分鐘」為例，可以有兩種幫助學生解題的方法
(1) 被除數換成單名數(都換成分鐘)策略：
1 小時=60 分鐘；1 日=24 小時=1440 分鐘
13 日 9 時 48 分=19248 分鐘(1440 \times 13+60 \times 8+48=19308)
19308 \div 4=4827(分鐘)
4827 分鐘=3 日 8 小時 27 分鐘

(2) 將被除數視為多單位估商策略：

$$\begin{array}{r}
 \text{日} \quad \text{小時} \quad \text{分鐘} \\
 3 \quad 8 \quad 27 \\
 \hline
 4) \quad 13 \quad 9 \quad 48 \\
 \quad -12 \quad +24 \quad +60 \\
 \hline
 1 \text{ 日} = 24 \text{ 小時} \quad \leftarrow 1 \quad 33 \quad 108 \\
 \quad \quad \quad -32 \quad -108 \\
 \hline
 1 \text{ 小時} = 60 \text{ 分鐘} \quad \leftarrow 1 \quad 0
 \end{array}$$

- 以包含除情境時間量的問題「機器完成一件成品要 3 日 8 時 50 分，14 日 19 時 15 分最多可完成幾件成品，剩下多少時間？」為例，可以有兩種幫助學生解題的方法

(1) 被除數和除數都換成「幾分鐘」策略：

$$24 \times 3 = 72, 72 + 8 = 80 \text{ (小時)}$$

$$60 \times 80 = 4800, 4800 + 50 = 4850 \text{ (分鐘)}$$

$$24 \times 14 = 336, 336 + 19 = 355 \text{ (小時)}$$

$$60 \times 355 = 21300, 21300 + 15 = 21315 \text{ (分鐘)}$$

$$21315 \div 4850 = 4 \text{ (件)} \dots\dots 1915 \text{ (分鐘)}$$

$$1915 \div 60 = 31 \text{ (小時)} \dots\dots 55 \text{ (分鐘)}$$

$$31 \div 24 = 1 \text{ (日)} \dots\dots 7 \text{ (小時)}$$

答：最多可以完成 4 件成品，剩下 1 日 7 時 55 分。

(2) 先乘後減策略：

$$3 \text{ 日 } 8 \text{ 時 } 50 \text{ 分} \times 4 = 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分}$$

$$14 \text{ 日 } 19 \text{ 時 } 15 \text{ 分} - 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分} = 1 \text{ 日 } 7 \text{ 時 } 55 \text{ 分}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{日} \quad \text{時} \quad \text{分} \\
 3 \quad 8 \quad 50 \\
 \times \quad \quad \quad 4 \\
 \hline
 13 \quad 11 \quad 20 \\
 \\
 14 \quad 19 \quad 15 \\
 -13 \quad 11 \quad 20 \\
 \hline
 1 \quad 7 \quad 55
 \end{array}$$

答：最多可以完成 4 件成品，剩下 1 日 7 時 55 分。

- 上面所舉等分除及包含除情境時間量的計算問題，都出現三個時間單位，主要是提供給教師參考，希望較詳細的說明兩種方法解題的意義。為了不要讓計算的數字太大，評量時不宜出現三個時間單位的複名數除法問題，只能評量二個相鄰時間單位的複名數除法問題。例如「13 小時 35 分 \div 5」，「13 小時 35 分 \div 3 小時 15 分」等問題。
- 上面分別提供等分除及包含除情境時間量計算問題兩種解題方法，其中第一種方法概念比較簡單，但是計算比較複雜，第二種方法概念比較困難，但是計算比較簡單。教學時可以嘗試說明這兩種解題方法，但是評量時學生只要解題成功即可，不宜限制學生使用第二種方法解題。

範例：

1. 小佳一天練琴時間為 1 小時又 40 分鐘，連續練習 10 天，小佳一共練琴幾小時幾分鐘？
 - (1) 1 小時 50 分鐘
 - (2) 4 小時
 - (3) 14 小時
 - (4) 16 小時 40 分鐘
2. 爸爸組裝模型共花了 20 日又 12 小時，一共組裝 6 件模型，爸爸平均組裝一件模型花多少時間？
 - (1) 3 日 22 小時
 - (2) 3 日 10 小時
 - (3) 3 日 2 小時
 - (4) 2 日 3 小時
3. 弟弟摺一架紙飛機平均需要 4 分鐘 20 秒鐘，弟弟 21 分鐘 40 秒鐘可以摺幾架紙飛機？
 - (1) 4
 - (2) 5
 - (3) 6
 - (4) 7

長度

一年級：

1-n-09：能認識長度，並作直接比較。

1-n-10：能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較物體的長短。

二年級：

2-n-14：能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。

2-n-15：能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。

三年級：

3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。

3-s-02：能認識周長，並實測周長。

四年級：

4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。

1-n-09	能認識長度，並作直接比較。	N-1-08 S-1-01 S-1-03
--------	---------------	----------------------------

基本學習內容

1-nc-09-1 能認識長度，進行長度的直接比較，並用「長、短、高、矮」等描述比較的結果。

基本學習表現

1-nc-09-1 能認識長度，進行長度的直接比較。

1-nc-09-2 能認識高度，進行高度的直接比較。

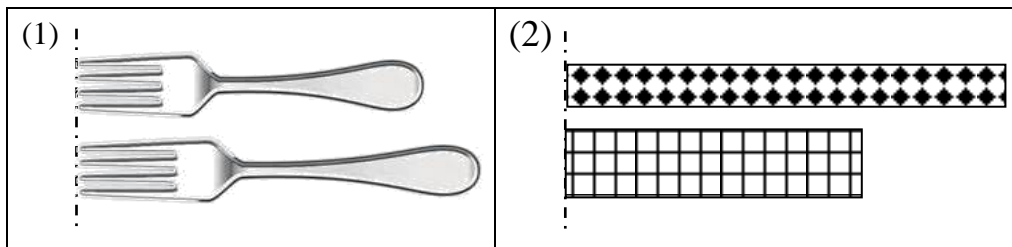
1-nc-09-3 能用「長、短、高、矮」等描述長度或高度比較的結果。

說明：

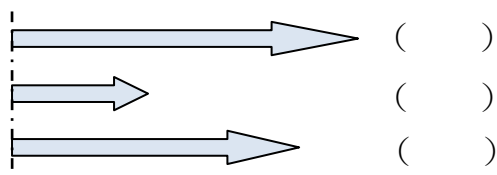
- 本基本學習內容首次引入量與實測的感官量教材「長度」，只比較兩個物件的長短，學生可以透過直接比較來判斷兩個物件誰比較長。
- 直接比較指的是不透過任何媒介物，利用直接比對來比較兩個物件的長短，例如將兩根鉛筆的一端對齊，透過另一端來比較這兩根鉛筆的長短。
- 本基本學習內容宜與「1-s-01：能認識直線與曲線」一起學習。
- 比較「直線與可以拉直曲線」長短時，因為可以將曲線拉直後與直線進行直接比較，屬於直接比較的問題；
比較「直線與無法拉直曲線」長短時，因為要透過先用繩子複製曲線的長度再與直線直接比較的過程，屬於間接比較的問題。
- 日常生活中常見的高度都是透過距離的概念來描述，例如用傳統的身高計來量身高時，身高指的是兩個平行平面的距離。距離概念對一年級學生而言相當困難，因此，評量高度的直接比較時，必須有輔助判斷的線。

範例：

1.把比較長的圈起來：



2.比一比，最短的在()打✓：



1-n-10	能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較物體的長短。	N-1-08
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

1-nc-10-1 能利用間接比較的方法比較兩物體的長短。

1-nc-10-2 能利用個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加減計算。

基本學習表現

1-ncp-10-1 能利用間接比較的方法比較兩物體的長短。

1-ncp-10-2 能利用個別單位實測，並描述實測的結果。

1-ncp-10-3 能利用個別單位實測的方法比較物體的長短。

1-ncp-10-4 能利用個別單位實測的結果進行加減計算。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-09 之後續學習概念，故學生應該已經能認識長度，並作直接比較。
本基本學習內容幫助學生利用間接比較或以個別單位實測的方法比較兩物體的長短，學生必須掌握長度的保留概念之後，才能進行本基本學習內容的教學活動。
- 長度保留概念指的是同一個物體的長度，不論誰來量的結果都一樣，而且物體的長度不會受到時間、空間與物體本身重組等影響而改變，學生必須有足夠測量或比較的經驗後，才能形成長度保留概念。
下面提出四種長度保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成。
第一種：物體的長度不會受到擺放位置的影響而改變。
例如將一條木棍橫放、直放、斜放、移來移去，這條木棍的長度都不會改變。

第二種：物體的長度不會受到時間的影響而改變。

例如昨天、今天、明天、後天、大後天、....，同一條木棍的長度都不會改變。

第三種：物體的長度不會受到形狀的影響而改變。

例如同一條繩子，不論拉直，打結或彎曲成任意的形狀，繩子的長度都不會改變。

第四種：物體的長度不會受到本身分割或重組的影響而改變。

例如將一條繩子切割成幾段，這幾段繩子接起來的長度，和原繩子一樣長。

■ 長度間接比較的方法包含下列類型：

(1)透過先複製再直接比較的方法比較兩物體的長短。

例如比較教室前面黑板和後面布告欄的長度時，可以先用繩子複製黑板的長度，再拿著複製的繩子和布告欄進行直接比較，就能判斷誰比較長。

(2)透過遞移的性質比較物體的長短。

例如以竹竿為媒介，透過直接比較得到教室前面黑板比竹竿長，竹竿比後面布告欄長時，就能透過長度遞移的性質，得到教室前面黑板比後面布告欄長的結果。

■ 本基本學習內容建議學習個別單位比較的程序如下：

(1) 先學習利用個別單位描述某物的長：

例如繩子和 5 個積木接起來一樣長，桌子和 20 個積木接起來一樣高。

(2) 再學習利用個別單位比較兩物的長：

例如甲繩和 12 個積木接起來一樣長，乙繩和 13 個積木接起來一樣長，13 個比 12 個多，所以乙繩比甲繩長。

(3) 最後學習利用個別單位實測的結果進行加減計算：

例如丙繩和 9 個積木接起來一樣長，丁繩和 5 個積木接起來一樣長，可以用 $9+5=14$ ，算出丙繩和丁繩接起來和 14 個積木一樣長；也可以用

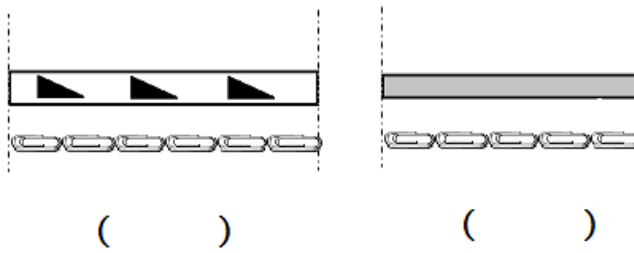
$9-5=4$ ，算出丁繩比丙繩長了 4 個積木。

■ 一年級首次引入長度，教學的重點是長度的直接比較、間接比較與個別單位比較，不引入長度的常用單位，二年級才開始引入長度的常用單位「公分」及「公尺」。

範例：

1. 比比看，教室前面的黑板和後面的布告欄，誰比較長？

2. 比比看，在比較長的()裡打✓：



2-n-14	能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。	N-1-08
--------	---------------------------------	--------

基本學習內容

2-nc-14-1 能理解用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並能說明原因。

基本學習表現

2-ncp-14-1 能理解用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並能說明原因。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能以個別單位實測的方法比較物體的長短，並利用個別單位實測的結果進行加、減計算。
本基本學習內容延伸個別單位解題的經驗，幫助學生理解用不同個別單位測量同一物件的長度時，其數值不同，並能說明原因。
- 本基本學習內容是兩單位間化聚活動的前置經驗。
化聚是兩個不同單位間轉換的問題，將大單位換成小單位稱為「化」，例如將 1 公尺化成 100 公分；將小單位換成大單位稱為「聚」，例如將 100 公分聚成 1 公尺。
- 教師應提供學生豐富的解題經驗，幫助學生理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同的理由。例如甲繩和 8 枝紅色鉛筆接起來一樣長，甲繩也和 6 枝灰色鉛筆接起來一樣長，6 之所以小於 8 的原因，是灰色鉛筆比紅色鉛筆長。
- 不宜評量用不同單位長度測量不同物件時，兩物件的長短關係。
例如：用鉛筆為單位測量甲冰箱，用筷子為單位測量乙冰箱，問哪個冰箱比較高。

範例：

1. 填填看：

一把美工刀和 4 根迴紋針一樣長，也和 2 塊橡皮擦一樣長。

一根迴紋針和一塊橡皮擦，哪一個比較長？()比較長。

2. 有一條繩子，和 45 條藍色緞帶接起來一樣長，也和 31 條綠色緞帶接起來一樣長，也和 20 條黃色緞帶接起來一樣長，也和 12 條紅色緞帶接起來一樣長，請問哪種顏色的緞帶最長？

(1)藍色 (2)綠色 (3)黃色 (4)紅色

2-n-15	能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。	N-1-08 N-1-09
--------	--	------------------

基本學習內容

2-nc-15-1 能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。

基本學習表現

- 2-ncp-15-1 能認識長度單位「公分」，並能以公分為單位作相關的實測與估測。
- 2-ncp-15-2 能以公分為單位作加、減及整數倍乘法計算。
- 2-ncp-15-3 能認識長度單位「公尺」，並能以公尺為單位作相關的實測與估測。
- 2-ncp-15-4 能以公尺為單位作加、減及整數倍乘法計算。
- 2-ncp-15-5 能認識 1 公尺 = 100 公分。
- 2-ncp-15-6 能使用直尺測量物長，並報讀物長大約幾公分。
- 2-ncp-15-7 能使用沒有 0 刻度的斷尺測量物長，並報讀物長大約幾公分。
- 2-ncp-15-8 能選擇恰當的單位描述物體的長短。
- 2-ncp-15-9 能在具體情境中，認識長度的遞移關係。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-09 及 1-n-10 之後續學習概念，故學生應該已經能認識長度，並能利用直接比較、間接比較及以個別單位實測的方法比較物體的長短。
本基本學習內容開始引入長度的常用單位「公分」及「公尺」，幫助學生作相關的實測、估測與同單位的計算。
- 本基本學習內容為國小階段第一次引入感官量的常用單位，建議先引入「公分」單位，待學生能進行公分單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公尺」單位。

- 本基本學習內容只幫助學生認識 1 公尺 = 100 公分，不進行公尺、公分間整數倍的化聚活動，也不進行公尺及公分複名數的加減計算。
- 教師應多提供學生以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測活動，例如以「1 公分」為單位來測量，知道鉛筆大約和 8 個「1 公分」接起來一樣長，所以鉛筆的長度是 8 公分；以「1 公尺」為單位來測量，教室外走廊的長大約和 12 個「1 公尺」接起來一樣長，所以教室外走廊的長是 12 公尺。教師不宜只要求學生用直尺測量物長，用直尺測量物長時，學生會將注意力放在被測量物兩邊端點在直尺上的刻度，不易建立長度的量感。
- 教師可以要求學生利用沒有刻度 0 的斷尺來測量物長，檢查學生是否掌握以「1 公分」為單位計數的能力。
以「橡皮擦的一端在刻度 4，另一端在刻度 7，問橡皮擦長幾公分？」為例：教師可以先說明直尺相鄰兩刻度間的距離都是 1 公分，要求學生利用點數有幾個 1 公分的方式來解題，刻度 4 到刻度 5、刻度 5 到刻度 6、刻度 6 到刻度 7 的長度都是 1 公分，得到橡皮擦和 3 個 1 公分接起來一樣長，也就是橡皮擦的長度是 3 公分的答案。
教師不宜要求學生利用減法算式「 $7-4=3$ 」算出橡皮擦的長度是 3 公分，二年級學生可能無法理解減法算式解題的意義。
- 量的估測活動不是實測的近似值，而是培養量感的活動(被測量物件和幾個單位長度接起來一樣長)，估測活動不宜過度評量。
- 測量是將單位量數值化的結果，因此掌握的單位量愈多，愈容易描述測量的結果。例如當我們能夠掌握 1 公分的量感，就能透過「1 公分」累積的次數，描述鉛筆大約長多少公分。透過 1 公分的累積次數描述走廊有多長很困難，因為累積的次數太多，如果我們能夠掌握 1 公尺的量感，就能透過「1 公尺」累積的次數，描述走廊大約長幾公尺。
當學生知道拇指和食指間的寬度是 7 公分(1 拵)，就能以 1 拵為單位量，測量黑板的長度，例如 40 個 1 拵接起來和黑板一樣長，黑板的長度就是 40 個 1 拵，也就是 $7 \times 40 = 280$ 公分。用 1 拵為單位量測量教室的周長太麻煩，當學生也知道伸直雙手的長度是 1.5 公尺，就能以伸直雙手的長度為單位量，測量教室的周長，例如 30 個伸直雙手的長度接起來和教室的周長一樣長，教室的周長就是 $1.5 \times 30 = 45$ 公尺。

- 在具體情境中，幫助學生認識長度的遞移性。例如得到甲繩比乙繩長，乙繩比丙繩長的結果後，先透過直接比較，幫助學生知道甲繩比丙繩長，當學生有一些解題經驗後，希望學生不必直接比較甲繩和丙繩，就能預期甲繩比丙繩長的結果。

範例：

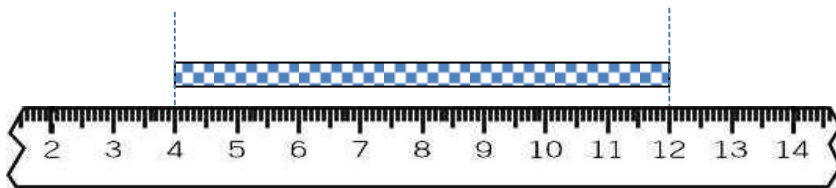
1. 黃色磁鐵棒長 5 公分，綠色磁鐵棒長 15 公分，2 支接起來共長多少公分？
用算式把做法記下來，並寫出答案。

答：()公分

2. 藍繩子長 14 公尺，紅繩子長 8 公尺，藍繩子比紅繩子長幾公尺？
用算式把做法記下來，並寫出答案。

答：()公尺

3. 填一填，緞帶長多少公分？



答：()公分

3-n-14	能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相關的實測、估測與計算。	N-2-17 N-2-26
--------	--	------------------

基本學習內容

- 3-nc-14-1 認識長度單位「毫米」，並能作相關的實測、估測與計算。
- 3-nc-14-2 能作「公尺」、「公分」、「毫米」單位間的化聚(只處理大單位化為小單位)，及複名數的加減及乘法計算。

基本學習表現

- 3-ncp-14-1 認識長度單位「毫米」，並能以毫米為單位作相關的實測與估測。
- 3-ncp-14-2 能以毫米為單位作加、減及整數倍乘法計算。
- 3-ncp-14-3 能認識「1公分=10毫米」、「1公尺=100公分」及「1公尺=1000毫米」。
- 3-ncp-14-4 能作公分與毫米單位間的大小比較。
- 3-ncp-14-5 能作公分與毫米複名數的加減計算(可以進退位)。
- 3-ncp-14-6 能作公分與公尺複名數的加減計算(不可以進退位)。
- 3-ncp-14-7 能選擇恰當的單位描述物體的長度。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-15 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。
本基本學習內容引入新的長度單位「毫米」；幫助學生認識「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相關的實測、估測與計算。
- 二年級時已認識「1公尺=100公分」的關係，本基本學習內容開始認識「1公分=10毫米」、「1公尺=1000毫米」的關係。

- 「公尺、公分」間是 100 倍的化聚關係，「公尺、毫米」間是 1000 倍的化聚關係，因為學生除法計算經驗不夠，因此只進行大單位化為小單位問題，例如「5 公尺 = () 公分」、「3 公尺 = () 毫米」，不進行小單位聚成大單位問題，例如「1500 公分 = () 公尺」、「3000 毫米 = () 公尺」。
- 可以引入「公尺、公分」以及「公尺、毫米」間複名數的加減計算，但是不可以進退位，也不必發展成嚴格的紀錄格式。
- 「公分、毫米」間是 10 倍的關係，可以進行雙向的整數倍化聚活動，例如「3 公分 = () 毫米」、「70 毫米 = () 公分」。
也可以引入「公分、毫米」間複名數的加減計算(可以進退位)，但不必發展成嚴格的紀錄格式。
- 日常生活中較少用到公尺和毫米的化聚及計算，課堂活動中可以討論，但是建議不宜評量。
- 毫米的引入應連結小數教學，例如知道 0.1 公分是 1 毫米，也知道 2.1 公分就是 2 公分 1 毫米。

範例：

1. 請問 24 公分和多少毫米一樣長？
(1) 2.4 毫米 (2) 24 毫米 (3) 240 毫米 (4) 2400 毫米
2. 小明的身高約 130()，請問()中適合填入什麼單位？
(1) 毫米 (2) 公分 (3) 公尺 (4) 公斤
3. 有一條長 12 公尺 78 公分的繩子，用去 5 公尺 20 公分後，剩下的繩子有多長？
(1) 7 公尺 58 公分
(2) 12 公尺 8 公分
(3) 17 公尺 98 公分
(4) 26 公尺 8 公分

3-s-02	能認識周長，並實測周長。	N-2-17 S-2-01
--------	--------------	------------------

基本學習內容

3-sc-02-1 能認識周長，並實測周長。

基本學習表現

3-scp-02-1 能認識周長。

3-scp-02-2 能實測簡單平面圖形的周長。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形的內、外部與其周界。
本基本學習內容幫助學生認識圖形的周長，實測簡單平面圖形的周長。
- 本基本學習內容實測的對象以三角形、正方形及長方形等簡單平面圖形為主，實測的單位以「公分」為主，實測的結果限制為整數。
三年級已引入「毫米」，當學生已掌握一位小數的意義，知道 1 毫米=0.1 公分，可以延伸實測的結果為一位小數。
- 多邊形的「周長」就是「邊長和」的意思。
三角形的周長指的是周界的長，所以三角形的周長是三條邊的長度和。
正方形的周長指的是周界的長，所以正方形的周長是四條邊的長度和。
長方形的周長指的是周界的長，所以長方形的周長是兩條長邊和兩條寬邊的長度和。
- 以計算邊長 5 公分的正三角形或正方形周長為例，可以要求學生用乘法算式「 5×3 」算出正三角形的周長是 15 公分，或用乘法算式「 5×4 」算出正方形的周長是 20 公分，為四年級引引入正三角形或正方形周長公式鋪路。
以計算長邊長 5 公分、寬邊長 3 公分的周長為例，因為三年級尚未引入併式的記法，可以要求學生用算式「 $5 \times 2 = 10$ 、 $3 \times 2 = 6$ ， $10 + 6 = 16$ 」或「 $5 + 3 = 8$ ， $8 \times 2 = 16$ 」算出長方形的周長，為四年級引入長方形周長公式鋪路。

- 部份三年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，例如無法掌握所有正三角形或正方形所成的集合。因此，不宜引入正三角形及正方形的周長公式。
三年級尚未引入加乘兩步驟問題的併式紀錄，因此，不宜引入長方形的周長公式。
國小四年級(4-s-09)才引入長方形和正方形的周長公式。
- 教師應區分正方形「某一條邊長」與「所有的邊長」間的差異。
學生認知的邊，可能只是正方形四條邊中的某一條；而教師認知的邊，指的是四條邊所成的集合。
- 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊，常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面這三種定義長邊和寬邊的方式，建議教師利用第三種方式溝通長邊與寬邊。
第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。
第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。
第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。

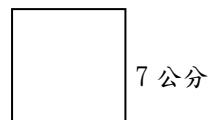
範例：

1. 如圖，量量看長方形的周長是多少公分？



2. 如圖，正方形的周長是多少公分？

- (1) 7 公分 (2) 14 公分 (3) 28 公分 (4) 49 公分



4-n-14	能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。	N-2-17 N-2-18 N-2-19 N-2-25
--------	--------------------------	--------------------------------------

基本學習內容

4-nc-14-1 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

基本學習表現

- 4-ncp-14-1 能作「公尺、公分」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。
- 4-ncp-14-2 能作「公里、公尺」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。
- 4-ncp-14-3 能作「公升、毫公升」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。
- 4-ncp-14-4 能作「公斤、公克」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-14、3-n-15 及 3-n-16 之後續學習概念，故學生應該能作「公分、毫米」進退位的加減計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容幫助學生以複名數解決量(長度、容量、重量)的加減及整數倍乘法計算問題。
- 三年級長度單位已引入「公尺、公分及毫米」；重量單位已引入「公斤、公克」；容量單位已引入「公升、毫公升」。
學生已學過「公分、毫米」進退位加減及整數倍乘法計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容強調「公尺、公分」、「公里、公尺」、「公升、毫公升」、「公斤、公克」進退位的加減及整數倍乘法計算，這些單位都是 100：1 或 1000：1 的關係。

- 三年級長度單位引入「公尺、公分及毫米」；但是只處理相鄰兩單位間大單位化為小單位的問題。

四年級長度單位引入「公里、公尺、公分及毫米」；開始處理跨單位及雙向化聚的問題。

雙向化聚問題評量時以「公里、公尺」及「公尺、公分」為宜。
- 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「 $38+25$ 」、「3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分 + 5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克 + 5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升 + 23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。
- 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 50 公分 + 5 公尺 80 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)。

⑩	①		
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒ 5 個①加 8 個①是 13 個①
+	8		⇒ 3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
		1 3	⇒ 13 個①是 1 個⑩3 個①
+	8		
		9 3	⇒ 合起來是 9 個⑩3 個①

	公尺	公分	
	3	50	
+	5	80	
		130	⇒ 50 公分加 80 公分是 130 公分
+	8		⇒ 3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
		1 30	⇒ 130 公分是 1 公尺 30 公分
+	8		
		9 30	⇒ 合起來是 9 公尺 30 公分

範例：

1. 算算看，3 公尺和 1 公尺 40 公分相差幾公尺幾公分？

- (1) 1 公尺 60 公分
- (2) 1 公尺 960 公分
- (3) 2 公尺 60 公分
- (4) 2 公尺 960 公分

2. 算算看，6 公斤 900 公克 + 5 公斤 400 公克 = ()

3. 一瓶沙拉油是 3 公升 700 毫公升，3 瓶是幾公升幾毫公升？

4-n-15	能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。	N-2-17
--------	-------------------------------------	--------

基本學習內容

4-nc-15-1 能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位間的化聚關係。

4-nc-15-2 能進行含公里單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

基本學習表現

4-ncp-15-1 能認識長度單位「公里」。

4-ncp-15-2 能以公里為單位作加、減及整數倍乘法計算。

4-ncp-15-3 認識「1 公里=1000 公尺」及「1 公里=100000 公分」。

4-ncp-15-4 能作「公里、公尺」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-15-5 能選擇恰當的長度單位描述物長。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-14 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度單位「公尺」、「公分」及「毫米」，並作相關的實測、估測與計算。
本基本學習內容引入長度單位「公里」，並作相關的實測、估測與計算。
- 本基本學習內容為長度量的總結，學生應該已經認識長度單位「公分」、「公尺」、「毫米」、「公里」單位間的關係，並作整數倍化聚及相關計算。
五年級才能引入分數或小數倍的化聚，例如 3.8 公尺=()公分，
20 公尺=()公里。
- 1 公里的量感不易引入，但可透過下列方式認識 1 公里大約有多長：
 - (1) 1 公里學生大約走 30 分鐘，成人大約走 15 分鐘。
 - (2) 操場跑道長 200 公尺，1 公里大約走 5 圈。

- 建議只要進行「公里、公尺」、「公尺、公分」、「公分、毫米」等較常使用的化聚及複名數加減計算，不宜進行「公尺、毫米」、「公里、公分」及「公里、毫米」等不常使用的化聚及複名數加減計算。

範例：

1. 「6 公里 50 公尺」也可說是多少公尺？

- (1) 605
- (2) 650
- (3) 6050
- (4) 6500

2. 高雄到台北的距離約 300 ()，請問 () 中適合填入什麼單位？

- (1) 毫米
- (2) 公分
- (3) 公尺
- (4) 公里

3. 小明每天晨跑 2 公里 500 公尺，一星期共跑了幾公里幾公尺？

- (1) 2 公里 500 公尺
- (2) 14 公里 350 公尺
- (3) 14 公里 500 公尺
- (4) 17 公里 500 公尺

重量

二年級：

2-n-17：能認識重量。

三年級：

3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。

四年級：

4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

五年級：

5-n-16：能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。

2-n-17	能認識重量。	N-1-10
--------	--------	--------

基本學習內容

2-nc-17-1 能認識重量，並進行重量的直接、間接與個別單位比較。

基本學習表現

2-ncp-17-1 能認識重量。

2-ncp-17-2 能利用天平進行重量的直接比較。

2-ncp-17-3 能在具體情境中，認識重量的遞移關係。

2-ncp-17-4 能透過遞移關係，進行重量的間接比較。

2-ncp-17-5 能進行重量的個別單位比較。

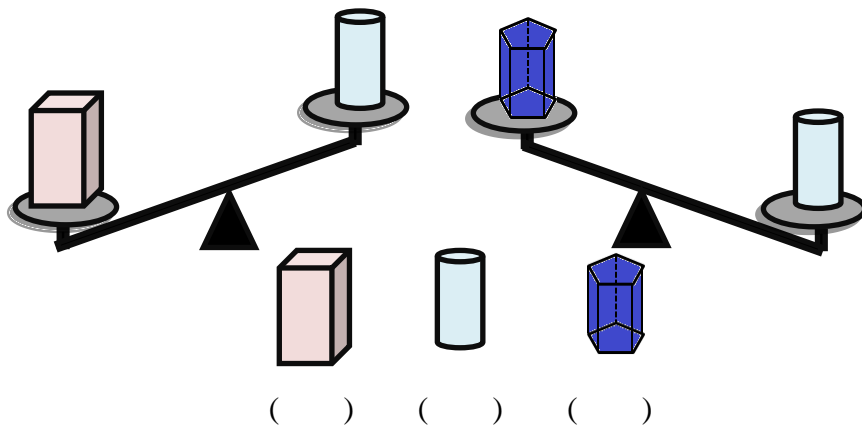
說明：

- 本基本學習內容首次引入重量的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來判斷兩個物體誰比較重。
- 本基本學習內容教學的重點是直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級(3-n-16)才開始引入重量的常用單位「公斤」及「公克」。
- 重量是存在於物質上的非視覺感官量。不同於長度、面積、體積、容量等可藉由視覺產生量感，必須藉由手掂實物來掌握量感，並和秤等工具連結，才能產生意義。
- 重量與體積的關係很密切，體積是視覺感官量，因此部份學生常透過兩個物體體積的大小，來判斷兩個物體的輕量關係，形成體積較大的物體比較重的結果。
當兩個物體的密度相同，或體積較大物體的密度比較大時，學生判斷的結果是正確的，但是，當體積較大物體的密度比較小時，學生判斷的結果可能是錯誤的。
教師應要求學生透過手掂實物或天平，比較密度不同物體的重量。

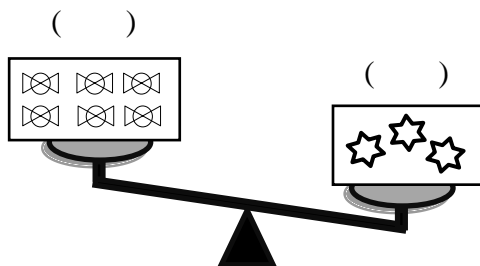
- 剛開始進行重量的教學時，教師應提供兩個重量不同的物體，要求學生比較哪一個物體比較重，而不是只提供一個物體，要求不同的學生描述這個物體很輕或很重，前者能幫助學生經驗重量的意義，而後者討論的重點是力氣的大小。
- 兩個物體輕重懸殊時，可以透過手掂實物進行直接比較，但是當兩個物體輕重的差異不大，手掂兩實物經常無法判斷輕重。
國小階段利用天平替代手掂實物來進行直接比較，學生基於對稱性的直覺，相信天平平衡時兩邊的物品重量相等。
- 重量不易進行複製，因此較少透過先複製再進行直接比較的方式進行間接比較，國小階段常利用第三物以及天平，透過遞移性來進行間接比較。例如先用天平知道甲物比乙物重，乙物比丙物重後，再利用遞移性得到甲物比丙物重的結果。

範例：

1. 最重的打✓，最輕的畫○：



2. 比較重的打✓：



3-n-16	能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。	N-2-19 N-2-26
--------	-------------------------------------	------------------

基本學習內容

3-nc-16-1 能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。

基本學習表現

3-ncp-16-1 能認識重量單位「公克」，能以公克為單位作相關的實測與估測。

3-ncp-16-2 能以公克為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

3-ncp-16-3 能認識重量單位「公斤」，能以公斤為單位作相關的實測與估測。

3-ncp-16-4 能以公斤為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

3-ncp-16-5 認識「1 公斤 = 1000 公克」，並進行公斤、公克間的整數倍化聚(只處理大單位化為小單位)。

3-ncp-16-6 能以公斤、公克為單位進行複名數加、減及整數倍乘法計算(不進退位)。

3-ncp-16-7 能認識秤，並能利用秤測量物重。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經能認識重量，並進行重量的直接、間接與個別單位比較。
本基本學習內容開始引入重量的常用單位「公克」及「公斤」，幫助學生作相關的實測、估測與計算。
- 本基本學習內容建議先引入「公克」單位，待學生能進行公克單位的實測、估測與加減計算後，再引入「公斤」單位。

- 認識「1 公斤=1000 公克」的關係。
因為「公斤、公克」單位間是 1000 倍的關係，而學生除法計算經驗不夠，因此只處理大單位化為小單位的問題，例如「5 公斤=()公克」，不處理小單位聚成大單位的問題，例如「3000 公克=()公斤」。
- 可進行公斤及公克複名數的加減計算，但不宜評量進位及退位問題。
- 二年級只進行直接、間接及個別單位比較。
三年級引入重量單位「公斤」及「公克」。
兩單位間的化聚關係，只處理大單位化為小單位；複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。
四年級引入進退位的複名數的加減及整數倍的計算。
五年級引入重量單位「公噸」。

範例：

1. 媽媽買了 6 公斤的綠豆，也可以說是幾公克？

- (1) 6 公克
- (2) 60 公克
- (3) 600 公克
- (4) 6000 公克

2. 將 2 公斤和 590 公克合起來是幾公克？

- (1) 592 公克
- (2) 610 公克
- (3) 790 公克
- (4) 2590 公克

4-n-14	能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。	N-2-17 N-2-18 N-2-19 N-2-25
--------	--------------------------	--------------------------------------

基本學習內容

4-nc-14-1 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

基本學習表現

4-ncp-14-1 能作「公尺、公分」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-2 能作「公里、公尺」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-3 能作「公升、毫公升」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-4 能作「公斤、公克」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-14、3-n-15 及 3-n-16 之後續學習概念，故學生應該能作「公分、毫米」進退位的加減計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容幫助學生以複名數解決量(長度、容量、重量)的加減及整數倍乘法計算問題。
- 三年級長度單位已引入「公尺、公分及毫米」；重量單位已引入「公斤、公克」；容量單位已引入「公升、毫公升」。
學生已學過「公分、毫米」進退位加減及整數倍乘法計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容強調「公尺、公分」、「公里、公尺」、「公升、毫公升」、「公斤、公克」進退位的加減及整數倍乘法計算，這些單位都是 100：1 或 1000：1 的關係。

- 三年級長度單位引入「公尺、公分及毫米」；但是只處理相鄰兩單位間大單位化為小單位的問題。
四年級長度單位引入「公里、公尺、公分及毫米」；開始處理跨單位及雙向化聚的問題。
雙向化聚問題評量時以「公里、公尺」及「公尺、公分」為宜。
- 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「 $38+25$ 」、「3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分 + 5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克 + 5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升 + 23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。
- 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 50 公分 + 5 公尺 80 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)。

⑩	①	
	3	5
+	5	8
		13
+	8	
		1 3
+	8	
		9 3

⇒5 個①加 8 個①是 13 個①

⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩

⇒13 個①是 1 個⑩3 個①

⇒合起來是 9 個⑩3 個①

	公尺	公分	
	3	50	
+	5	80	
		130	
+	8		
		1 30	
+	8		
		9 30	

⇒50 公分加 80 公分是 130 公分

⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺

⇒130 公分是 1 公尺 30 公分

⇒合起來是 9 公尺 30 公分

範例：

1. 算算看，3 公尺和 1 公尺 40 公分相差幾公尺幾公分？

- (1) 1 公尺 60 公分
- (2) 1 公尺 960 公分
- (3) 2 公尺 60 公分
- (4) 2 公尺 960 公分

2. 算算看，6 公斤 900 公克 + 5 公斤 400 公克 = ()

3. 一瓶沙拉油是 3 公升 700 毫公升，3 瓶是幾公升幾毫公升？

5-n-16	能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。	N-3-19
--------	-----------------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-16-1 能認識重量單位「公噸」，並進行「公噸」與「公斤」單位的化聚，以及含公噸單位複名數的加減及乘法計算。

基本學習表現

- 5-ncp-16-1 能認識重量單位「公噸」。
- 5-ncp-16-2 能以公噸為單位作加、減及整數倍乘法計算。
- 5-ncp-16-3 能認識「1 公噸=1000 公斤」，並進行公噸與公斤單位的整數倍化聚。
- 5-ncp-16-4 能認識「1 公噸=1000 公斤」，並進行公噸與公斤單位的分、小數倍化聚。
- 5-ncp-16-5 能進行含公噸單位複名數的加減計算。
- 5-ncp-16-6 能進行含公噸單位複名數的整數倍乘法計算。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-16 及 4-n-14 之後續學習概念，故學生應該已經認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算；也應該已經能做「公斤、公克」複名數的加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容引入新的重量單位「公噸」，並作相關的化聚及計算。
- 本基本學習內容限制五年級以前只能進行整數倍的化聚，五年級開始可以進行分數或小數倍的化聚。
整數倍單名數化聚(大單位化成小單位)：例如 5 公噸=()公斤
整數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)：例如：3000 公克=()公斤
分、小數倍單名數化聚(大單位化成小單位)：例如：3.2 公噸=()公斤
分、小數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)：例如：40 公克=()公斤

- 以「1 公克=()公斤」為例，教師可以透過將「1000 公克=1 公斤」等號兩邊同時平分成 1000 份的想法，將幫助學生掌握「1 公克 = $\frac{1}{1000}$ 公斤(或 0.001 公斤)」的結果。

將 1000 公克平分成 1000 份，其中的 1 份是 1 公克，將 1 公斤平分成 1000 份，其中的 1 份是 $\frac{1}{1000}$ 公斤(或 0.001 公斤)，可以得到「1 公克 = $\frac{1}{1000}$ 公斤(0.001 公斤)」的結果。

- 以「0.2 公斤=()公克」為例，說明如何幫助學生進行分、小數倍單名數化聚(大單位化成小單位)。

(1) 利用整數倍單名數化聚想法來解題

1 公斤=1000 公克，可以利用「 $1000 \times 5 = 5000$ 」算出 5 公斤是 5000 公克。

1 公斤=1000 公克，也可以利用「 $1000 \times 0.2 = 200$ 」算出 0.2 公斤是 200 公克。

(2) 利用單位量轉換的概念來解題

0.2 公尺是 0.2 個 1 公尺

⇒ 0.2 公尺是 0.2 個 100 公分(1 公尺=100 公分)

⇒ 0.2 公尺是 100 公分的 0.2 倍(可以記成 100×0.2)

⇒ 0.2 公尺是 20 公分($100 \times 0.2 = 20$)

(3) 當六年級引入比的教材後，可以利用比的概念，透過比例式「1 公尺：100 公分=0.2 公尺：()公分」解決問題。

- 以「40 公克=()公斤」為例，說明如何幫助學生進行分、小數倍單名數化聚(小單位聚成大單位)。

(1) 利用整數倍單名數化聚想法來解題

1 公斤=1000 公克，可以利用「 $4000 \div 1000 = 4$ 」算出 4000 公克是 4 公斤。

1 公斤=1000 公克，也可以利用「 $40 \div 1000 = 0.04$ 」算出 40 公克是 0.04 公斤。

(2) 利用單位量轉換的概念來解題

40 公克是 40 個 1 公克

⇒ 40 公克是 40 個 0.001 公斤(1 公克=0.001 公斤)

⇒ 40 公克是 0.001 公斤的 40 倍(可以記成 0.001×40)

⇒ 40 公克是 0.04 公斤 ($0.001 \times 40 = 0.04$)

- (3) 當六年級引入比的教材後，可以利用比的概念，透過比例式
「1 公斤：1000 公克=()公斤：40 公克」解決問題。

- 重量單位引入的年級：
三年級引入「公斤、公克」單位。
四年級沒有引入新的單位。
五年級引入「公噸」單位。

範例：

1. 一輛貨車重 10.3 公噸，也就是多少公斤？
(1) 1300
(2) 1030
(3) 10030
(4) 10300
2. 動物園的大象重 2300 公斤，也可以說是多少公噸？
(1) 230
(2) 23
(3) 2.3
(4) 0.23

容量

二年級：

2-n-16：能認識容量。

三年級：

3-n-15：能認識容量單位「公升」、「毫公升」(簡稱「毫升」)及其關係，並作相關的實測、估測與計算。

四年級：

4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

五年級：

5-n-21：能理解容量、容積和體積間的關係。

2-n-16	能認識容量。	N-1-10
--------	--------	--------

基本學習內容

2-nc-16-1 能認識容量，進行容量的直接、間接與個別單位比較。

基本學習表現

- 2-ncp-16-1 能認識容量。
- 2-ncp-16-2 能進行容量的直接比較。
- 2-ncp-16-3 能在具體情境中，認識容量的遞移關係。
- 2-ncp-16-4 能進行容量的間接比較。
- 2-ncp-16-5 能進行容量的個別單位比較。

說明：

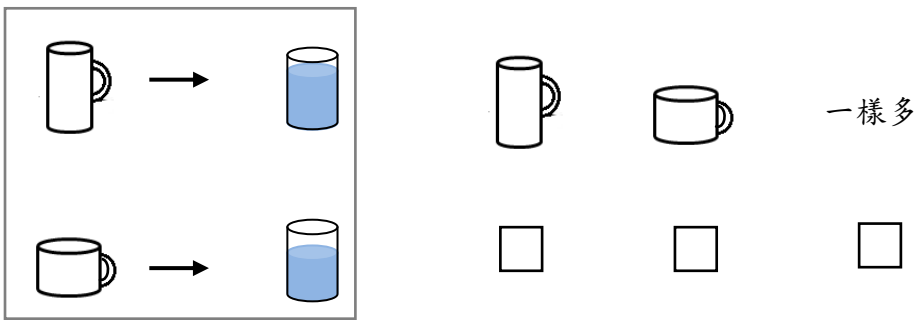
- 本基本學習內容首次引入容量的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來判斷兩個容器中誰的液量比較多，並認識容量的意義。
- 本基本學習內容的教學重點是直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級(3-n-15)才開始引入容量的常用單位「公升」及「毫公升」。
- 學生必須先學會描述容器中有多少液量，才知道容器中最多裝了多少液體，教師可以透過將水倒入容器的活動，幫助學生掌握液量的多寡，學生很容易發現，將液體倒入容器時，液體在容器中會愈來愈高，將液體倒出容器時，液體在容器中會愈來愈低。
教師也可以透過倒水活動，幫助學生形成液量保留概念，例如將水先倒出後再倒回容器，水量還是一樣多，或幫助學生理解等量的水，倒入不同的容器中，水量還是一樣多。

- 固體的周界是固定的，因此比較容易測量出固體的體積，但是液體的周界不固定，例如地上的一灘水，水會流動，隨時會改變形體，因此無法直接測量液體的體積，必須先用容器將液體的體積固定後，才能測量出液體的體積。當我們將容器裝滿液體時，液體的體積稱為該容器的容量。

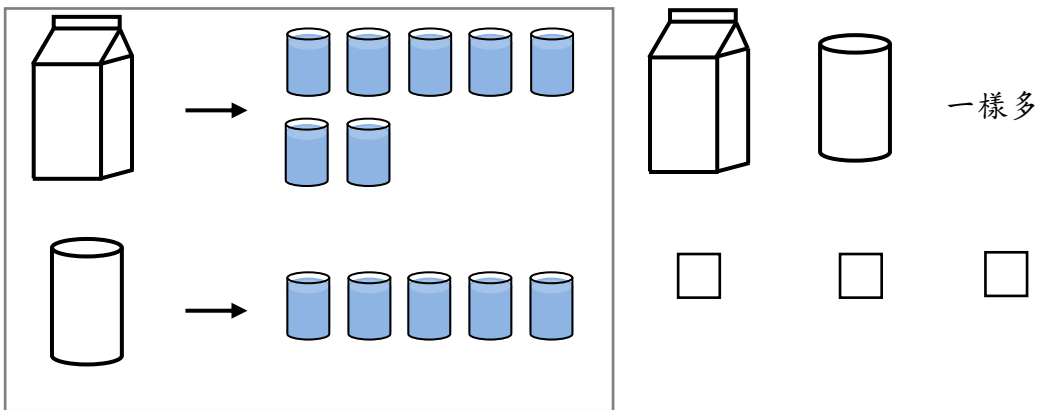
範例：

比比看，哪一個裝得多？在□裡打✓：

(1)



(2)



3-n-15	能認識容量單位「公升」、「毫公升」(簡稱「毫升」)及其關係，並作相關的實測、估測與計算。	N-2-18 N-2-26
--------	--	------------------

基本學習內容

3-nc-15-1 能認識容量單位「公升」、「毫公升」(簡稱「毫升」)及其關係，並作相關的實測、估測與計算。

基本學習表現

3-ncp-15-1 能認識容量單位「毫公升」，能以毫公升為單位作相關的實測與估測。

3-ncp-15-2 能以毫公升為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

3-ncp-15-3 能認識容量單位「公升」，能以公升為單位作相關的實測與估測。

3-ncp-15-4 能以公升為單位進行加、減及整數倍乘法計算。

3-ncp-15-5 認識「1 公升=1000 毫公升」，並進行公升、毫公升間的整數倍化聚(只處理大單位化為小單位)。

3-ncp-15-6 能以公升、毫公升為單位進行複名數加、減及整數倍乘法計算(不進退位)。

3-ncp-15-7 能認識量杯，並能利用量杯測量液量。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-16 之後續學習概念，故學生應該已經能認識容量，並進行容量的直接、間接與個別單位比較。
本基本學習內容開始引入容量的常用單位「毫公升」及「公升」，幫助學生作相關的實測、估測與計算。
- 認識「1 公升=1000 毫公升」的關係。
因為「公升、毫公升」單位間是 1000 倍的關係，而學生除法計算經驗不夠，因此只處理大單位化為小單位的問題，例如「5 公升=()毫公升」，不處理小單位聚成大單位的問題，例如「3000 毫公升=()公升」。

- 知道養樂多 1 瓶是 100 毫公升，透過操作 10 瓶養樂多是 1 公升的活動，知道 100 毫公升是 $\frac{1}{10}$ 公升(或 0.1 公升)。
- 可進行公升及毫公升複名數的加減計算，但不宜評量進位及退位問題。
- 二年級只進行直接、間接及個別單位比較。
三年級引入容量單位「公升」及「毫公升(毫升)」。
兩單位間的化聚關係，只處理大單位化為小單位；複名數的加減計算，只處理不進退位的問題。
四年級引入進退位的複名數的加減及整數倍的計算。
五、六年級都沒有容量單位的分年細目。

範例：

1. 請問 8 公升和多少毫公升一樣多？
 - (1) 8 毫公升
 - (2) 80 毫公升
 - (3) 800 毫公升
 - (4) 8000 毫公升
2. 算算看，9 公升 500 毫公升比 5 公升 300 毫公升多多少？
 - (1) 4 公升 200 毫公升
 - (2) 4 公升 800 毫公升
 - (3) 14 公升 200 毫公升
 - (4) 14 公升 800 毫公升

4-n-14	能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。	N-2-17 N-2-18 N-2-19 N-2-25
--------	--------------------------	--------------------------------------

基本學習內容

4-nc-14-1 能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。

基本學習表現

4-ncp-14-1 能作「公尺、公分」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-2 能作「公里、公尺」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-3 能作「公升、毫公升」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

4-ncp-14-4 能作「公斤、公克」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-14、3-n-15 及 3-n-16 之後續學習概念，故學生應該能作「公分、毫米」進退位的加減計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容幫助學生以複名數解決量(長度、容量、重量)的加減及整數倍乘法計算問題。
- 三年級長度單位已引入「公尺、公分及毫米」；重量單位已引入「公斤、公克」；容量單位已引入「公升、毫公升」。
學生已學過「公分、毫米」進退位加減及整數倍乘法計算，「公升、毫公升」及「公斤、公克」的不進退位加減及整數倍乘法計算。
本基本學習內容強調「公尺、公分」、「公里、公尺」、「公升、毫公升」、「公斤、公克」進退位的加減及整數倍乘法計算，這些單位都是 100：1 或 1000：1 的關係。

- 三年級長度單位引入「公尺、公分及毫米」；但是只處理相鄰兩單位間大單位化為小單位的問題。

四年級長度單位引入「公里、公尺、公分及毫米」；開始處理跨單位及雙向化聚的問題。

雙向化聚問題評量時以「公里、公尺」及「公尺、公分」為宜。
- 二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「 $38+25$ 」、「3 小時 40 分鐘+2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分+5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克+5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升+23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。
- 下面以「 $35+58$ 」和「3 公尺 50 公分+5 公尺 80 公分」為例，建議教師幫助學生理解這兩個運算相同，二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個⑩)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)。

⑩	①		
	3	5	
+	5	8	
		13	⇒5 個①加 8 個①是 13 個①
+	8		⇒3 個⑩加 5 個⑩是 8 個⑩
		1 3	⇒13 個①是 1 個⑩3 個①
+	8		
		9 3	⇒合起來是 9 個⑩3 個①

	公尺	公分	
	3	50	
+	5	80	
		130	⇒50 公分加 80 公分是 130 公分
+	8		⇒3 公尺加 5 公尺是 8 公尺
		1 30	⇒130 公分是 1 公尺 30 公分
+	8		
		9 30	⇒合起來是 9 公尺 30 公分

範例：

1. 算算看，3 公尺和 1 公尺 40 公分相差幾公尺幾公分？

- (1) 1 公尺 60 公分
- (2) 1 公尺 960 公分
- (3) 2 公尺 60 公分
- (4) 2 公尺 960 公分

2. 算算看，6 公斤 900 公克 + 5 公斤 400 公克 = ()

3. 一瓶沙拉油是 3 公升 700 毫公升，3 瓶是幾公升幾毫公升？

5-n-21	能理解容量、容積和體積間的關係。	N-3-21
--------	------------------	--------

基本學習內容

5-nc-21-1 能理解容量、容積和體積間的關係，並解決容量、容積和體積間相關的問題。

基本學習表現

- 5-ncp-21-1 能認識容積。
- 5-ncp-21-2 能理解容量、容積和體積間的關係。
- 5-ncp-21-3 知道「1ml=1c.c.」。
- 5-ncp-21-4 能解決容量、容積和體積間相關的問題。
- 5-ncp-21-5 能算出不規則形狀物體的體積。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-15 及 4-n-19 之後續學習概念，故學生應該已經認識容量及體積。
本基本學習內容幫助學生理解容量、容積和體積間的關係。
- 容量、容積與體積均為空間大小的量，體積代表實體佔有的空間，容量與容積代表實體內可負載的量。
- 一粒米或一顆沙的體積是固定的，但是一堆米或一堆沙的情境和液體相同，會流動並隨時改變周界的形狀，因此可以類比容量的概念，用容積來描述米或沙的量。
以一個長、寬、高都是 10 公分的容器為例，當這個容器裝滿液體時，我們稱該容器的容量是 1 公升，當這個容器裝滿米或沙(平鋪而沒有凸出)等固體時，我們稱該容器的容積是 1 公升。
- 固體的周界是固定的，因此比較容易測量出固體的體積，但是液體的周界不固定，例如地上的一灘水，水會流動，隨時會改變形體，因此無法直接測量液體的體積，必須先用容器將液體的體積固定後，才能測量出液體的體積。

當我們將容器裝滿液體時，液體的體積稱為該容器的容量。

以玻璃杯為例，玻璃是固體，玻璃部份所佔的空間，稱為玻璃杯的體積；如果玻璃杯最多能裝 500 立方公分的水，我們稱玻璃杯的容量為 500 毫公升；如果玻璃杯的容量是 500 毫公升，指的是當它裝滿水時，水的體積是 500 立方公分。

- 「c.c.」是英文「cubic centimeter(立方公分)」的簡記，而立方公分是體積的單位，因此「c.c.」是體積的單位，ml(毫公升)才是容量的單位。
- 在沒裝滿水的量杯內丟入 1 立方公分的白色積木，水位會上升 1ml，可以得到 $1\text{c.c.} = 1\text{ml}$ 的關係。
在裝滿水的杯子內丟入 1 立方公分的白色積木，1 立方公分白色積木排出的水量就是 1 c.c.。
- 可以討論「沉入水中物體的體積，等於此物體所排開的水量，也就是水所佔空間的體積」。

範例：

1. 有一個長方體容器，容器內部長 20 公分，寬 15 公分，高 10 公分，此容器的容積是多少公升？
 - (1) 3000
 - (2) 300
 - (3) 30
 - (4) 3
2. 量杯中水面的刻度為 1500 毫升，放入鐵塊後，鐵塊完全沒入水中，此時量杯中水面的刻度為 2100 毫升，請問鐵塊的體積是多少 cm^3 ？
 - (1) 2100
 - (2) 600
 - (3) 60
 - (4) 6

面積

二年級：

2-n-18：能認識面積。(同 2-s-04)

三年級：

3-n-18：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。

四年級：

4-n-17：能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並作相關計算。

4-n-18：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同-s-09)

五年級：

5-n-17：能認識面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」及其關係，並作相關計算。

5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)

六年級：

6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)

2-n-18	能認識面積。(同 2-s-04)	N-1-10 S-1-03
--------	------------------	------------------

基本學習內容

2-nc-18-1 能認識面積，進行面積的直接比較、間接比較與個別單位比較。

基本學習表現

2-ncp-18-1 能認識面積。

2-ncp-18-2 能進行面積的直接比較。

2-ncp-18-3 能進行面積的間接比較。

2-ncp-18-4 能進行面積的個別單位比較(限制以正方形或長方形為個別單位)。

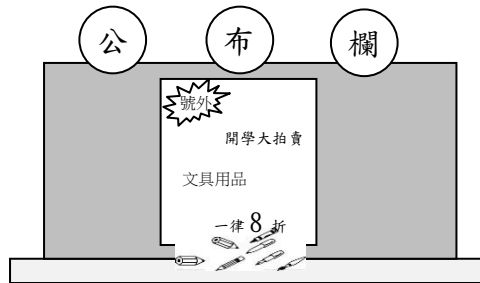
2-ncp-18-5 能在具體情境中，認識面積的遞移關係。

說明：

- 本基本學習內容首次引入面積的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來比較兩個圖形面積的大小。
- 本基本學習內容的教學重點是直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級(3-n-18)才開始引入面積的常用單位「平方公分」。
- 本基本學習內容面積的直接比較只處理一個圖形包含於另一個圖形的情形，不處理無法包含的情形。
- 「面積」的名詞不宜出現在二年級的教學與評量中，三年級才引入「面積」的名詞。
- 本基本學習內容限制以長方形及正方形為面積的個別單位。

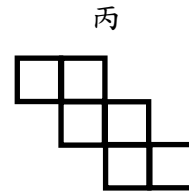
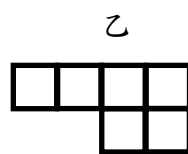
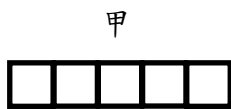
範例：

1. 比比看，公布欄和海報，誰的面比較大？



答：()

2. 下面哪一個圖形的面最小？()



3-n-18	能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同 3-s-05)	N-2-21 S-2-02
--------	-------------------------------------	------------------

基本學習內容

3-nc-18-1 能認識面積單位「平方公分」，並進行實測、估測及計算。

基本學習表現

- 3-ncp-18-1 能認識面積單位「平方公分」。
- 3-ncp-18-2 能以平方公分為單位作相關的實測與估測。
- 3-ncp-18-3 能以平方公分為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- 3-ncp-18-4 能用乘法算出平方公分板上長方形的面積。
- 3-ncp-18-5 能在方格紙上畫出給定面積的長方形。
- 3-ncp-18-6 知道沿著對角線，能將長方形剪成兩個全等的直角三角形，也知道兩個全等的直角三角形可以拼成一個長方形，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。

說明：

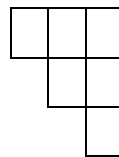
- 本基本學習內容為 2-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積，並能進行面積的直接、間接與個別單位比較。
本基本學習內容開始引入面積的常用單位「平方公分」，並做相關的實測、估測及計算。
- 教師應多提供學生以「1 平方公分」為單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」面積的量感。
- 當學生理解「1 平方公分」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位時，就能幫助學生進行平方公分面積單位的加、減和整數倍計算。
例如甲紙片和 10 個「1 平方公分」合起來一樣大，乙紙片和 8 個「1 平方公分」合起來一樣大，可以利用加法「 $10+8=18$ 」算出兩張紙片合起來的面積與 18 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以兩張紙片的面積和是 18 平方公分。
也可以利用減法「 $10-8=2$ 」算出甲紙片的面積比乙紙片大 2 個「1 平方公分」，所以甲紙片和乙紙片的面積差是 2 平方公分。

- 以求長方形面積為例，教師可以透過平方公分板，先幫助學生點數長方形的面積和幾個 1 平方公分合起來一樣大，也就是幾平方公分；再要求學生透過「一排有幾個 1 平方公分，有幾排」的方式，用乘法計算出長方形的面積是幾個 1 平方公分，也就是幾平方公分。
三年級只能討論給定長方形的面積是幾平方公分，不能引入長方形的面積公式，四年級(4-n-18)才引入長方形面積公式。
- 在九九乘法的範圍內，幫助學生在邊長 1 公分的方格紙上畫出已知面積的長方形，例如畫出面積是 24 平方公分的長方形。
- 應要求學生沿著對角線，將長方形剪成兩個三角形後，認識這兩個三角形是全等的直角三角形；也知道這兩個全等的直角三角形，可以拼成一個長方形，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。
也可以要求學生沿著對角線，將正方形剪成兩個三角形後，認識這兩個三角形是全等的等腰直角三角形；也知道這兩個全等的等腰直角三角形，可以拼成一個正方形，其中一個等腰直角三角形的面積是正方形面積的一半。
三年級不可引入「直角三角形」及「等腰直角三角形」的名詞。
- 二年級只進行面積的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入面積單位「平方公分」。
四年級引入面積單位「平方公尺」。
五年級引入面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」。

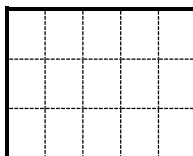
範例：

1.如圖，每一個方格的面積都是 1 平方公分，此圖形的面積是多少平方公分？

- (1) 5 平方公分
- (2) 6 平方公分
- (3) 8 平方公分
- (4) 9 平方公分



2.如圖，每一個方格的面積都是 1 平方公分，用乘法算出長方形的面積是多少平方公分？



4-n-17	能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並作相關計算。	N-2-21
--------	--	--------

基本學習內容

- 4-nc-17-1 能認識面積單位「平方公尺」，並進行實測及估測。
- 4-nc-17-2 能進行平方公分及平方公尺間的化聚活動(大單位化為小單位)。
- 4-nc-17-3 能進行平方公尺及平方公分複名數的加、減計算。

基本學習表現

- 4-ncp-17-1 能認識面積單位「平方公尺」。
- 4-ncp-17-2 能以平方公尺為單位作相關的實測與估測。
- 4-ncp-17-3 能以平方公尺為單位進行加、減計算。
- 4-ncp-17-4 能以平方公尺為單位進行整數倍乘法計算。
- 4-ncp-17-5 能認識「1 平方公尺=10000 平方公分」，並進行平方公尺、平方公分間的整數倍化聚活動(只處理大單位化為小單位)
- 4-ncp-17-6 能以平方公尺、平方公分為單位進行複名數加、減計算。
- 4-ncp-17-7 能以平方公尺、平方公分為單位進行複名數乘法計算。
- 4-ncp-17-8 能理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，並能說明原因。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。
本基本學習內容開始引入面積的常用單位「平方公尺」，進行平方公分、平方公尺間的化聚活動，並作相關計算。
- 教師應多提供學生以「1 平方公尺」為單位的實測活動，例如走廊和 27 個「1 平方公尺」合起來一樣大，所以走廊的面積是 27 平方公尺，幫助學生建立較大單位面積的量感。

- 當學生理解「1 平方公尺」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位，就能幫助學生進行平方公尺面積單位的加減和整數倍計算。
例如甲地和 10 個「1 平方公尺」合起來一樣大，乙地和 8 個「1 平方公尺」合起來一樣大，可以利用加法「 $10+8=18$ 」算出兩地合起來的面積與 18 個「1 平方公尺」合起來一樣大，所以兩地的面積和是 18 平方公尺。也可以利用減法「 $10-8=2$ 」算出甲地的面積比乙地大 2 個「1 平方公尺」，所以甲地和乙地的面積相差 2 平方公尺。
也可以利用乘法「 $10\times 3=30$ 」算出甲地面積的 3 倍與 30 個「1 平方公尺」合起來一樣大，也就是 30 平方公尺。
- 三年級引入面積單位「平方公分」，四年級引入面積單位「平方公尺」。本基本學習內容開始進行「平方公分」和「平方公尺」的化聚活動。因為學生除法的經驗尚不足，因此只可以評量平方公尺化成平方公分的問題，例如「8 平方公尺 = () 平方公分」，不宜評量「平方公分」聚成「平方公尺」的問題，例如「80000 平方公分 = () 平方公尺」。
- 二年級(2-n-14)學生已經理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。延伸上面的解題經驗，本基本學習內容要求學生也能理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，並能說明原因。例如：有一塊地板，用藍色磁磚鋪 450 塊可以鋪滿，用綠色磁磚鋪要 310 塊，用黃色磁磚鋪要 200 塊，用紅色磁磚鋪要 120 塊，請問哪種顏色的磁磚面積最大？為什麼？
- 二年級只進行直接、間接及個別單位比較。
三年級引入面積單位「平方公分」。
四年級引入面積單位「平方公尺」。
五年級引入面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」。

範例：

1. 請問 3 平方公尺和多少平方公分一樣大？
(1) 30 (2) 300 (3) 3000 (4) 30000
2. 王伯伯原有一塊面積為 5 平方公尺 2000 平方公分的小菜園，現在又開墾了 2 平方公尺 7000 平方公分，現在菜園的面積是幾平方公尺幾平方公分？

4-n-18	能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同4-s-09)	N-2-22 S-2-08
--------	--------------------------------	------------------

基本學習內容

4-nc-18-1 能理解長方形和正方形的周長公式。

4-nc-18-2 能理解長方形和正方形的面積公式。

基本學習表現

4-ncp-18-1 能理解長方形的周長公式。

4-ncp-18-2 能理解正方形的周長公式。

4-ncp-18-3 能理解長方形的面積公式。

4-ncp-18-4 能理解正方形的面積公式。

4-ncp-18-5 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的周長。

4-ncp-18-6 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的面積。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-18 及 3-s-02 之後續學習概念，故學生應該已經能用乘法算出平方公分板上長方形的面積；也應該已經認識周長，並能實測周長。
本基本學習內容引入長方形和正方形的面積公式與周長公式。
- 本基本學習內容限制利用正方形及長方形面積公式解題時，邊的長度必須是整數；但是利用正方形及長方形周長公式解題時，邊的長度可以是整數、一、二位小數或同分母分數。
- 學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1 公分」或「1 公尺」實測的經驗，例如 50 個「1 公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是 50 公分；也應該多提供學生利用面積單位「1 平方公分」或「1 平方公尺」實測的經驗，例如將 30 個「1 平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是 30 平方公分。

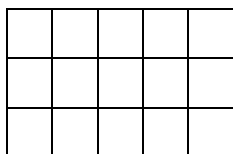
「1 公分」和「1 平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。

- 以長 5 公分、寬 3 公分的長方形為例，建議教師透過下面的步驟，幫助學生理解長邊及寬邊都是整公分的長方形面積公式，並能直接利用公式解題：

(1) 先建立單位面積 1 平方公分的概念，例如知道下圖是由 7 個 1 平方公分合起來的，所以此圖的面積是 7 平方公分。



(2) 利用 1 平方公分的方瓦覆蓋給定的長方形，例如下圖是用 1 平方公分方瓦覆蓋的長方形，要求學生用一排有幾個 1 平方公分，一共有幾排的方式，利用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出面積是 15 平方公分。



- (3) 察覺被乘數、乘數和長邊、寬邊的公分數之間的關係。例如長邊是 5 公分，剛好有 5 個 1 平方公分的方瓦，也就是一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，剛好有 3 個 1 平方公分的方瓦，也就是一共有 3 排。
- (4) 透過長邊和寬邊的公分數，直接用乘法算出單位面積的個數，並形成長乘以寬面積公式算法的共識。

長邊是 5 公分，表示一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，表示一共有 3 排，因此可以透過長邊及寬邊的公分數，利用一排有幾個、有幾排的方式算出長方形的面積，並得到「長方形面積 = 長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」的結果。當學生有一些利用上述公式解題的經驗後，教師可以將上述公式中「長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」簡記為「長邊 \times 寬邊」或「長 \times 寬」。

- 教學時，可以討論長方形面積相等，但形狀不一定相同，為五年級引入因數概念鋪路。

也可以討論周長相等的長方形，他們的面積不一定相等。

- 本基本學習內容只要求學生計算簡單複合圖形的面積及周長，如下圖。



範例：

1. 有一長方形，長邊 6 公分，寬邊 4 公分，其周長是多少？

- (1) 10 公分
- (2) 20 公分
- (3) 24 平方公分
- (4) 40 平方公分

2. 有一正方形，邊長為 5 公尺，其面積是多少？

- (1) 5 平方公尺
- (2) 10 公尺
- (3) 20 公尺
- (4) 25 平方公尺

5-n-17	能認識面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」及其關係，並作相關計算。	N-3-19
--------	-------------------------------------	--------

基本學習內容

- 5-nc-17-1 能認識面積單位「公畝」、「公頃」及「平方公里」。
- 5-nc-17-2 能進行「平方公尺」、「公畝」、「公頃」及「平方公里」單位間的化聚活動。
- 5-nc-17-3 能進行「平方公尺」、「公畝」、「公頃」及「平方公里」單位複名數的加減及整數倍乘法計算。

基本學習表現

- 5-ncp-17-1 能認識面積單位「公畝」。
- 5-ncp-17-2 能認識面積單位「公頃」。
- 5-ncp-17-3 能認識面積單位「平方公里」。
- 5-ncp-17-4 能以「公畝」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- 5-ncp-17-5 能以「公頃」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- 5-ncp-17-6 能以「平方公里」為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- 5-ncp-17-7 「平方公尺」、「公畝」單位間的化聚。
- 5-ncp-17-8 「平方公尺」、「公頃」單位間的化聚。
- 5-ncp-17-9 「平方公尺」、「平方公里」單位間的化聚。
- 5-ncp-17-10 「公畝」、「公頃」單位間的化聚。
- 5-ncp-17-11 能進行「平方公尺」、「公畝」、「公頃」及「平方公里」單位複名數的加減計算。
- 5-ncp-17-12 能進行「平方公尺」、「公畝」、「公頃」及「平方公里」單位複名數的整數倍乘法計算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積單位「平方公尺」，以及「平方公分」與「平方公尺」間的關係，並作相關計算。
本基本學習內容幫助學生認識較大的面積單位「公畝」、「公頃」及「平方公里」及其關係，並作相關計算。

- 平方公里單位的引入，和平方公分及平方公尺單位引入的方式相同(見下表)，都是透過邊長是單位長度的正方形引入單位面積。

正方形的邊長	1 公分	1 公尺	1 公里
正方形的面積	1 平方公分	1 平方公尺	1 平方公里

- 平方公分和平方公尺都是利用長度的平方來描述面積，公頃和公畝並沒有利用長度的平方來描述面積，教師可以命名邊長 10 公尺正方形的面積為 1 公畝，邊長 100 公尺正方形的面積為 1 公頃(如下表)；再透過面積公式說明 1 公畝的面積為 100 平方公尺，1 公頃的面積為 10000 平方公尺。

正方形的邊長	1 公尺	10 公尺	100 公尺	1000 公尺
正方形的面積	1 平方公尺	1 公畝	1 公頃	1 平方公里
平方公尺之值	1	100	10000	1000000

- 五年級學生對較多位數的小數尚不熟悉，教師可以告訴學生 1 平方公尺 = $\frac{1}{1000000}$ (或 0.000001)平方公里，但勿過度要求，尤其不要做反方向的換算，例如不宜評量 $\frac{13}{1000000}$ (或 0.000013)平方公里是多少平方公尺。
- 面積單位引入的年級：
 - 三年級引入「平方公分」。
 - 四年級引入「平方公尺」。
 - 五年級引入「公畝」、「公頃」、「平方公里」。

範例：

1. 下面哪一個敘述是對的？

- (1) 1 平方公里 = 100 公畝 (2) 1 公頃 = 10 公畝
 (3) 1 公頃 = 10000 平方公尺 (4) 1 平方公里 = 10000 公頃

2. 伯父有一農地，其中 27 公畝 85 平方公尺種玉米，34 公畝 80 平方公尺種稻米，種玉米和稻米的土地面積合起來是幾公畝幾平方公尺？

- (1) 61 公畝 65 平方公尺 (2) 62 公畝 65 平方公尺
 (3) 61 公畝 93 平方公尺 (4) 626 公畝 5 平方公尺

5-n-18	能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)	N-3-22 S-3-06
--------	--	------------------

基本學習內容

5-nc-18-1 能運用切割重組，理解平行四邊形、三角形與梯形的面積公式。

基本學習表現

- 5-ncp-18-1 能運用切割重組，理解平行四邊形的面積公式。
- 5-ncp-18-2 能運用平行四邊形的面積公式解決問題。
- 5-ncp-18-3 能運用切割重組，理解三角形的面積公式。
- 5-ncp-18-4 能運用三角形的面積公式解決問題。
- 5-ncp-18-5 能運用切割重組，理解梯形的面積公式。
- 5-ncp-18-6 能運用梯形的面積公式解決問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
本基本學習內容運用切割重組，幫助學生理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。
- 建議教師先透過長方形面積公式引入平行四邊形面積公式，再透過平行四邊形面積公式引入三角形及梯形面積公式。
這種引入方式的優點是只要操弄圖形就能導出公式，不涉及代數式的運算，缺點是解法不自然，學生無法自發性的解題，必須透過教師的引導才能導出公式。
下面簡單說明如何引入平行四邊形、三角形與梯形的面積公式
(1) 透過分割及合成(如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。
平行四邊形面積 = 長方形面積 = 長 × 寬 = 底 × 高。



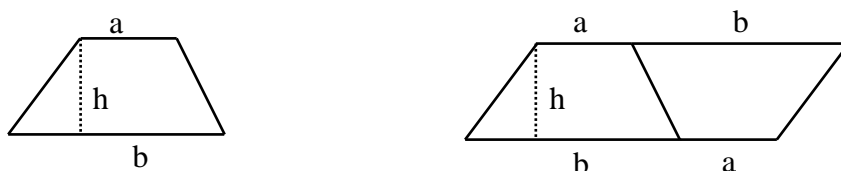
- (2) 透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{三角形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$$



- (3) 透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式，導出梯形的面積公式，其中梯形的「上底+下底」就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{梯形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$



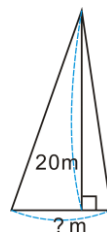
- 教師不宜透過「兩平行線間距離」的方式引入平行四邊形的高，也不宜透過「點到線的距離」的方式引入三角形的高。

「距離」對國小學生而言相當困難，因此國小接段只處理兩點的距離，沒有處理「點到線的距離」及「兩平行線間距離」。

範例：

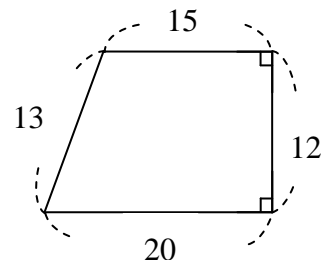
1. 如圖，面積是 100 平方公尺的三角形土地，高是 20 公尺，底是幾公尺？

- (1) 5
- (2) 10
- (3) 1000
- (4) 2000



2. 如圖，梯形的面積是多少平方公尺？

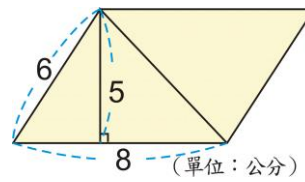
- (1) 60
- (2) 210
- (3) 227.5
- (4) 421



單位：公尺

3. 如圖，平行四邊形的面積是多少平方公分？

- (1) 28
- (2) 30
- (3) 40
- (4) 4



(單位：公分)

6-n-14	能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)	N-3-23 S-3-07
--------	-------------------------------------	------------------

基本學習內容

- 6-nc-14-1 能理解圓周率的意義。
- 6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。
- 6-nc-14-3 能理解圓周長的公式，並計算簡單扇形的周長。

基本學習表現

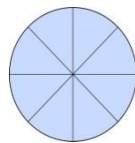
- 6-ncp-14-1 能理解圓周率的意義。
- 6-ncp-14-2 能理解圓面積的公式。
- 6-ncp-14-3 能計算簡單扇形的面積。
- 6-ncp-14-4 能運用圓面積公式解決問題。
- 6-ncp-14-5 能理解圓周長的公式。
- 6-ncp-14-6 能計算簡單扇形的周長。
- 6-ncp-14-7 能運用圓周長公式解決問題。

說明：

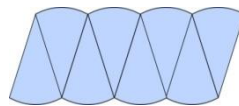
- 本基本學習內容為 3-s-03 及 5-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」；也應該已經認識扇形及圓心角。
本基本學習內容幫助學生理解圓面積與圓周長公式，並計算簡單扇形的面積。
- 五年級(5-s-03)已引入扇形，學生已經認識圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，也知道扇形的圓心角是周角的部份。透過「圓心角÷周角」，可以計算給定圓心角及半徑的扇形面積或周長，或計算給定面積或弧長的扇形之圓心角角度。

- 所有的圓都相似，相似圖形對應邊長度的比值都相等，因此可以透過「圓周長：直徑長」的比值求出圓周率。
教師可以透過測量不同圓的直徑和圓周長，再分別求出不同圓「圓周長：直徑長」的比值，幫助學生理解「圓周長：直徑長」的比值都比3多一點，認識圓周率大約是3.14。
為了讓「圓周長：直徑長」的比值不要差異太大，建議教師選擇直徑超過20公分的圓，因為直徑太小的圓，算出來圓周率的值誤差比較大。
- 當學生知道「圓周長：直徑長」的比值是圓周率，就可以透過算式
「圓周長：直徑長 = $\frac{\text{圓周長}}{\text{直徑}} = \text{圓周率}$ 」，得到「圓周長 = 直徑 × 圓周率」。
- 圓周率是無理數，而利用直尺測量出的圓周長及直徑都是有理數，「有理數 ÷ 有理數」還是有理數，為了不妨礙以後無理數概念的發展，建議教師提供一些簡單說明圓周率的文章(數學史)，讓有興趣的學生自行閱讀。
- 先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如8個或16個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。

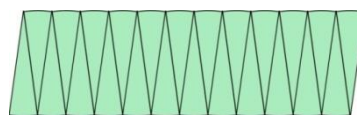
$$\begin{aligned}
 &\text{圓面積} = \text{平行四邊形面積} \\
 &= \text{底} \times \text{高} \\
 &= \text{圓周長的一半} \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \times 3.14) \div 2 \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \div 2 \times 3.14) \times \text{半徑} \\
 &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14
 \end{aligned}$$



一個被八等分分割的圓



重新組合一個被八等分割的圓



重新組合一個被二十四等分割的圓

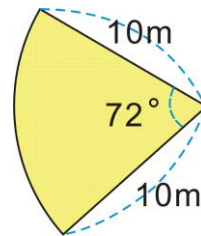
範例：

1. 有一個半徑 8 公尺的圓形花園，周長大約是幾公尺？(圓周率為 3.14)

- (1) 25.12
- (2) 50.24
- (3) 200.96
- (4) 803.84

2. 如圖，半徑為 10 公尺，圓心角 72° 的扇形，面積是多少平方公尺？(圓周率為 3.14)

- (1) 314
- (2) 78.5
- (3) 62.8
- (4) 15.7



角度

三年級：

3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)

四年級：

4-n-16：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。
(同 4-s-04)

4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。

五年級：

5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。

3-n-17	能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)	N-2-20 S-2-04
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

3-nc-17-1 能認識角，並進行角的直接及間接比較。

基本學習表現

3-ncp-17-1 能認識角。

3-ncp-17-2 能認識直角。

3-ncp-17-3 能進行角的直接比較。

3-ncp-17-4 能進行角的間接比較。

說明：

- 本基本學習內容為 2-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識周遭物體上的角。
本基本學習內容首次引入角度的教材，學生可以透過直接比較及間接比較，來判斷兩個角張開程度的大小。
- 本基本學習內容透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。
三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角是 90 度。
- 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。
張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。
- 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。



■ 部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。

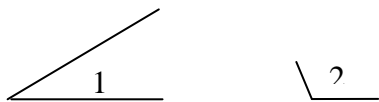
■ 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。

先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。

接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

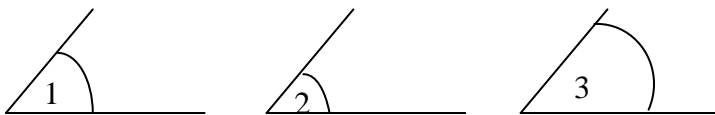
範例：

1. 下圖中的角 1 和角 2，哪一個角比較大？



- (1) 角 1 (2) 角 2 (3) 一樣大 (4) 無法比較

2. 請問下列的角，哪一個角最大？



- (1) 角 1 (2) 角 2 (3) 角 3 (4) 一樣大

4-n-16	能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-s-04)	N-2-20
--------	--	--------

基本學習內容

4-nc-16-1 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。

基本學習表現

- 4-ncp-16-1 能認識角度單位「度」。
- 4-ncp-16-2 能使用量角器實測角度。
- 4-ncp-16-3 能使用量角器畫出指定的角度。
- 4-ncp-16-4 能算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較兩個角張開程度的大小。
本基本學習內容引入角度的常用單位「度」，以及測量角度的工具—量角器。
- 教學時，幫助學生熟悉 30 度、45 度、60 度、90 度、120 度、135 度、150 度、180 度等角度即可。
評量給定角的角度時，不應要求太嚴格。
- 四年級引入角度的常用單位「度」之後，可以說直角的角度是 90 度，也可以進行角度的加減計算。
- 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。
當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，

再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。

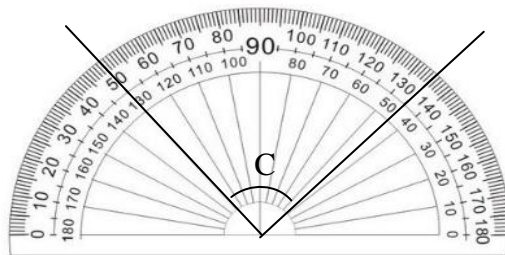
- 以「下圖中陰影部份為角 C，求角 C 的角度是多少度？」為例，有兩種幫助學生算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度的方法。

(1) 透過點數刻度解題：

先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80，81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

(2) 透過旋轉角及減法解題：

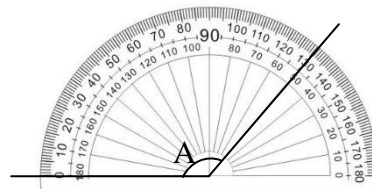
先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50 - 0 = 50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135 - 0 = 135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135 - 50 = 85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



範例：

1. 如圖，角 A 是幾度？

- (1) 0
- (2) 50
- (3) 80
- (4) 130



2. 角 B 的兩邊，一邊在量角器內圈刻度 15 上，另一邊在量角器內圈刻度 60 上，角 B 是幾度？

(1) 15

(2) 60

(3) 45

(4) 75

3. 請使用量角器畫出一個 75 度的角。

4-s-05	能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。	S-2-07
--------	---------------------	--------

基本學習內容

4-sc-05-1 能理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。

基本學習表現

4-scp-05-1 能理解旋轉角的意義。

4-scp-05-2 能認識順時針旋轉及逆時針旋轉的意義。

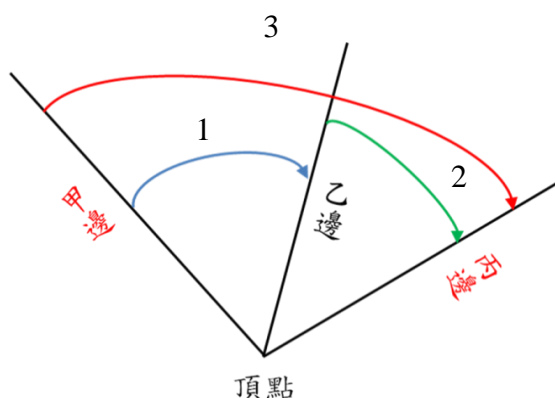
4-scp-05-3 能認識平角的意義，知道平角的角度是 180 度。

4-scp-05-4 能認識周角的意義，知道周角的角度是 360 度。

4-scp-05-5 知道分針(時針)轉 1 圈時旋轉了 360 度，轉 1 大格時旋轉了 30 度，轉 1 小格時旋轉了 6 度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較角的大小。
本基本學習內容幫助學生理解旋轉角，以及平角和周角的意義。
- 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。
透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。

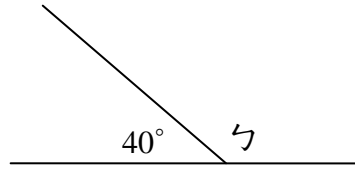


- 三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。四年級討論的是「旋轉角」，旋轉角教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新的名詞來定義。「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內。
- 旋轉角是向量，應要求學生說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法（例如 -30 度或 +150 度）。
- 本基本學習內容引入「平角」及「周角」的名詞。
- 分針轉 1 圈時是一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。
- 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。

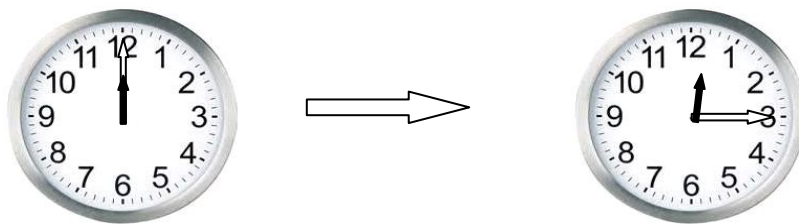
範例：

1.如右圖，請問角 \sphericalangle 是幾度？

- (1) 40 度
- (2) 60 度
- (3) 140 度
- (4) 180 度



2.如圖，從 12 點到 12 點 15 分，分針旋轉了多少度？



- (1) 3 度
- (2) 15 度
- (3) 30 度
- (4) 90 度

5-s-03	能認識圓心角，並認識扇形。	S-3-01
--------	---------------	--------

基本學習內容

5-sc-03-1 能認識圓心角，並認識扇形。

基本學習表現

5-scp-03-1 能認識圓心角。

5-scp-03-2 能認識扇形。

5-scp-03-3 知道 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度($n=2、3、4、6、8$)。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。本基本學習內容幫助學生認識扇形及圓心角。
- 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。



- 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，扇形的圓心角是周角的部份，透過周角 $\times\frac{1}{2}$ ，可以得到半圓的圓心角是 180 度，相同的方式，可以求得 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度。

- 結合圓心角與旋轉角，幫助學生再次認識平角與周角的意義。
- 不可以評量與扇形周長或面積有關的問題，六年級才引入圓的周長與面積公式。

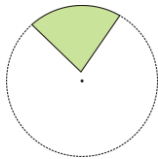
範例：

1. 請問 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度？

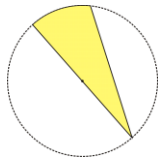
- (1) 6
- (2) 15
- (3) 30
- (4) 60

2. 下列哪一個圖形的塗色部分是扇形？

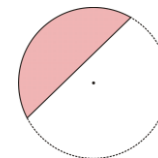
(1)



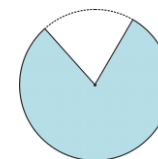
(2)



(3)



(4)



體積

四年級：

4-n-19：能認識體積及體積單位「立方公分」。

五年級：

5-n-19：能認識體積單位「立方公尺」，及「立方公分」、「立方公尺」間的關係，並作相關計算。

5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)

六年級：

6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同 6-s-05)

4-n-19	能認識體積及體積單位「立方公分」。	N-2-23
--------	-------------------	--------

基本學習內容

4-nc-19-1 能認識體積及體積單位「立方公分」，並進行實測及估測。

基本學習表現

4-nc-19-1 能認識體積。

4-nc-19-2 能認識體積單位「立方公分」

4-nc-19-3 能以立方公分為單位作相關的實測與估測。



4-nc-19-4 能以立方公分為單位作加、減及整數倍乘法計算。

說明：

- 本基本學習內容首次引入體積的教材，幫助學生認識體積，同時引入體積的常用單位「立方公分」。
- 長度、容量、面積、重量、角度、體積都是感官量，一年級開始引入長度，二年級開始引入容量、面積與重量，三年級開始引入角度，上述這些量開始引入時，都只進行直接、間接及個別單位比較，並沒有引入常用單位。
 四年級才開始引入體積單位，因為學生已有相當多學習其它感官量的經驗，因此同時引入體積的常用單位。
 教師應確定學生已認識體積的意義之後，才能進行體積單位「立方公分」的教學。
- 體積的直接及間接比較不易進行，教師幫助學生認識體積的意義後，可以利用將白色積木堆疊成正方體或長方體的方式，進行體積的個別單位比較，例如正方體由 27 個白色積木排成，長方體由 24 個白色積木排成，所以正方體的體積比較大。

- 教師應多提供學生以「1 立方公分」為單位的實測活動，邊長 1 公分正立方體積木的體積是 1 立方公分，長方體由 24 個白色積木排成，所以長方體的體積和 24 個 1 立方公分合起來一樣大，可以說體積是 24 立方公分。

範例：

若 1 個  是 1 立方公分， 的體積是()立方公分。

5-n-19	能認識體積單位「立方公尺」，及「立方公分」、「立方公尺」間的關係，並作相關計算。	N-3-19
--------	--	--------

基本學習內容

5-nc-19-1 能認識體積單位「立方公尺」，並進行實測及估測。

5-nc-19-2 「立方公分」及「立方公尺」間的化聚關係及複名數的加、減計算。

基本學習表現

5-ncp-19-1 能認識體積單位「立方公尺」。

5-ncp-19-2 能以立方公尺為單位作相關的實測與估測。

5-ncp-19-3 能以立方公尺為單位作加、減及整數倍乘法計算。

5-ncp-19-4 能認識 1 立方公尺 = 1000000 立方公分，並進行立方公尺、立方公分間的整數倍化聚關係(只處理大單位化為小單位)。

5-ncp-19-5 能作「立方公尺、立方公分」複名數的加減及整數倍乘法計算問題。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-19 之後續學習概念，故學生應該已經認識體積及體積單位「立方公分」。
本基本學習內容引入新的體積單位「立方公尺」，並作「立方公分」、「立方公尺」間的化聚及相關計算。

- 五年級學生對較多位數的小數尚不熟悉，教師可以告訴學生 1 立方公分 = $\frac{1}{1000000}$ (或 0.000001) 立方公尺但勿過度要求，尤其不要做反方向的換算，例如 不宜 評量 $\frac{13}{1000000}$ (或 0.000013) 立方公尺是多少立方公分。

- 體積單位引入的年級：
 - 四年級引入「立方公分」。
 - 五年級引入「立方公尺」。

範例：

1. 請問 20.05 立方公尺和多少立方公分合起來一樣大？
 - (1) 2005
 - (2) 20050
 - (3) 200500
 - (4) 20050000

2. 甲的體積是「55 立方公尺 50000 立方公分」，乙的體積是「55500000 立方公分」，哪一個體積比較大？大多少？
 - (1) 甲比較大，大 50000 立方公分
 - (2) 乙比較大，大 450000 立方公分
 - (3) 乙比較大，大 49950000 立方公分
 - (4) 一樣大

5-n-20	能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)	<p>N-3-20</p> <p>N-3-25</p> <p>S-3-05</p> <p>S-3-11</p>
--------	--	---

基本學習內容

- 5-nc-20-1 能理解長方體及正方體體積的計算公式。
- 5-nc-20-2 能理解長方體及正方體表面積的計算方法。
- 5-nc-20-3 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。
- 5-nc-20-4 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

基本學習表現

- 5-ncp-20-1 能理解長方體體積的計算公式。
- 5-ncp-20-2 能理解正方體體積的計算公式。
- 5-ncp-20-3 能理解長方體表面積的計算方法。
- 5-ncp-20-4 能理解正方體表面積的計算方法。
- 5-ncp-20-5 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。
- 5-ncp-20-6 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

說明：

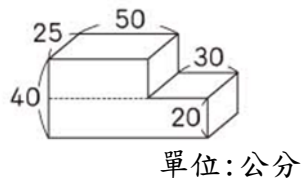
- 本基本學習內容為 5-n-19 及 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識體積單位「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並作相關計算；也應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。
- 本基本學習內容引入正方體和長方體的體積公式，並沒有引入正方體和長方體的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。

- 不宜透過在長方體盒子內堆疊白色積木的方式引入長方體體積公式，因為長方體盒子內能裝滿 60 個白色積木，指的是長方體盒子的容積是 60 毫公升，而不是長方體的體積是 60 立方公分。
- 不宜透過堆疊白紙引入長方體體積公式，例如拿出一張已知長邊和寬邊的長方形白紙，告訴學生可以利用「長×寬」算出這張白紙的面積，再說明當很多張相同的白紙堆疊在一起時，就會疊成一個長方體，這個長方體體積的大小和高有關，可以得到長方體的體積公式是「長×寬×高」。國小階段體積教學的重點是點數立體形體是由多少個單位體積合起來的，上面這種教學方式是本末倒置的教學，其目的只是幫助學生記憶長方體的體積公式。
平面是沒有厚度的，如果很多張白紙堆疊在一起會變成一個長方體，已經預告一張白紙也是有厚度的，也就是說，每一張白紙都是長方體。
- 本基本學習內容只處理簡單的複合形體。
簡單的複合形體：由正方體及長方體組成，相接而且不相內嵌的形體。

範例：

1. 如圖，此立體形體的體積是多少立方公分？

- (1) 49400
- (2) 50600
- (3) 65000
- (4) 3000000



2. 長 90 公分，寬 40 公分，高 60 公分的長方體，表面積是多少平方公分？

- (1) 380
- (2) 1140
- (3) 22800
- (4) 216000

6-n-15	能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同6-s-05)	N-3-24 S-3-10
--------	--------------------------------	------------------

基本學習內容

6-nc-15-1 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。

基本學習表現

- 6-ncp-15-1 能理解四角柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-2 能理解角柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-3 能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-4 能計算簡單複合形體的體積。

說明：

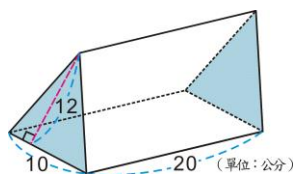
- 本基本學習內容為 5-n-20 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方體和正方體體積的計算公式。
本基本學習內容將體積計算公式的範圍擴充至簡單直柱體。
- 可以由長方體體積公式「(長×寬)×高」，說明四角柱體積公式「底面積×高」，並推廣至簡單直柱體體積公式「底面積×高」。
- 告知或透過切割圓柱體的步驟，例如類比引入圓面積公式的方法，先將直圓柱切成兩個半圓柱，再將兩個半圓柱都切成很多個全等的扇形柱，將這兩個切成扇形柱的半圓柱上下交錯疊合起來，會變成一個接近直四角柱的立體(如下圖)，直四角柱的體積是「底面積×高」，所以直圓柱的體積也是「底面積×高」。



範例：

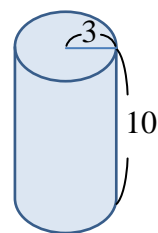
1. 如圖，三角柱的體積是多少立方公分？

- (1) 60
- (2) 120
- (3) 1200
- (4) 2400



2. 如圖是高為 10 公分，底面半徑為 3 公分的圓柱，此圓柱的體積是多少立方公分？(圓周率=3)

- (1) 60
- (2) 180
- (3) 270
- (4) 540



單位：公分

數的運算關係

一年級：

1-a-01：能在具體情境中，認識加法的交換律。

1-a-02：能在具體情境中，認識加減互逆。

二年級：

2-n-03：能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。
(同 2-a-01)

2-a-02：能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

2-a-03：能在具體情境中，認識乘法交換律。

2-a-04：能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

三年級：

3-a-01：能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。

四年級：

4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。

4-a-02：能在四則混合計算中，應用數的運算性質。

五年級：

5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。

5-a-02：能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。

5-a-03：能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。

5-a-04：能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

六年級：

6-a-02：能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。

6-a-04：能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)

1-a-01	能在具體情境中，認識加法的交換律。	A-1-02
--------	-------------------	--------

基本學習內容

1-ac-01-1 能在具體情境中，認識加法的交換律。

基本學習表現

1-acp-01-1 能在併加型問題情境中，認識加法的交換律。

1-acp-01-2 能在添加型問題情境中，認識加法的交換律。

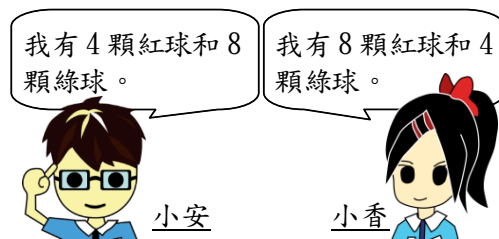
說明：

- 本基本學習內容在具體情境中，幫助學生認識加法的交換律。
- 併加型問題的兩個數字沒有出現時間先後的順序，因此可以先利用併加型問題幫助學生認識加法交換律。
例如在併加型問題「甲左手有 3 顆糖，右手有 4 顆糖，甲手上有幾顆糖？」中，幫助學生認識先算左手的糖「 $3+4$ 」，和先算右手的糖「 $4+3$ 」，它們的答案都相同。
- 添加型問題的兩個數字有出現時間先後的順序，因此可以利用添加型問題檢查學生是否理解加法交換律。
以添加型問題「乙有 8 元，丙給乙 29 元後，乙有多少元？」為例，如果學生無法掌握加法交換律的意義，他會以先出現的數字 8 為起點，往上數 29 次得到答案，如果已經掌握加法交換律的意義，他會選擇比較有效率的方法來解題，改以 29 為起點，往上數 8 次得到答案。
- 加法交換律指的是「 $a+b=b+a$ 」的性質。
認識加法交換律：分別算出答案後，發現 $a+b$ 和 $b+a$ 的答案相同。
理解加法交換律：不必算出答案，知道 $a+b$ 和 $b+a$ 的答案相同。

- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
熟練：形式與解題程序之流暢。

範例：

1. 小安、小香誰的球比較多？圈出正確的答案。



(小安 ， 小香 ， 一樣多)

2. 已經知道「 $38+7=45$ 」，請問 $7+38=(\quad)$ 。

1-a-02	能在具體情境中，認識加減互逆。	A-1-03
--------	-----------------	--------

基本學習內容

1-ac-02-1 能在具體情境中，認識加減互逆。

基本學習表現

1-acp-02-1 能在添加與併加的問題情境中，認識加減互逆。

1-acp-02-2 能在拿走的問題情境中，認識加減互逆。

說明：

- 本基本學習內容在具體情境中，認識加減互逆。例如在桌上有 7 個積木和 5 個積木的情境中，認識 7 個積木和 5 個積木合起來是 12 個積木，12 個積木中拿走 7 個積木會剩下 5 個積木，12 個積木中拿走 5 個積木會剩下 7 個積木，幫助學生認識加減互逆。
- 一年級(1-a-02)宜在合成與分解的具體情境中，認識加減互逆；二年級(2-a-04)可以引入算式填充題樣式的計算題，並進行驗算，幫助學生理解加減互逆。
- 本基本學習內容一年級只引入添加、併加型情境的被加數及加數未知問題，以及拿走型情境的被減數及減數未知問題，比較型情境的被減數及減數未知問題，等待二年級時再引入。
 - 加數未知的併加型問題：
甲有 8 元，乙有多少元時，兩個人合起來有 13 元？
 - 加數未知的添加型問題：
甲有 8 元，乙給甲多少元後，甲會有 13 元？
 - 被加數未知的併加型問題：
甲有一些錢，乙有 5 元，兩人合起來有 13 元，問甲有多少元？
 - 被加數未知的添加型問題：
甲有一些錢，當乙給甲 5 元後，甲有 13 元，問甲原有多少元？
 - 減數未知的拿走型問題：
甲有 8 元，給乙一些錢後，還剩下 5 元，問給了乙多少元？

被減數未知的拿走型問題：

甲有一些錢，給乙 5 元後，還剩下 3 元，問甲原有多少元？

減數未知的比較型問題：

甲有 8 元，乙不知有多少元，甲比乙多 3 元，問乙有多少元？

被減數未知的比較型問題：

甲不知有多少元，乙有 5 元，甲比乙多 3 元，問甲有多少元？

範例：

1.「小安有 12 元，爸爸給他一些錢後，小安總共有 30 元。爸爸給小安多少元？」
把做法用算式記錄下來，並寫出答案。

2.「小香有一些錢，買一顆 8 元的茶葉蛋後，還剩下 22 元。小香原有多少元？」
把做法用算式記錄下來，並寫出答案。

2-n-03	能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識遞移律。(同 2-a-01)	N-1-01 A-1-01
--------	---	------------------

基本學習內容

2-nc-03-1 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係。

2-nc-03-2 能在具體情境中認識遞移律。

基本學習表現

2-ncp-03-1 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩數大小比較的結果(例如 $73 > 58$)。

2-ncp-03-2 能用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 記錄兩算式或數字大小比較的結果
(例如 $17 + 8 > 25 - 8$ 或 $21 = 15 + 6$)。

2-ncp-03-3 能在具體情境中認識「 $=$ 」的遞移律。

2-ncp-03-4 能在具體情境中認識「 $>$ 」與「 $<$ 」遞移律。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-04 之後續學習概念，學生應該已經理解加法與減法的意義，能使用 $+$ 、 $-$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。
本基本學習內容幫助學生用 $<$ 、 $=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識大於、小於及等於的遞移律。
- 一年級加法與減法算式中的等號是「得到答案」的意義，例如 $5 + 3 = 8$ 指的是 5 和 3 合起來的新名字是 8，一年級學生無法理解 $8 = 5 + 3$ 記法的意義。
二年級算式中的等號是「兩邊一樣大」的意義，例如 $5 + 3 = 8$ 指的是「 $5 + 3$ 」和「8」經過比較大小的活動後，得到 $5 + 3$ 和 8 一樣大的結果； $8 = 5 + 3$ 指的是「8」和「 $5 + 3$ 」經過比較大小的活動後，得到 8 和 $5 + 3$ 一樣大的結果。
- 本基本學習內容算式中的等號表示「兩邊一樣大」，是六年級學習等量公理的前置經驗。

- 本基本學習內容「在具體情境中認識遞移律」，包含大於、小於及等於的遞移關係。
 - 「大於」的遞移：甲比乙高，乙比丙高，所以甲比丙高。
 - 「小於」的遞移：甲比乙矮，乙比丙矮，所以甲比丙矮。
 - 「等於」的遞移：甲和乙一樣重，乙和丙一樣重，所以甲和丙一樣重。

- 不宜引入「遞移律」的名詞。

- 透過比較活動引入「 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 」。
 - 例如：「 $5+3$ 比 7 大」可以記成「 $5+3>7$ 」；
 - 「 7 比 $5+3$ 小」可以記成「 $7<5+3$ 」。
 - 「 $5+3$ 和 8 一樣大」可以記成「 $5+3=8$ 」；
 - 「 8 和 $5+3$ 一樣大」可以記成「 $8=5+3$ 」。

- 教師不宜透過「 $2+7$ 和 8 誰比較大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法；應透過「 $2+7$ 和 8 誰比誰大」的問話，引入不等式「 $2+7>8$ 」的記法。
 - 前者的問話只問誰比較大，學生只須回答「 $2+7$ 比較大」即可，無法將「 $2+7$ 比較大」記成「 $2+7>8$ 」；後者的問話詢問兩者的大小關係，學生必須回答「 $2+7$ 比 8 大」，「 $2+7$ 比 8 大」較易引入算式「 $2+7>8$ 」。

範例：

1. 在□裡填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ：

(1) $678 \square 867$

(2) $8+6 \square 16-2$

(3) $59 \square 50+9$

2. 甲有 56 元，乙有 75 元，丙的錢比乙多，請問甲和丙的錢誰比較多？

2-a-02	能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。	A-1-02
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

2-ac-02-1 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

基本學習表現

2-acp-02-1 能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

2-acp-02-2 能在具體情境中，利用加法順序改變並不影響其和的性質來簡化計算。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01 之後續學習概念，學生應該已經能在具體情境中，認識加法的交換律。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。
- 加法順序改變並不影響其和的性質，包含了加法結合律和加法交換律兩個概念，教學重點是利用這個性質來簡化計算。
例如在兩步驟連加問題「甲有 7 顆糖，乙有 5 顆糖，丙有 3 顆糖，三人共有幾顆糖」中，學生很容易認識先算 7 顆糖和 5 顆糖是 12 顆糖，再算 12 顆糖和 3 顆糖合起來是 15 顆糖，和先算 5 顆糖和 3 顆糖是 8 顆糖，再算 7 顆糖和 8 顆糖合起來是 15 顆糖，它們的答案相同。
教師可以幫助學生透過先算 7 顆糖和 3 顆糖是 10 顆糖，再算 10 顆糖和 5 顆糖合起來是 15 顆糖，來簡化計算
- 加法交換律指的是「 $a+b=b+a$ 」的性質。
加法結合律指的是「 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 」的性質。

範例：

算算看， $39+78+61=(\quad)$

2-a-03	能在具體情境中，認識乘法交換律。	A-1-02
--------	------------------	--------

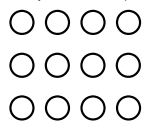
基本學習內容
2-ac-03-1 能在具體情境中，認識乘法交換律。

基本學習表現
2-acp-03-1 能在具體情境中，認識乘法交換律。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生認識乘法交換律。

- 乘法交換律「 $a \times b = b \times a$ 」指的是可以彈性對調被乘數和乘數的位置，也就是說，所有的乘法問題都會有「 $a \times b$ 」和「 $b \times a$ 」兩種算法，因為是同一個問題的兩種不同算法，所以它們的答案相等。
「排列模型」最容易溝通乘法交換律的意義，以「一排有 3 人，4 排共有多少人？」為例，只要排出下圖中的矩陣，學生很容易看到以直行的 3 為單位時，可以利用「 $3+3+3+3=3 \times 4$ 」算出答案，以橫列的 4 為單位時，可以利用「 $4+4+4=4 \times 3$ 」算出答案，因為是同一個問題的兩種不同算法，所以它們的答案相等，可以得到「 $3 \times 4 = 4 \times 3$ 」。

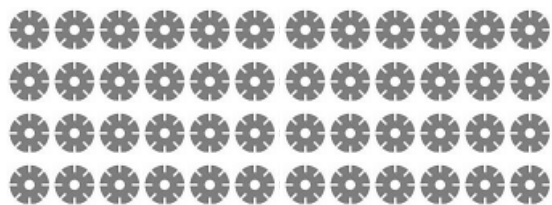


- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿」為例，說明乘法交換律的意義。有下列兩種計算青蛙腿數的方法：
 - (1) 以一隻青蛙的腿數為單位，每一隻青蛙都有 4 條腿，可以利用「 $4+4+4=4 \times 3$ 」的方式算出答案。
 - (2) 以青蛙被切割成 4 塊的想法來解題，每一隻青蛙都被切割成左、右前腿及左、右後腿 4 塊，3 隻青蛙的左、右前腿及左、右後腿各有 3 條，可以利用「 $3+3+3+3=3 \times 4$ 」的方式算出答案。
 這兩種算法都是算 3 隻青蛙有幾條腿的正確算法，所以 3×4 和 4×3 的答案一定相等，可以得到「 $4 \times 3 = 3 \times 4$ 」。

- 本基本學習內容建議在「排列模型」情境中溝通乘法交換律的意義。
認識乘法交換律之後，九九乘法表中有一半的乘法事實可以透過乘法交換律得到。
- 以「1 隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙有幾條腿」為例，說明「乘法交換律」與「乘法算式」的意義。
乘法交換律：本題有「 3×4 」和「 4×3 」兩種算法，這兩種算法的答案相等，所以「 $3 \times 4 = 4 \times 3$ 」
乘法算式：本題用「 $4 + 4 + 4 = 12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $4 \times 3 = 12$ 」；用「 $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ 」的方式算出答案，只能記成「 $3 \times 4 = 12$ 」。「 3×4 」和「 4×3 」是兩種不同算法的紀錄。
- 「乘法交換律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。

範例：

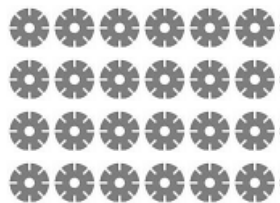
1. 看圖填填看：



甲用 $12 + 12 + 12 + 12 = 12 \times 4$ ， $12 \times 4 = 48$ ，算出圖中有 48 個花片。

乙想用 $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 12$ ，來算出圖中有幾個花片，
請問 $4 \times 12 = (\quad)$

2. 算算看，有幾個花片？



$$6 \times (\quad) = (\quad)$$

$$4 \times (\quad) = (\quad)$$

2-a-04	能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。	A-1-03
--------	--------------------	--------

基本學習內容

2-ac-04-1 能理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

基本學習表現

2-acp-04-1 能在比較型的問題情境中，理解加減互逆。

2-acp-04-2 能在算式填充題樣式的計算問題中，理解加減互逆。

2-acp-04-3 能在加減問題情境中，理解加減互逆，並運用於驗算與解題。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-02 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加減互逆。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解加減互逆，並運用於驗算與解題。
- 一、二年級都有加減互逆相關的分年細目，一年級(1-a-02)教學的重點是在具體情境中，認識加減互逆，教師可以在添加、併加與拿走型的文字題中幫助學生解題，不宜引入比較型的減法問題與算式填充題樣式的計算題。二年級(2-a-04)教學的重點是理解加減互逆，並運用於驗算與解題，教師可以引入比較型的減法問題及算式填充題樣式的計算題，並進行驗算。
拿走型問題：甲有 45 元，給乙多少元後，甲剩下 17 元？
比較型問題：甲有 45 元，甲比乙少 17 元，問乙有多少元？
- 認識、理解與熟練是 97 年頒布的國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域中與認知有關的名詞，描述學習可能的不同階段。
認識：強調觀察、個例、經驗、歸納的學習初期階段。
理解：強調概念形成、練習、驗證、推廣的中期階段。
熟練：形式與解題程序之流暢。

- 可以引入線段圖的說明方式，讓學生更理解加減互逆的關係。
二年級時，線段圖只是教學的工具，說明部份與全體間的關係，不宜要求學生自行繪製線段圖。

- 「加減互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中。

範例：

1. 弟弟有 35 個彈珠，弟弟比哥哥少 17 個，問哥哥有多少個彈珠？
把做法用算式記下來，並寫出答案。

答：()個

2. 已經知道「 $84 - 35 = 49$ 」，填填看：

(1) $35 + 49 = ()$

(2) $84 - 49 = ()$

3-a-01	能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。	A-2-01
--------	-------------------	--------

基本學習內容

3-ac-01-1 能理解乘除互逆，並用於驗算及解題。

基本學習表現

3-acp-01-1 能理解乘法情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

3-acp-01-2 能理解等分除情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

3-acp-01-3 能理解包含除情境的乘除互逆，並用於驗算及解題。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-06 及 3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經能利用乘法及除法解決生活中的問題。
本基本學習內容在具體情境中認識乘除互逆，例如在桌上有 4 堆桃子，每一堆有 3 個桃子的情境中，認識「1 堆桃子有 3 個，4 堆桃子有 12 個」；「12 個桃子，每 3 個桃子分成一堆，可以分成 4 堆」；「12 個桃子全部平分分成 4 堆，一堆有 3 個桃子」，幫助學生認識乘除互逆。
- 先引入餘數是 0 的乘除互逆問題，例如 $5 \times () = 80$ ， $() \div 5 = 16$ 等問題。再引入餘數不是 0 的乘除互逆問題，例如 $() \div 5 = 12 \dots 2$ 等問題。
- 「乘除互逆」的名詞不宜出現在教學與評量中。
- 「 $a \div b = q \dots r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」算式中的「 $=$ 」只是得到答案的意思，不是兩邊數字一樣大的意思，以「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」為例，等號兩邊無法同時加、減一數，在日後數學學習並不重要。
當學生掌握乘除互逆後，可以幫助學生將上列算式改記成「 $a = b \times q + r$ ， q 是整數， $0 \leq r < b$ 」，例如將「 $32 \div 6 = 5 \dots 2$ 」改記成「 $32 = 6 \times 5 + 2$ 」，改記後算式中的「 $=$ 」是兩邊數字一樣大的意思。

範例：

1. 已知「 $523 \times 8 = 4184$ 」，請問下列選項何者錯誤？

- (1) $8 \times 523 = 4184$
- (2) $4184 \div 523 = 8$
- (3) $8 \times 4184 = 523$
- (4) $4184 \div 8 = 523$

2. 「老師買了 100 張色紙，全部平分給 6 組學生，請問每組可以分到多少張色紙？還剩下多少張色紙？」

下面哪個選項的算式、答案及驗算都正確？

- (1) $100 \div 6 = 16 \dots 4$ ，答：16 張，剩下 4 張，驗算： $100 \div 16 = 6$
- (2) $100 \div 6 = 16 \dots 4$ ，答：16 張，剩下 4 張，驗算： $16 \times 6 = 96$ ， $96 + 4 = 100$
- (3) $100 \div 6 = 16 \dots 0$ ，答：16 張，剩下 0 張，驗算： $100 \div 16 = 6 \dots 0$
- (4) $100 \div 6 = 16 \dots 0$ ，答：16 張，剩下 0 張，驗算： $16 \times 6 = 96$ ， $96 + 0 = 96$

4-a-01	能在具體情境中，理解乘法結合律。	A-2-02
--------	------------------	--------

基本學習內容

4-ac-01-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

基本學習表現

4-acp-01-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

4-acp-01-2 能在具體情境中，利用乘法結合律來簡化計算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-a-02 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律及加法結合律。
本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
- 建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ ；和先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$ ，因為答案相同，所以 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$ 。
- 「乘法結合律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。
- 乘法結合律、乘法交換律及乘法對加法的分配律說明如下：
乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。
乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。
乘法對加法的分配律： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ (右分配)。
 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (左分配)。

- 利用結合律來簡化計算時，計算過程中常同時利用到乘法交換律及乘法結合律。例如計算 $(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$ 。教師教學時不必詳細說明上述計算過程，只要透過情境幫助學生認識乘法順序改變並不影響其積的性質。

範例：

1. 「每 3 顆糖果裝 1 包，每 12 包裝一盒，請問 6 盒共有幾顆糖果？」
哪些算式可以算出正確答案？
甲： $(3 \times 12) \times 6$
乙： $3 \times (12 \times 6)$
丙： $(3 \times 12) \div 6$
(1) 甲、乙
(2) 乙
(3) 甲、乙
(4) 甲、乙、丙
2. 「12 顆巧克力裝 1 盒，25 盒裝 1 箱，4 箱總共有多少顆巧克力？」
小華的算法： $(12 \times 25) \times 4 = 1200$ ，小英的算法： $12 \times (25 \times 4) = 1200$ ，
請問誰的算法是正確的？
(1) 小華對，小英錯
(2) 小華錯，小英對
(3) 兩人都對
(4) 兩人都錯

4-a-02	能在四則混合計算中，應用數的運算性質。	N-2-07 A-2-01
--------	---------------------	------------------

基本學習內容

4-ac-02-1 能在四則混合計算中，應用數的運算性質。

基本學習表現

4-acp-02-1 能在加、減混合計算中，應用數的運算性質。

4-acp-02-2 能在乘法計算中，應用數的運算性質。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01、1-a-02、2-a-03 及 4-a-01 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律。

本基本學習內容幫助學生在四則混合計算中，應用數的運算性質。

- 數的運算性質指的是：
 - 加法交換律：「 $a+b=b+a$ 」。
 - 加法結合律：「 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 」。
 - 乘法交換律：「 $a\times b=b\times a$ 」。
 - 乘法結合律：「 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ 」。

- 本基本學習內容幫助學生認識加法或加減混合之計算順序可調換。

只處理下面的運算性質：

$$a+b+c=a+c+b$$

$$a-b-c=a-c-b$$

$$a+b-c=a-c+b$$

$$a-b+c=a+c-b$$

不處理下面的運算性質：

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$a-b+c=a-(b-c)$$

- 本基本學習內容幫助學生認識乘法之計算順序可調換。
- 本基本學習內容不處理「乘法對加(減)法的分配律」，也不處理與除法有關的性質。

範例：

1. 請問下列算式何者錯誤？

- (1) $7129 + 5024 + 2987 = 5024 + 2987 + 7129$
- (2) $7129 - 5024 + 2987 = 7129 + 2987 - 5024$
- (3) $7129 + 5024 - 2987 = 7129 - 5024 + 2987$
- (4) $7129 - 5024 - 2987 = 7129 - 2987 - 5024$

2. 下列是甲、乙及丙三個人關於算式是否正確的說法？

甲的說法： $(79 \times 54) \times 87 = 87 \times (79 \times 54)$

乙的說法： $(79 \times 54) \times 87 = 54 \times (87 \times 79)$

丙的說法： $(79 \times 54) \times 87 = (87 \times 79) \times 54$

請問哪些人的說法正確？

- (1) 甲
- (2) 乙
- (3) 丙
- (4) 都正確

5-a-01	能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。	N-3-02 A-3-01
--------	-------------------------------	------------------

基本學習內容

5-ac-01-1 能在具體情境中，理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化心算。

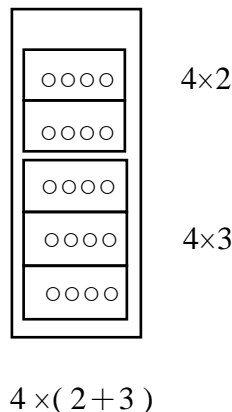
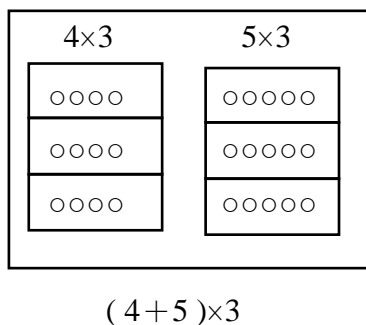
基本學習表現

- 5-acp-01-1 能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律。
- 5-acp-01-2 能在具體情境中，理解乘法對減法的分配律。
- 5-acp-01-3 能利用乘法對加法的分配律簡化心算。
- 5-acp-01-4 能利用乘法對減法的分配律簡化心算。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-10、3-n-03 及 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，解決先加(減)再乘及先加(減)再除的兩步驟問題；也應該已經能用併式記錄先加(減)再乘及先加(減)再除兩步驟問題的解題過程。
本基本學習內容幫助學生在具體情境中，理解乘法對加法及減法的分配律，並運用於簡化心算。
- 「分配律(乘法對加法及減法的分配律)」名詞不宜出現在課本或評量試題中。
- 以「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以透過下面這兩種算法，幫助學生理解乘法對加法的分配律。
算法一： $12 \times 5 = 60$ ， $12 \times 3 = 36$ ， $60 + 36 = 96$ ，可以用併式「 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$ 」來記錄。
算法二： $5 + 3 = 8$ ， $12 \times 8 = 96$ ，可以用併式「 $12 \times (5 + 3) = 96$ 」來記錄。
比較這兩種算法，可以得到「 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$ 」。

- 可以透過排列模型來理解乘法對加法分配律的意義。
例如利用左下圖說明乘法對加法的右分配律「 $(4 \times 3) + (5 \times 3) = (4 + 5) \times 3$ 」。
利用右下圖說明乘法對加法的左分配律「 $(4 \times 2) + (4 \times 3) = 4 \times (2 + 3)$ 」。



- 本基本學習內容只處理乘法對加(減)法的分配律，不處理除法對加(減)法的右分配律。

乘法對加(減)法滿足右分配律： $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$

乘法對加(減)法滿足左分配律： $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$

除法對加(減)法滿足右分配律： $(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$

除法對加(減)法不滿足左分配律： $a \div (b \pm c) \neq a \div b \pm a \div c$

- 可以透過「3個5加4個5是7個5」解讀「 $5 \times 3 + 5 \times 4 = 5 \times (3 + 4) = 5 \times 7$ 」。
「7個5減3個5是4個5」解讀「 $5 \times 7 - 5 \times 3 = 5 \times (7 - 3) = 5 \times 4$ 」。
- 整數乘法，例如 $43 \times 5 = (40 + 3) \times 5 = 40 \times 5 + 3 \times 5$ ，以及 $6 \times 32 = 6 \times (30 + 2) = 6 \times 30 + 6 \times 2$ 等，以及帶分數乘以整數的計算，例如 $2\frac{4}{5} \times 7 = 2 \times \frac{4}{5} + 2 \times 7$ ，都會用到乘法對加法的分配律。

- 也可以透過兩次乘法對加法的分配律，說明兩位數乘以兩位數乘法解題的意義。

例如：

$$\begin{aligned} & 35 \times 47 \\ &= (30 + 5) \times 47 \\ &= 30 \times 47 + 5 \times 47 \\ &= 30 \times (40 + 7) + 5 \times (40 + 7) \\ &= 30 \times 40 + 30 \times 7 + 5 \times 40 + 5 \times 7 \end{aligned}$$

- 部份學生無法利用乘法對加法的分配律來簡化「 $35 \times 49 + 35$ 」的計算。
教師可以透過「 $35 \times (49 + 1) = 35 \times 49 + 35 \times 1 = 35 \times 49 + 35$ 」，說明
「 $35 \times 49 + 35 = 35 \times 49 + 35 \times 1 = 35 \times (49 + 1)$ 」解題的意義。

範例：

1. 東東計算 $4\frac{2}{7} \times 3$ 時，將 $4\frac{2}{7}$ 看成 $\frac{2}{7}$ ，在沒有其他計算錯誤的情況下，東東還要將算出的答案加上多少，就可以算出正確答案？
- (1) 12
(2) 4
(3) $\frac{42}{7}$
(4) $\frac{30}{7}$
2. 下列哪一個算式的答案和「 $38 + 49 \times 38$ 」的答案一樣？
- (1) $(38 + 49) \times 38$
(2) $(38 + 1) \times 49$
(3) $(1 + 49) \times 38$
(4) $(38 + 2) \times 49$

5-a-02	能在具體情境中，理解先乘再除與先除再乘的結果相同，也理解連除兩數相當於除此兩數之積。	A-3-01
--------	--	--------

說明：

- 本基本學習內容不處理分年細目 5-a-02。
- 數學上只討論加法交換律及加法結合律，乘法交換律及乘法結合律，以及乘法對加法的分配律，並不討論減法及除法的運算性質。
- 當學生學會倒數概念後，就能將除法運算轉換成乘法運算，學會相反數概念後，就能將減法運算轉換成加法運算，分年細目 5-a-02 對國小及國中學生簡化計算並沒有太大的幫助。

5-a-03	能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。	N-3-02 A-3-01
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

5-ac-03-1 能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。

基本學習表現

5-acp-03-1 能在加、減及乘的混合計算中，應用數的運算性質。

5-acp-03-2 能在乘法計算中，應用數的運算性質。

說明：

- 本基本學習內容為 1-a-01、1-a-02、2-a-03、4-a-01 及 5-a-01 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律、加法結合律、乘法交換律、乘法結合律、乘法對加(減)法的分配律。
本基本學習內容幫助學生熟練運用四則運算的性質，簡化整數四則混合計算。
- 數的運算性質指的是：
加法交換律：「 $a+b=b+a$ 」；加法結合律：「 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 」
乘法交換律：「 $a\times b=b\times a$ 」；乘法結合律：「 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ 」
乘法對加法的分配律：「 $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ (右分配)」。
 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ (左分配)。
- 本基本學習內容只處理「乘法對加(減)法的分配律」，不處理與除法有關的運算性質。
- 分年細目 5-n-03 和 5-a-03 都涉及整數四則混合計算的教學。
5-n-03：能熟練整數四則混合計算。
5-a-03：能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。
5-n-03 強調四則混合計算運算的次序，教學重點是「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。
5-a-03 強調如何利用數的運算性質簡化計算過程，例如利用乘法結合律和交換律，將 $25\times 97\times 4$ 改記成 $25\times 4\times 97$ 來簡化計算。

■ 數的運算性質引入的年級：

1-a-01：能在具體情境中，認識加法的交換律。

2-a-02：能在具體情境中，認識加法順序改變並不影響其和的性質。

2-a-03：能在具體情境中，認識乘法交換律。

4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。

5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。

範例：

1. 填填看， $99+199+1999+19999=100+200+2000+20000-(\quad)$ ，

(\quad)內應填入哪個數？

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

2. 填填看， $3\times 4\times 5\times 6=3\times(\quad)\times 6$ ，(\quad)內應填入哪個數？

(1) 4

(2) 5

(3) 20

(4) 30

5-a-04	能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。	A-3-04 A-3-05
--------	--	------------------

基本學習內容

5-ac-04-1 能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

基本學習表現

5-acp-04-1 能將整數單步驟加、減具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

5-acp-04-2 能解釋將整數單步驟加、減具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

5-acp-04-3 能將整數單步驟乘、除具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

5-acp-04-2 能解釋將整數單步驟乘、除具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

說明：

- 本基本學習內容為 4-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能用併式列出兩步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。
本基本學習內容在整數單步驟情境中，要求學生用未知數符號來列式。
- 本基本學習內容建議教師先幫助學生將單步驟的文字題列成算式填充題，並說明算式填充題和原問題情境的關係，算式填充題中的()只是一個位置，學生較容易掌握利用算式填充題列式的意義。
當學生有足夠用算式填充題來列式的經驗，知道算式填充題中的()裡面一定可以填入一個確定的數字，此時，就可以使用 x 或甲等符號替代()來列式。
例如將「 $5+()=8$ 」改記成「 $5+x=8$ 」或「 $5+甲=8$ 」。

- 以「一枝鉛筆賣 5 元，多少幾枝鉛賣 40 元？」為例，當我們列出含有未知數符號的算式「 $5 \times y = 40$ 」時，其中的未知數 y 並不是一個不知道的數字，而是一個確定存在的數字，只是還沒有算出答案之前，不知道這個確定存在的數字是多少。
- 六年級才引入等量公理，五年級學生只能利用加減互逆和乘除互逆的概念來解題及驗算。
 - 2-a-04：能理解加減互逆(整數情境)，並運用於驗算與解題。
 - 3-a-01：能理解乘除互逆(整數情境)，並用於驗算及解題。
- 學生五年級完成分數及小數的加、減計算後，才可能掌握分數及小數情境的加、減互逆；六年級完成分數及小數的乘、除計算後，才可能掌握分數及小數情境的乘、除互逆。
因此五年級不宜評量將分數及小數情境的單步驟問題列成含有未知數符號的算式並求解的問題。

範例：

1. 「小芳今年 28 歲，小新今年 14 歲，小芳比小新大幾歲?」如果小芳比小新大 a 歲，下列哪一個列式和答案都正確?
 - (1) $a + 28 = 14$ ， $a = 14$ 。
 - (2) $a - 28 = 14$ ， $a = 42$ 。
 - (3) $28 - a = 14$ ， $a = 14$ 。
 - (4) $28 - a = 14$ ， $a = 42$ 。
2. 「長方形的長為 35 公分，面積為 630 平方公分，寬是多少公分?」如果用 a 公分表示長方形的寬，下列哪一個列式錯誤?
 - (1) $35 \times a = 630$
 - (2) $a \times 35 = 630$
 - (3) $630 \div a = 35$
 - (4) $35 \div a = 630$

6-a-02	能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。	A-3-04 A-3-05
--------	------------------------------------	------------------

基本學習內容

6-ac-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

基本學習表現

6-acp-02-1 能將分數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

6-acp-02-2 能解釋將分數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

6-acp-02-3 能將小數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式。

6-acp-02-4 能解釋將小數單步驟具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能求解及驗算。

說明：

- 本基本學習內容為 5-a-04 之後續學習概念，故學生應該已經能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。
本基本學習內容將含有未知數符號的整數算式延伸至分數的情境。
- 六年級已經引入等量公理，建議教師先布整數單步驟具體情境問題，再布分數或小數單步驟具體情境問題，限制學生利用等量公理來解題。如果學生利用加減互逆或乘除互逆的概念來解題，教師應該先接受，再幫助學生利用等量公理來解題。

範例：

1. 「爸爸做杯子蛋糕需要用到 75 公克，也就是 $\frac{5}{8}$ 杯的麵粉，1 杯麵粉是多少公克？」，如果用 a 公克表示 1 杯麵粉的重量，下列列式何者正確？

(1) $a + \frac{5}{8} = 75$

(2) $a - \frac{5}{8} = 75$

(3) $a \times \frac{5}{8} = 75$

(4) $a \div \frac{5}{8} = 75$

2. 「1 條繩子長 $\frac{41}{8}$ 公尺，剪下一段後，還剩下 $\frac{3}{4}$ 公尺，請問剪下的繩子長幾公尺？」。如果用 y 公尺表示剪下的繩子長，下列列式何者正確？

(1) $\frac{41}{8} + y = \frac{3}{4}$

(2) $\frac{41}{8} - y = \frac{3}{4}$

(3) $\frac{41}{8} \times y = \frac{3}{4}$

(4) $\frac{41}{8} \div y = \frac{3}{4}$

6-a-04	能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-13)	N-3-18 A-3-02 A-3-03 A-3-04 A-3-05
--------	---	--

基本學習內容

6-ac-04-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

基本學習表現

6-acp-04-1 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。

說明：

- 本基本學習內容為多步驟問題之總結，希望學生能整合國小階段學到的數與量、代數等經驗，解決常見的文字題。
- 本基本學習內容評量重點在解題，希望能整合國小階段所學到之數、量、運算、數量關係，解未知數等式之經驗，進行文字題之解題，包含說明題意，列式表述問題，發展策略解題。
內容包含傳統之應用問題：年齡問題、平均問題、追趕問題、雞兔問題、比例問題、基準量及比較量問題等。
- 常用的數量關係包括：和不變、差不變、積不變、比例關係等。
- 傳統之應用問題有些困難，課堂中可以討論，但是不宜過度評量。

範例：

1. 全班餐費共花了 1500 元，其中男生花的餐費比女生多 426 元，男生的餐費是多少元？

- (1) 537
- (2) 963
- (3) 1074
- (4) 1926

2. 媽媽買了綠茶跟珍珠奶茶共 9 杯，花了 160 元，綠茶 1 杯 15 元，珍珠奶茶 1 杯 20 元，媽媽買了幾杯珍珠奶茶？

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6

幾何

一年級：

- 1-s-01：能認識直線與曲線。
- 1-s-02：能辨認、描述與分類簡單平面圖形與立體形體。
- 1-s-03：能描繪或仿製簡單平面圖形。
- 1-s-04：能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。

二年級：

- 2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面（含簡單立體形體）。
- 2-s-02：能認識生活周遭中平行與垂直的現象。
- 2-s-03：能使用直尺處理與線段有關的問題。
- 2-s-04：能認識面積。(同 2-n-18)
- 2-s-05：認識簡單平面圖形的邊長關係。

三年級：

- 3-s-01：能認識平面圖形的內、外部與其周界。
- 3-s-02：能認識周長，並實測周長。
- 3-s-03：能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。
- 3-s-04：能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)
- 3-s-05：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同 3-n-18)
- 3-s-06：能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
- 3-s-07：能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。

四年級：

- 4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
- 4-s-02：能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。
- 4-s-03：能認識平面圖形全等的意義。
- 4-s-04：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。
(同 4-n-16)
- 4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。
- 4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義。
- 4-s-07：能認識平行四邊形和梯形。
- 4-s-08：能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。
- 4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-n-18)

五年級：

- 5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。
- 5-s-02：能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
- 5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。
- 5-s-04：能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。
- 5-s-05：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)
- 5-s-06：能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。
- 5-s-07：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-n-20)

六年級：

- 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。
- 6-s-02：能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。
- 6-s-03：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-n-14)
- 6-s-04：能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。
- 6-s-05：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同 6-n-15)

1-s-1	能認識直線與曲線。	S-1-01
-------	-----------	--------

基本學習內容

1-sc-01-1 能認識直線與曲線，並比較直線與曲線的長短。

基本學習表現

1-scp-01-1 能認識直線。

1-scp-01-2 能認識曲線。

1-scp-01-3 能比較直線與曲線的長短。

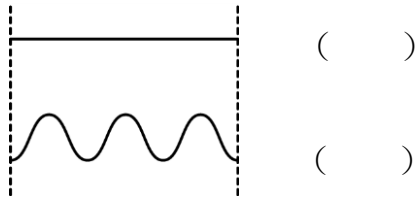
1-scp-01-4 在具體操作中，知道連接兩點的繩子，以直線為最短。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生認識直線與曲線，並比較直線與曲線的長短。
- 本基本學習內容宜與「1-n-09：能認識長度，並作直接比較」一起學習。
- 長度和距離是兩種不同的概念，以 A、B 兩相異點為例，長度討論的是線段 AB 有多長，距離討論的是 A、B 兩點離多遠，因此對低年級學生而言，長度的概念比較具體，而距離的概念比較抽象。
- 長度是物件本身擁有的特性，直直的木條，彎曲的鋼筋，拉直或沒有拉直的繩子等，它們都有長度。
兩個相異點之間是空的，沒有物件可以量長度，因此必須以兩點為端點建立路徑，有了路徑以後，才能夠開始討論路徑的長度。
- 以 A、B 為端點，可以有很多不同的路徑，數學上稱連接兩點最短路徑的長度為這兩點的距離，在這些連接 A、B 兩點的路徑中，連接 A、B 兩點直線段路徑的長度最短，因此 AB 線段的長度就是 A、B 這兩點的距離。教師可以選定兩點，以這兩點為端點連接一些繩子，透過將繩子拉直後比較長短，幫助學生認識連接兩點繩子的長度，以直線為最短。

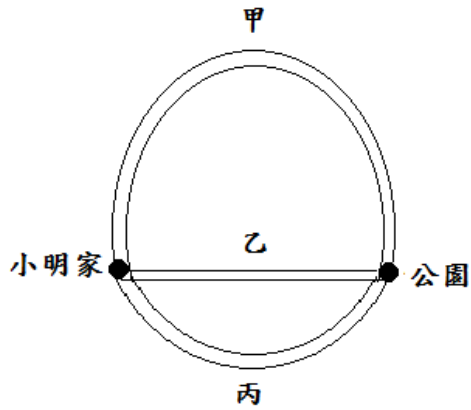
範例：

1. 比一比，比較長的在()打✓：



2. 填填看：

從小明家走到公園，哪一條路最短？()



1-s-02	能辨認、描述與分類簡單平面圖形與立體形體。	S-1-01
--------	-----------------------	--------

基本學習內容

1-sc-02-1 能辨認、描述與分類簡單平面圖形(圓、三角形、正方形、長方形等)。

1-sc-02-2 能辨認、描述與分類簡單立體形體(球體、正方體、長方體、圓柱體等)。

基本學習表現

1-scp-02-1 能將簡單的平面圖形分類。

1-scp-02-2 能辨認並描述簡單的平面圖形。

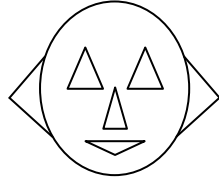
1-scp-02-3 能將簡單的立體形體分類。

1-scp-02-4 能辨認並描述簡單的立體形體。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生透過視覺觀察具體實物，由實物的輪廓來辨識簡單平面圖形與立體形體，不強調圖形與形體的構成要素。
- 學生可以學習簡單平面圖形與立體形體正式或非正式的名稱，但是不必瞭解其定義。
簡單平面圖形：圓形、三角形、正方形及長方形。
簡單立體形體：球體、正方體、長方體及圓柱體。
- 在平面圖形或立體形體名稱的溝通上，可以先讓學生隨意發揮，啟發學生對圖形結構的體驗，教師再歸結到正式的名稱，並做合理的說明，但不需要拘泥在嚴格的定義。
- 教師幫助學生由實物的輪廓來辨識平面圖形，不必強調圖形的構成要素。以「下圖中有多少個三角形？」為例，一年級的學生可能回答有 6 個三角形，也可能回答有 4 個三角形。

回答 6 個三角形的學生直觀的認為耳朵像三角形，而回答 4 個三角形的學生則認為耳朵不像三角形，在沒有討論圖形的構成要素之前，兩者都是合理的答案。



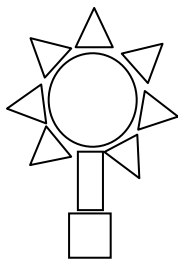
- 本基本學習內容宜與 1-d-01 及 1-d-02 一起學習，例如給定一些簡單的平面圖形，先要求學生分類，再將分類的結果用統計表記錄下來。
- 本基本學習內容將正方形與長方形看成兩類不同的圖形；將正方體與長方體也看成兩類不同的形體。
- 現行多數一年級的教科書，都已引入圓、三角形、正方形、長方形的名詞，但是沒有引入球體、正方體、長方體及圓柱體的名詞，評量時不宜出現這些名詞。

範例：

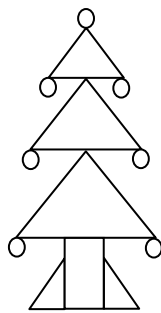
看圖填一填：

(1) 下圖一中有幾個三角形？() 個。

(2) 下圖二的聖誕樹是由() 三角形、() 圓形和() 長方形畫出來的。



圖一



圖二

1-s-03	能描繪或仿製簡單平面圖形。	S-1-02
--------	---------------	--------

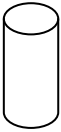
<p>基本學習內容</p> <hr/> <p>1-sc-03-1 能描繪或仿製簡單平面圖形。</p>

<p>基本學習表現</p> <hr/> <p>1-scp-03-1 能拓印立體圖形的某一個面，仿製簡單平面圖形。</p> <p>1-scp-03-2 能描出立體圖形某一個面的邊，仿製簡單平面圖形。</p> <p>1-scp-03-3 能透過將圖形內部塗色的方式，仿製簡單平面圖形。</p>

說明：

- 本基本學習內容透過拓印立體圖形的某一個面、描出立體圖形某一個面的邊、或將圖形內部塗色等方式，幫助學生描繪或仿製簡單平面圖形。
- 教師應區分圖形(例如三角形)、圖形內部(例如三角形內部)、圖形外部(例如三角形外部)、以及圖形區域(例如三角形及三角形內部合稱為三角形區域)的意義。但是在低年級教學時，不必嚴格的區分圖形和圖形區域，例如將三角形及三角形區域都稱之為三角形。
- 拓印立體圖形的某一個面，得到的平面圖形包含圖形本身及其內部，例如將正方體一面塗上墨汁，拓印得到的圖形是正方形區域。
描出立體圖形某一個面的邊得到的平面圖形是圖形本身，例如描正方體某一面的四條邊，得到的圖形是正方形。
塗色是給定周界，在圖形內部塗上顏色。
- 一年級學生肌肉還不能做細膩的協調，不宜做精確的要求，學生只要在仿製活動中，經驗平面圖形的結構特徵。

範例：

1. 把  像蓋印章一樣塗上顏色蓋在紙上，會出現下面哪一個圖形？

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

2. 拿出一個積木放在紙上，用筆沿著其中一個面的邊描描看，會出現哪種圖形？

1-s-04	能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。	S-1-02
--------	-------------------------	--------

基本學習內容

1-sc-04-1 能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。

基本學習表現

1-scp-04-1 能依給定圖示，將簡單圖形作平面鋪設。

1-scp-04-2 能依給定圖示，將簡單形體作立體堆疊。

1-scp-04-3 能透過疊合判斷兩個圖形是否全等。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊，幫助學生注意到平面圖形或立體形體的構成要素，並經驗空間感與全等操作。
- 低年級的幾何教學活動，應安排較多的感官操作活動，讓學生進行簡單的分類、造形、滾動、堆疊、描繪、著色、觸摸、複製等活動，例如透過七巧板等具體物，幫助學生察覺如何才能排出給定的圖形，逐步的注意到圖形的構成要素。
- 本基本學習內容透過疊合來判斷兩個圖形是否全等，但是不能出現「全等」的名詞，「全等」的名詞四年級才出現(4-s-03)。
- 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。
 下面以圖一、圖二及圖三為例說明。
 在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。
 在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針方向旋轉 90 度，或逆時針方向旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。

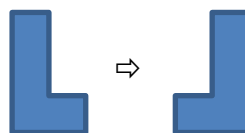
在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



圖一



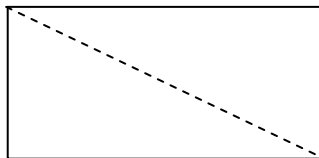
圖二



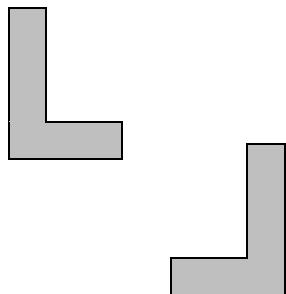
圖三

範例：

- 1.如圖，沿著虛線，把一張長方形色紙剪成兩個三角形，再將這兩個三角形拼出三種不同的圖形。



- 2.把下面兩個圖形剪下來，比比看，他們的形狀和大小有沒有都一樣？



2-s-01	能認識周遭物體上的角、直線與平面（含簡單立體形體）。	S-1-03
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

2-sc-01-1 能認識簡單平面圖形的角與邊。

2-sc-01-2 能認識簡單立體形體的頂點、邊與面，並認識正方體面及邊的特徵。

基本學習表現

2-scp-01-1 能認識簡單平面圖形的角與邊。

2-scp-01-2 能數出簡單平面圖形角與邊的個數。

2-scp-01-3 能認識簡單立體形體的頂點、邊與面。

2-scp-01-4 能數出簡單立體形體頂點、邊與面的個數。

2-scp-01-5 能透過間接比較，知道給定正方體每個面都一樣大，每條邊都一樣長。

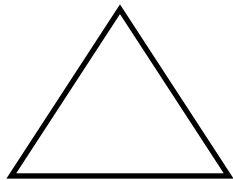
說明：

- 本基本學習內容為 1-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經有足夠將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊的經驗，並逐步的注意到圖形或形體的構成要素。
本基本學習內容開始幫助學生認識平面圖形及立體形體的構成要素。
- 本基本學習內容幫助學生認識簡單平面圖形的角與邊，並引入平面圖形「角」與「邊」的名詞；以及認識簡單立體形體的頂點、邊與面，並引入「頂點」、「邊」與「面」的名詞。
- 學生第一次學習的長方形是一個特例，當他有很多長方形特例的學習經驗，並察覺這些長方形共同的特徵之後，長方形開始由特例發展為一個集合。
國小二、三年級還沒有引入長方形的定義，所有討論的長方形都應該視為特例，教學時教師必須畫出要討論的長方形圖形；當四年級引入長方形的定義之後，所討論的長方形都是集合，教師可以不必畫出長方形的圖形，討論的重點是所有長方形的共同特徵。教師教學或評量時，應該要掌握長方形是特例或集合的意義。

- 低年級學生尚未掌握平面圖形所成集合的意義，因此，教學或評量時只可以要求學生點數「給定平面圖形」角與邊的個數，例如畫出一個長方形，要求學生點數這個長方形有幾個角，有幾條邊；不可以在沒有給定圖形的情境下，要求學生點數「某種平面圖形」角與邊的個數，例如要求學生回答長方形有幾個角，有幾條邊。
- 低年級學生尚未掌握立體形體所成集合的意義，因此，教學或評量時只可以要求學生點數「給定立體形體」頂點、邊與面的個數，例如給定一個長方體，要求學生點數這個長方體有幾個頂點、有幾條邊、有幾個面；不可以在沒有給定立體形體的情境下，要求學生點數「某種立體形體」頂點、邊與面的個數，例如要求學生回答長方體有幾個頂點、有幾條邊、有幾個面。
- 可以給定一些正方體，透過比較邊的長短及面的大小，幫助學生認識這些給定正方體，它們的邊都一樣長及面都一樣大的關係。但是教師不宜宣告所有的正方體都滿足這個性質。

範例：

1. 下圖的三角形中，有()個角、()個邊、()個頂點。



2. 拿出一個長方體，數數看有()個面、()個邊、()個頂點。

2-s-02	能認識生活周遭中平行與垂直的現象。	S-1-04
--------	-------------------	--------

基本學習內容

2-sc-02-1 能認識生活周遭中平行與垂直的現象。

基本學習表現

2-scp-02-1 能認識生活周遭中平行的現象。

2-scp-02-2 能認識生活周遭中垂直的現象。

說明：

- 本基本學習內容幫助學生在生活周遭中，認識平行與垂直的現象，但是不針對兩線互相平行與兩線互相垂直下定義。
- 教師可以透過觀察正方形或長方形等圖形，或透過觀察直行信紙、窗格、欄杆或樓梯等物件，幫助學生認識平行與垂直的現象。
平行與垂直是兩條直線間的關係，上述舉例的現象中同時存在多條直線，教師應明確指出哪兩條線滿足垂直關係，哪兩條線滿足平行關係。
- 本基本學習內容只要求教師幫助學生注意到平行與垂直現象的共同特徵，四年級(4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義)才針對兩線互相平行與兩線互相垂直下定義。

範例：

請指出教室裡二個平行，以及二個垂直的現象。

2-s-03	能使用直尺處理與線段有關的問題。	N-1-08 S-1-02
--------	------------------	------------------

基本學習內容

2-sc-03-1 能使用直尺畫出給定長度的線段。

2-sc-03-2 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量兩點的距離。

基本學習表現

2-scp-03-1 能使用直尺畫出給定長度的線段。

2-scp-03-2 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量兩點的距離。

說明：

- 本基本學習內容為 1-s-01 之後續學習概念，故學生應已認識直線與曲線。本基本學習內容幫助學生使用直尺處理與線段有關的問題。
- 使用直尺處理與線段有關的問題，包含下列問題：
 - (1) 能使用直尺畫出給定長度的線段。
 - (2) 能使用直尺畫出連接兩點的線段，並測量兩點的距離。
- 二年級尚未引入「毫米」。使用直尺畫出給定長度的線段，單位限公分，且長度不宜超過國小學生常用 15 公分直尺的長度。
二年級學生手部肌肉尚未發展成熟，用直尺畫線段不宜過度評量，且評量時應放寬標準，只要誤差不大都應該給分。
- 能畫出連接兩點的線段，並測量其距離，知道這兩點的距離就是畫出線段的長度。
為了方便學生描述距離是幾公分，教師布題時，應儘量讓兩點的距離為整數公分。

範例：

1.請畫出連接下面兩點的直線，並量出它的長度是多少公分？



2.請畫出一條長 5 公分的直線。

2-s-04	能認識面積。(同 2-n-18)	N-1-10 S-1-03
--------	------------------	------------------

基本學習內容

2-sc-04-1 能認識面積，進行面積的直接比較、間接比較與個別單位比較。

基本學習表現

2-scp-04-1 能認識面積。

2-scp-04-2 能進行面積的直接比較。

2-scp-04-3 能進行面積的間接比較。

2-scp-04-4 能進行面積的個別單位比較(限制以正方形或長方形為個別單位)。

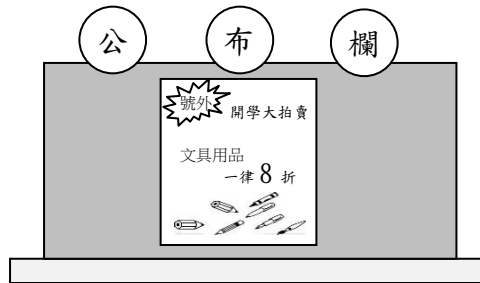
2-scp-04-5 能在具體情境中，認識面積的遞移關係。

說明：

- 本基本學習內容首次引入面積的教材，學生可以透過直接比較、間接比較或個別單位比較，來比較兩個圖形面積的大小。
- 本基本學習內容的教學重點是直接比較、間接比較及個別單位比較，並沒有引入常用單位，三年級(3-n-18)才開始引入面積的常用單位「平方公分」。
- 本基本學習內容面積的直接比較只處理一個圖形包含於另一個圖形的情形，不處理無法包含的情形。
- 「面積」的名詞不宜出現在二年級的教學與評量中，三年級才引入「面積」的名詞。
- 本基本學習內容限制以長方形及正方形為面積的個別單位。

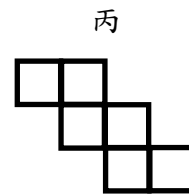
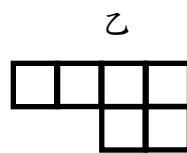
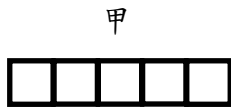
範例：

1. 比比看，公布欄和海報，誰的面比較大？



答：()

2. 下面哪一個圖形的面最小？()



2-s-05	認識簡單平面圖形的邊長關係。	N-1-08 S-1-01 S-1-03
--------	----------------	----------------------------

基本學習內容

2-sc-05-1 透過實測，認識給定的正方形、長方形、正三角形、等腰三角形的邊長關係。

基本學習表現

2-scp-05-1 透過實測，認識給定的正方形四邊等長。

2-scp-05-2 透過實測，認識給定的長方形兩雙對邊等長。

2-scp-05-3 透過實測，認識給定的正三角形三邊等長。

2-scp-05-4 透過實測，認識給定的等腰三角形兩腰等長。

說明：

- 本基本學習內容為 1-n-10 及 1-s-02 之後續學習概念，故學生應該已經認識長度，並能利用直接或間接比較的方法比較物體的長短，也應該已經認識簡單平面圖形。
本基本學習內容幫助學生認識給定簡單平面圖形邊長的關係。
- 本基本學習內容給定正方形、長方形、正三角形、等腰三角形等常見的幾何圖形，透過實測認識邊長的性質，但是不給這些平面圖形下定義。
正方形、長方形、正三角形、等腰三角形等圖形都是線對稱圖形，學生較容易掌握對應邊長度相等的關係。
- 可以使用正方形及長方形的名詞，並命名三邊等長的三角形為正三角形，但不可以出現等腰三角形的名詞。
- 「對邊、鄰邊及腰」等溝通邊長關係的名詞，不宜出現在教學與評量中。

- 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊，常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面三種定義長邊和寬邊的方式，建議教師利用第三種方式溝通長邊與寬邊。

第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。

- 長方形有兩雙對邊等長，四個角都是直角的性質，因此只要給定長方形長邊和寬邊的長度，成人就能畫出唯一的長方形。但是當學生尚未完全掌握長方形的性質時，只告訴學生長邊和寬邊的長度，學生可能無法畫出正確的長方形。

教師不宜只給定長邊和寬邊的長度，就畫出該長方形，例如直接畫出長邊是 5 公分、寬邊是 3 公分的長方形。建議教師在給定長方形的情境中，透過實測說明長方形有兩條長邊，兩條寬邊，這兩條長邊都等長，這兩條寬邊都等長的性質。

- 低年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，例如無法掌握所有長方形所成的集合。因此，可以討論「給定平面圖形」的邊長關係，例如「畫出一個長方形，要求學生透過實測，認識長方形兩雙對邊等長」；但不可以討論「某種平面圖形」的邊長關係，例如討論「所有長方形兩雙對邊等長的關係」。

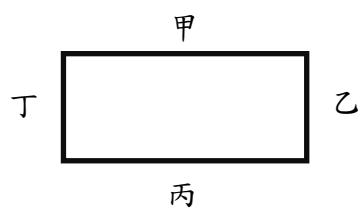
- 低年級學生尚未掌握平面圖形所成集合的意義，因此，教學時只可以討論「給定平面圖形」的邊長關係，例如畫出一個長方形，要求學生透過實測，認識長方形兩雙對邊等長；不可以在沒有給定圖形的情境下，討論「某種平面圖形」的邊長關係，例如討論所有長方形兩雙對邊都等長的關係。

- 教師應區分「某一條邊」與「所有的邊」間的差異。
以正方形為例，學生認知的邊，可能只是四條邊中的某一條；而教師認知的邊，指的是四條邊所成的集合，教師應檢查學生對「邊」的認知。

範例：

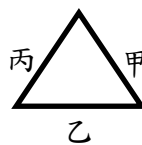
1. 如圖，量量看長方形的邊，並回答下列問題。

- (1) 甲和()一樣長
(2) 乙和()一樣長



2. 如圖，量量看正三角形的邊，下列哪一個說法正確？

- (1) 甲最長
(2) 乙最長
(3) 丙最長
(4) 一樣長



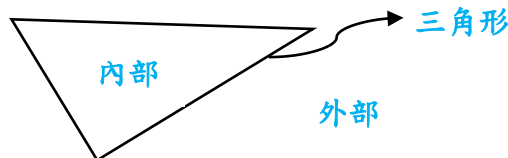
3-s-01	能認識平面圖形的內、外部與其周界。	S-2-01
--------	-------------------	--------

基本學習內容
3-sc-01-1 能認識平面圖形的內、外部與其周界。

基本學習表現
3-scp-01-1 能認識平面圖形的內、外部與其周界。

說明：

- 本基本學習內容為 1-s-03 及 2-s-05 之後續學習概念，故學生應該已經能描繪或仿製簡單平面圖形；也應該已經認識簡單平面圖形的邊長關係。本基本學習內容幫助學生認識平面圖形的內、外部與其周界。
- 本基本學習內容以周界來區分圖形的內部與外部，強調圖形本身的封閉性質。
例如三角形將平面分割成三角形、三角形內部及三角形外部三個部份。

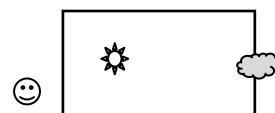


- 本基本學習內容只處理簡單平面圖形的內、外部與其周界，不處理「環」狀圖形，以及複雜如「螺旋形」圖形的內、外部與其周界。

範例：

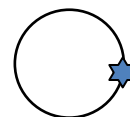
1. 如圖，下列哪一圖案在長方形的內部？

- (1) ☁ (2) ☀ (3) 😊 (4) 無法辨識



2. 如圖，★ 在圓的哪個部位？

- (1) 內部 (2) 外部 (3) 周界 (4) 無法辨識



3-s-02	能認識周長，並實測周長。	N-2-17 S-2-01
--------	--------------	------------------

基本學習內容

3-sc-02-1 能認識周長，並實測周長。

基本學習表現

3-scp-02-1 能認識周長。

3-scp-02-2 能實測簡單平面圖形的周長。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形的內、外部與其周界。
本基本學習內容幫助學生認識圖形的周長，實測簡單平面圖形的周長。
- 本基本學習內容實測的對象以三角形、正方形及長方形等簡單平面圖形為主，實測的單位以「公分」為主，實測的結果限制為整數。
三年級已引入「毫米」，當學生已掌握一位小數的意義，知道 1 毫米=0.1 公分，可以延伸實測的結果為一位小數。
- 多邊形的「周長」就是「邊長和」的意思。
三角形的周長指的是周界的長，所以三角形的周長是三條邊的長度和。
正方形的周長指的是周界的長，所以正方形的周長是四條邊的長度和。
長方形的周長指的是周界的長，所以長方形的周長是兩條長邊和兩條寬邊的長度和。
- 以計算邊長 5 公分的正三角形或正方形周長為例，可以要求學生用乘法算式「 5×3 」算出正三角形的周長是 15 公分，或用乘法算式「 5×4 」算出正方形的周長是 20 公分，為四年級引入正三角形或正方形周長公式鋪路。
以計算長邊長 5 公分、寬邊長 3 公分的周長為例，因為三年級尚未引入併式的記法，可以要求學生用算式「 $5 \times 2 = 10$ 、 $3 \times 2 = 6$ ， $10 + 6 = 16$ 」或「 $5 + 3 = 8$ ， $8 \times 2 = 16$ 」算出長方形的周長，為四年級引入長方形周長公式鋪路。

- 部份三年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，例如無法掌握所有正三角形或正方形所成的集合。因此，不宜引入正三角形及正方形的周長公式。

三年級尚未引入加乘兩步驟問題的併式紀錄，因此，不宜引入長方形的周長公式。

國小四年級(4-s-09)才引入長方形和正方形的周長公式。
- 教師應區分正方形「某一條邊長」與「所有的邊長」間的差異。

學生認知的邊，可能只是正方形四條邊中的某一條；而教師認知的邊，指的是四條邊所成的集合。
- 長方形哪一邊稱為長邊、哪一邊稱為寬邊，常引起爭議。數學上並沒有給長邊或寬邊下定義，日常生活中，常見下面這三種定義長邊和寬邊的方式，建議教師利用第三種方式溝通長邊與寬邊。

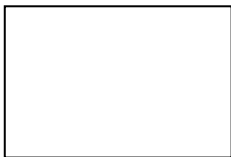
第一種：因為受到「長」這個關鍵字的影響，稱比較長的那一邊為長邊，比較短的那一邊稱為寬邊。

第二種：由長方形擺放的位置決定長邊和寬邊，將長方形擺正後，稱水平方向的那一邊為長邊，鉛直方向的那一邊為寬邊。這種定義的方式有一個缺點，如果兩個人擺放的方式不相同，他們所稱的長邊和寬邊就不相同。

第三種：因為只要確定長邊和寬邊就能決定一個長方形，因此長邊和寬邊是同等的重要，只要約定其中的一邊為長邊，那麼剩下的另一邊就是寬邊。

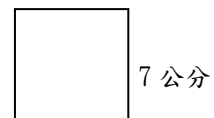
範例：

1. 如圖，量量看長方形的周長是多少公分？



2. 如圖，正方形的周長是多少公分？

- (1) 7 公分 (2) 14 公分 (3) 28 公分 (4) 49 公分



3-s-03	能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。	S-2-04 S-2-05
--------	----------------------------------	------------------

基本學習內容

3-sc-03-1 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。

基本學習表現

3-scp-03-1 能使用圓規畫圓。

3-scp-03-2 能認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。

3-scp-03-3 知道圓的直徑的長度是半徑的兩倍。

3-scp-03-4 知道用圓規畫圓時，筆尖與針尖的距離是圓的半徑。

說明：

- 本基本學習內容為 1-s-02 之後續學習概念，故學生應該已經能自簡單平面圖形中找出圓。
本基本學習內容首次引入周界是曲線的平面圖形，幫助學生使用圓規畫圓，並認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」，以及半徑與直徑長度的關係。
- 能使用圓規畫圓包含下列能力：
 - (1) 能使用圓規畫圓。
 - (2) 知道圓規筆尖與針尖的距離就是畫出圓的半徑。
 - (3) 能使用圓規筆尖及針尖的距離為單位，測量線段的長度。
- 圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度是半徑的線段 OP，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。
下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

- (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。
- (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖的距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。

■ 教師應區分「圓(circle)」和「圓區域(disc)」的意義：

圓：在平面上選定一定點 O ，在平面上與定點 O 的距離是 r ($r > 0$) 的所有點所成的集合稱為圓，該定點 O 稱為圓心， r 稱為半徑。

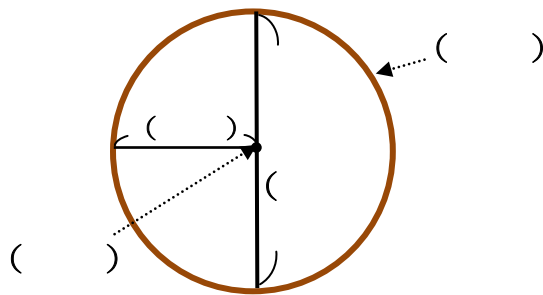
圓區域：圓和圓內部合起來稱為圓區域。

本基本學習內容只在圓中認識圓的圓心、圓周、半徑與直徑。

- 部份三年級學生尚未掌握所有平面圖形所成集合的意義，因此，只討論給定圓的直徑長是半徑長的 2 倍，不討論所有圓的直徑長都是半徑長的 2 倍。

範例：

1. 在()中填入「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。



2. 有一圓的直徑是 10 公尺，請問它的半徑是幾公尺？

- (1) 2 公尺
- (2) 5 公尺
- (3) 10 公尺
- (4) 20 公尺

3-s-04	能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)	N-2-20 S-2-04
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

3-sc-04-1 能認識角，並進行角的直接及間接比較。

基本學習表現

- 3-scp-04-1 能認識角。
- 3-scp-04-2 能認識直角。
- 3-scp-04-3 能進行角的直接比較。
- 3-scp-04-4 能進行角的間接比較。

說明：

- 本基本學習內容為 2-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識周遭物體上的角。
本基本學習內容首次引入角度的教材，學生可以透過直接比較及間接比較，來判斷兩個角張開程度的大小。
- 本基本學習內容透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。
三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角度是 90 度。
- 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。
張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。
- 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。

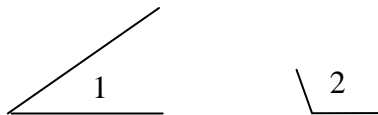


- 部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。

- 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。
 先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。
 接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

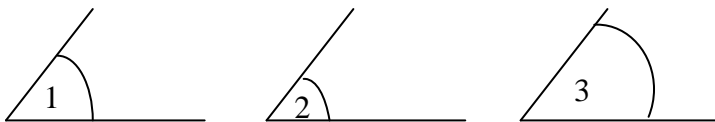
範例：

1. 下圖中的角 1 和角 2，哪一個角比較大？



- (1) 角 1 (2) 角 2 (3) 一樣大 (4) 無法比較

2. 請問下列的角，哪一個角最大？



- (1) 角 1 (2) 角 2 (3) 角 3 (4) 一樣大

3-s-05	能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同 3-n-18)	N-2-21 S-2-02
--------	-------------------------------------	------------------

基本學習內容

3-sc-05-1 能認識面積單位「平方公分」，並進行實測、估測及計算。

基本學習表現

- 3-scp-05-1 能認識面積單位「平方公分」。
- 3-scp-05-2 能以平方公分為單位作相關的實測與估測。
- 3-scp-05-3 能以平方公分為單位進行加、減及整數倍乘法計算。
- 3-scp-05-4 能用乘法算出平方公分板上長方形的面積。
- 3-scp-05-5 能在方格紙上畫出給定面積的長方形。
- 3-scp-05-6 知道沿著對角線，能將長方形剪成兩個全等的直角三角形，也知道兩個全等的直角三角形可以拼成一個長方形，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。

說明：

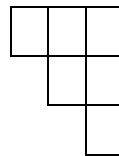
- 本基本學習內容為 2-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識面積，並能進行面積的直接、間接與個別單位比較。
本基本學習內容開始引入面積的常用單位「平方公分」，並做相關的實測、估測及計算。
- 教師應多提供學生以「1 平方公分」為單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」面積的量感。
- 當學生理解「1 平方公分」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位時，就能幫助學生進行平方公分面積單位的加、減和整數倍計算。
例如甲紙片和 10 個「1 平方公分」合起來一樣大，乙紙片和 8 個「1 平方公分」合起來一樣大，可以利用加法「 $10+8=18$ 」算出兩張紙片合起來的面積與 18 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以兩張紙片的面積和是 18 平方公分。
也可以利用減法「 $10-8=2$ 」算出甲紙片的面積比乙紙片大 2 個「1 平方公分」，所以甲紙片和乙紙片的面積差是 2 平方公分。

- 以求長方形面積為例，教師可以透過平方公分板，先幫助學生點數長方形的面積和幾個 1 平方公分合起來一樣大，也就是幾平方公分；再要求學生透過「一排有幾個 1 平方公分，有幾排」的方式，用乘法計算出長方形的面積是幾個 1 平方公分，也就是幾平方公分。
三年級只能討論給定長方形的面積是幾平方公分，不能引入長方形的面積公式，四年級(4-n-18)才引入長方形面積公式。
- 在九九乘法的範圍內，幫助學生在邊長 1 公分的方格紙上畫出已知面積的長方形，例如畫出面積是 24 平方公分的長方形。
- 應要求學生沿著對角線，將長方形剪成兩個三角形後，認識這兩個三角形是全等的直角三角形；也知道這兩個全等的直角三角形，可以拼成一個長方形，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。
也可以要求學生沿著對角線，將正方形剪成兩個三角形後，認識這兩個三角形是全等的等腰直角三角形；也知道這兩個全等的等腰直角三角形，可以拼成一個正方形，其中一個等腰直角三角形的面積是正方形面積的一半。
三年級不可引入「直角三角形」及「等腰直角三角形」的名詞。
- 二年級只進行面積的直接、間接及個別單位比較。
三年級引入面積單位「平方公分」。
四年級引入面積單位「平方公尺」。
五年級引入面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」。

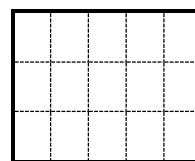
範例：

1.如圖，每一個方格的面積都是 1 平方公分，此圖形的面積是多少平方公分？

- (1) 5 平方公分
- (2) 6 平方公分
- (3) 8 平方公分
- (4) 9 平方公分



2.如圖，每一個方格的面積都是 1 平方公分，用乘法算出長方形的面積是多少平方公分？



3-s-06	能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。	S-2-02
--------	---------------------------	--------

基本學習內容

3-sc-06-1 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

基本學習表現

3-scp-06-1 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

3-scp-06-2 知道將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半。

說明：

- 本基本學習內容為 1-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經能依給定圖示，將簡單圖形作平面鋪設；也應該已經能透過疊合判斷兩個圖形是否全等。
本基本學習內容幫助學生透過操作，將簡單平面圖形切割重組成另一已知簡單平面圖形。
- 將長方形(或正方形)切割成兩個全等的三角形後，要求學生將其組合成幾種不同圖形的活動，可以培養學生面積的保留概念。
- 將長方形(或正方形)切割成兩個全等的直角三角形後，可以再由這兩個全等的直角三角形拼回原長方形(或正方形)，幫助學生認識其中一個直角三角形的面積是長方形(或正方形)面積的一半。

範例：

1. 將面積是 10 平方公分的正方形色紙對折成兩個三角形剪開後，其中一個三角形面積是多少平方公分？
(1) 5 平方公分 (2) 10 平方公分 (3) 20 平方公分 (4) 40 平方公分
2. 將一張長方形色紙剪成兩個一模一樣的三角形後，請拼出三種不同的圖形。

3-s-07	能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。	S-2-04
--------	----------------------	--------

基本學習內容

3-sc-07-1 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。

基本學習表現

3-scp-07-1 能由邊長和角的特性來認識正方形。

3-scp-07-2 能由邊長和角的特性來認識長方形。

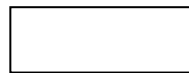
說明：

- 本基本學習內容為 2-s-05 之後續學習概念，故學生應該已經能認識簡單平面圖形的邊長關係。
本基本學習內容幫助學生由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。
- 本基本學習內容為 4-s-01 的前置經驗。教學重點是察覺給定的不同長方形(或正方形)都有相同的性質，為四年級引入長方形(或正方形)的定義鋪路。
- 三年級只能在給定的長方形或正方形圖形中，幫助學生認識四邊等長且四個角都是直角的四邊形是正方形；兩對邊等長且四個角都是直角的四邊形是長方形。
不宜要求學生知道所有的正方形或長方形都滿足上面的性質。

範例：

1.右圖是一個長方形，下列敘述何者正確？

- (1) 這 4 條邊都一樣長
- (2) 左右的邊都一樣長，上下的邊也一樣長
- (3) 只有 2 個直角
- (4) 這 4 條邊都不一樣長



2.右圖是一正方形，下列敘述何者錯誤？

- (1) 這 4 條邊都一樣長
- (2) 左右的邊都一樣長，上下的邊也一樣長
- (3) 有 4 個直角
- (4) 沒有直角



4-s-01	能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。	S-2-04
--------	---------------------------	--------

基本學習內容

4-sc-01-1 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認三角形。

4-sc-01-2 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認四邊形。

基本學習表現

4-scp-01-1 知道四邊等長且四個角都是直角的四邊形為正方形。

4-scp-01-2 知道四個角都是直角的四邊形為長方形。

4-scp-01-3 知道四邊等長的四邊形為菱形。

4-scp-01-4 認識銳角及鈍角的意義。

4-scp-01-5 知道有一個角是直角、另兩個角是銳角的三角形為直角三角形。

4-scp-01-6 知道有一個角是鈍角、另兩個角是銳角的三角形為鈍角三角形。

4-scp-01-7 知道三個角都是銳角的三角形為銳角三角形。

4-scp-01-8 知道有兩邊等長或三邊都等長的三角形為等腰三角形。

4-scp-01-9 知道有一個角是直角的等腰三角形為等腰直角三角形。

4-scp-01-10 知道三邊都等長的三角形為正三角形。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-07 之後續學習概念，故學生應該能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。
本基本學習內容運用「角」與「邊」等構成要素，幫助學生辨認簡單平面圖形。
- 國小前三年與後三年幾何教學的定位不同，前三年強調觀察給定圖形的構成要素，後三年強調由構成要素來刻畫簡單幾何圖形。

- 本基本學習內容運用「角」與「邊」等構成要素，辨認下列的簡單平面圖形。

等腰三角形：有兩邊等長或三邊都等長的三角形。

直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。

銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。

鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

等腰直角三角形：有一個角是直角的等腰三角形。

正三角形：三邊都等長且三個角都相等的三角形。

正方形：四邊等長且四個角都是直角的四邊形。

長方形：四個角都是直角的四邊形。

菱形：四邊都等長的四邊形

- 直角、銳角及鈍角三角形的判斷，也可以透過最大角的想法來處理。

直角三角形：最大角是直角的三角形。

銳角三角形：最大角是銳角的三角形。

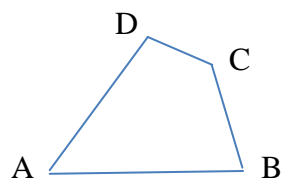
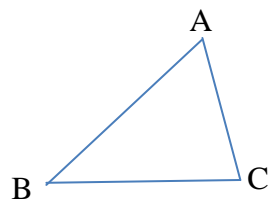
鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。

- 4-s-01 教學重點是透過「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
4-s-07 教學重點是透過「平行」的關係，辨認簡單平面圖形。

- 討論三角形及四邊形時，應先說明對邊及對角的意義。三角形中的對邊、對角和四邊形中的對邊、對角的意義不相同。

以下圖中左邊的三角形為例，每一個角都只有一條對應的邊，每一條邊都只有一個對應的角。為了溝通上的方便，稱 $\angle A$ 的對邊是BC邊，也稱AB邊的對角是 $\angle C$ 。

四邊形有四條邊及四個角，以下圖中的四邊形為例，每一個角都有一個相對的角，以及兩個相鄰的角，每一條邊都有一條相對的邊，以及兩條相鄰的邊。為了溝通上的方便，稱 $\angle A$ 的對角是 $\angle C$ ，也稱AB邊的對邊是CD邊等。



- 可以透過定義討論正方形是否為長方形，正三角形是否為等腰三角形。例如正方形的四個角都是直角，滿足長方形四個角都是直角的定義，所以正方形也是長方形；正三角形的三邊都等長，滿足等腰三角形有兩邊等長或三邊都等長的定義，所以正三角形是等腰三角形。但不宜評量兩類圖形的包含關係。
 - 有兩種幫助學生澄清等腰直角三角形意義的教學方式：
 - 第一種：利用扣條做等腰直角三角形，例如先做出等長的兩邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再透過旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角之後，再圍成一個三角形，這個三角形會同時滿足等腰及直角兩個條件，所以是等腰直角三角形。
 - 第二種：利用三角板畫出直角，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後連成一個三角形，這種畫法比較容易畫出等腰直角三角形。這個畫出來三角形會同時滿足直角及等腰兩個條件，所以是等腰直角三角形。
- 當學生有一些用扣條做等腰直角三角形，以及畫等腰直角三角形的經驗後，較能夠同時掌握等腰直角三角形滿足「兩邊相等」及「一個角為直角」關係的意義。

範例：





1. 有一個角是鈍角、另兩個角是銳角的三角形是什麼圖形？

- (1) 正三角形 (2) 直角三角形 (3) 銳角三角形 (4) 鈍角三角形

2. 四邊等長且四個角都是直角的四邊形是什麼圖形？

- (1) 菱形 (2) 長方形 (3) 正方形 (4) 梯形

3. 下列哪一個圖形是菱形？

- (1)  (2)  (3)  (4) 

4-s-02	能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。	S-2-05
--------	-------------------------	--------

基本學習內容

4-sc-02-1 能透過操作，認識基本三角形的簡單性質。

4-sc-02-2 能透過操作，認識基本四邊形的簡單性質。

基本學習表現

4-scp-02-1 知道正三角形三個角相等。

4-scp-02-2 知道等腰三角形兩底角相等。

4-scp-02-3 知道長方形兩雙對邊等長。

4-scp-02-4 知道平行四邊形沿對角線分開的兩三角形全等。

4-scp-02-5 知道等腰梯形的兩個底角相等。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
本基本學習內容幫助學生認識基本三角形與四邊形的簡單性質。
- 4-s-01 的教學重點是透過「角」與「邊」等構成要素，給三角形或四邊形下定義；而 4-s-02 的教學重點是認識這些三角形或四邊形有哪些簡單的性質。
 例如正三角形的教學重點：
 4-s-01 定義三邊等長的三角形是正三角形；
 4-s-02 認識正三角形的三個角都相等。
 等腰梯形的教學重點：
 4-s-01 定義兩腰等長的梯形是等腰梯形；
 4-s-02 認識等腰梯形的兩個底角也相等。
 長方形的教學重點：
 4-s-01 定義四個角都是直角的四邊形是長方形；
 4-s-02 認識長方形兩雙對邊等長。

- 4-s-07 的教學重點是透過「平行」的關係，給四邊形下定義；而 4-s-02 的教學重點是認識這些四邊形有哪些簡單的性質。

例如平行四邊形的教學重點：

4-s-07 定義兩雙對邊平行的四邊形是平行四邊形；

4-s-02 認識平行四邊形沿對角線分開的兩個三角形全等。

- 可以透過摺紙，幫助學生認識線對稱圖形的幾何性質。

例如：等腰三角形的兩個底角相等，等腰梯形的兩個底角相等，正三角形的三個角都相等，長方形兩雙對邊等長等性質。

範例：

1. 甲說：正三角形的三個角相等。

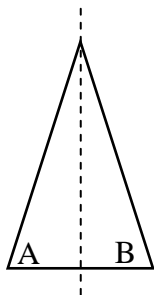
乙說：等腰三角形的兩底角相等。

丙說：長方形的四邊等長。

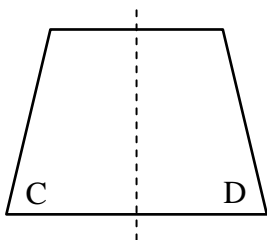
哪些人的說法是正確的？

- (1) 甲、乙
- (2) 甲、丙
- (3) 乙、丙
- (4) 甲、乙、丙

2. 如圖，將等腰三角形剪下，沿著虛線對摺，兩底角(角 A、角 B)是否一樣大？



3. 如圖，將等腰梯形剪下，沿著虛線對摺，兩底角(角 C、角 D)是否一樣大？



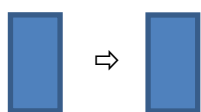
4-s-03	能認識平面圖形全等的意義。	S-2-06
--------	---------------	--------

基本學習內容
4-sc-03-1 能認識平面圖形全等的意義。

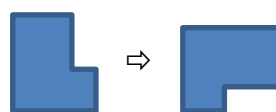
基本學習表現
4-scp-03-1 能判斷兩平面圖形是否全等。
4-scp-03-2 能用「對應頂點」、「對應邊」及、「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。
4-scp-03-3 知道圖形的性質，在全等的操作下不會改變。

說明：

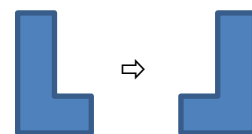
- 本基本學習內容為 1-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經能透過疊合判斷兩個圖形是否全等。
本基本學習內容幫助學生認識平面圖形全等的意義，引入「全等」的名詞，並能用「對應頂點」、「對應邊」及、「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。
- 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。
下面以圖一、圖二及圖三為例說明。
在圖一中，只要將左邊的圖形平移至右邊，就能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。
在圖二中，必須先將左邊的圖形平移至右邊，再將左邊的圖形順時針旋轉 90 度，或逆時針旋轉 270 度，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。
在圖三中，將左邊的圖形平移至右邊，不論如何旋轉，這兩個圖形都無法完全疊合，必須將左邊的圖形翻轉，才能透過疊合的方式知道這兩個圖形全等。



圖一



圖二



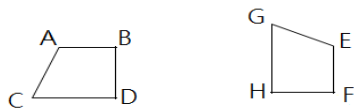
圖三

- 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係，例如都出現「對應點」、「對應邊」、「對應角」的名詞。
全等是最容易溝通的關係，教師應透過操作，幫助學生認識兩圖形間構成要素的對應關係，例如三角形 ABC 和三角形 DEF 全等，將兩圖形疊合後，AB 邊和 DE 邊重合，稱 AB 邊的對應邊為 DE 邊，也稱 AB 和 DE 互為對應邊； $\angle A$ 和 $\angle D$ 重合，稱 $\angle A$ 的對應角為 $\angle D$ ，也稱 $\angle A$ 和 $\angle D$ 互為對應角；A 點和 D 點重合，稱 A 點的對應點為 D 點，也稱 A 點和 D 點互為對應點，為五年級及六年級學習相關教材鋪路。
- 教師應透過平移、旋轉或翻轉圖形，幫助學生理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變。例如將等腰三角形橫放、直放、斜放或翻轉，兩腰等長或兩底角相等的性質不會改變。

範例：

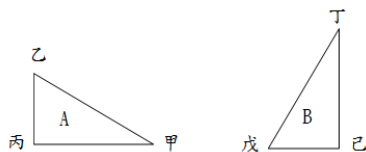
1. 如圖，兩個四邊形為全等圖形，請問頂點 B 的對應點為何？

- (1) 頂點 E
- (2) 頂點 F
- (3) 頂點 G
- (4) 頂點 H

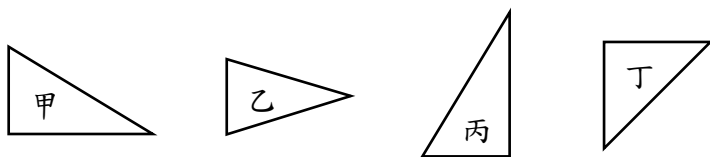


2. 如圖，三角形 A、B 為全等圖形，請問邊甲乙的對應邊為何？

- (1) 邊甲丙
- (2) 邊乙丙
- (3) 邊己丁
- (4) 邊丁戊



3. 將下列四個三角形剪下，說說看哪二個是全等三角形？



4-s-04	能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16)	N-2-20
--------	--	--------

基本學習內容

4-sc-04-1 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。

基本學習表現

- 4-scp-04-1 能認識角度單位「度」。
- 4-scp-04-2 能使用量角器實測角度。
- 4-scp-04-3 能使用量角器畫出指定的角度。
- 4-scp-04-4 能算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較兩個角張開程度的大小。
本基本學習內容引入角度的常用單位「度」，以及測量角度的工具—量角器。
- 教學時，幫助學生熟悉 30 度、45 度、60 度、90 度、120 度、135 度、150 度、180 度等角度即可。
評量給定角的角度時，不應要求太嚴格。
- 四年級引入角度的常用單位「度」之後，可以說直角的角度是 90 度，也可以進行角度的加減計算。
- 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。
當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。

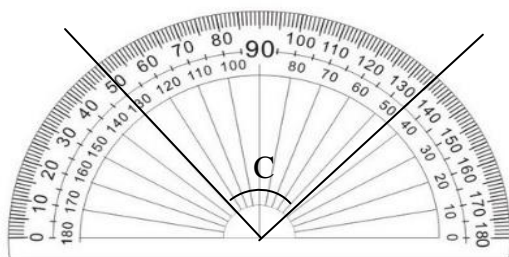
- 以「下圖中陰影部份為角 C，求角 C 的角度是多少度？」為例，有兩種幫助學生算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度的方法。

(1) 透過點數刻度解題：

先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80，81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

(2) 透過旋轉角及減法解題：

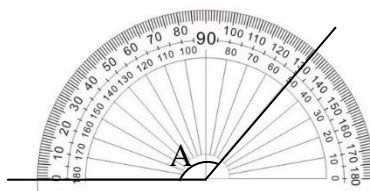
先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50 - 0 = 50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135 - 0 = 135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135 - 50 = 85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



範例：

1. 如圖，角 A 是幾度？

- (1) 0 (2) 50 (3) 80 (4) 130



2. 角 B 的兩邊，一邊在量角器內圈刻度 15 上，另一邊在量角器內圈刻度 60 上，角 B 是幾度？

- (1) 15 (2) 60 (3) 45 (4) 75

3. 請使用量角器畫出一個 75 度的角。

4-s-05	能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。	S-2-07
--------	---------------------	--------

基本學習內容

4-sc-05-1 能理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。

基本學習表現

4-scp-05-1 能理解旋轉角的意義。

4-scp-05-2 能認識順時針旋轉及逆時針旋轉的意義。

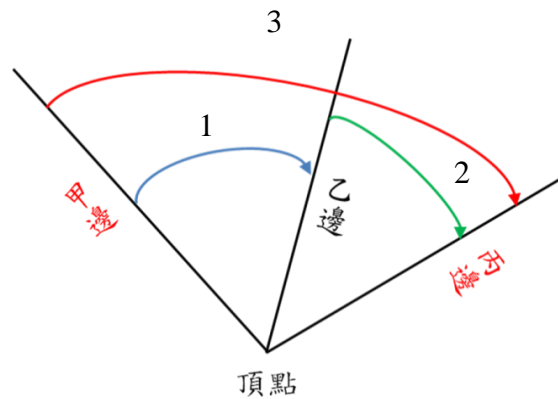
4-scp-05-3 能認識平角的意義，知道平角的角度是 180 度。

4-scp-05-4 能認識周角的意義，知道周角的角度是 360 度。

4-scp-05-5 知道分針(時針)轉 1 圈時旋轉了 360 度，轉 1 大格時旋轉了 30 度，轉 1 小格時旋轉了 6 度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較角的大小。
本基本學習內容幫助學生理解旋轉角，以及平角和周角的意義。
- 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。
再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。
透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成
 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。

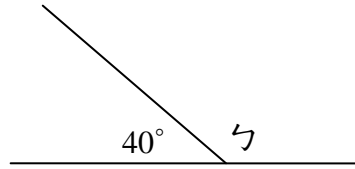


- 三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。四年級討論的是「旋轉角」，旋轉角教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新的名詞來定義。「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內。
- 旋轉角是向量，應要求學生說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法（例如 -30 度或 +150 度）。
- 本基本學習內容引入「平角」及「周角」的名詞。
- 分針轉 1 圈時是一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。
- 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。

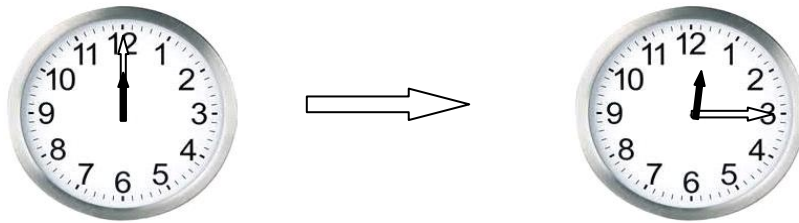
範例：

1.如右圖，請問角 \sphericalangle 是幾度？

- (1) 40 度
- (2) 60 度
- (3) 140 度
- (4) 180 度



2.如圖，從 12 點到 12 點 15 分，分針旋轉了多少度？



- (1) 3 度
- (2) 15 度
- (3) 30 度
- (4) 90 度

4-s-06	能理解平面上直角、垂直與平行的意義。	N-2-20 S-2-03
--------	--------------------	------------------

基本學習內容

4-sc-06-1 能理解平面上垂直的意義。

4-sc-06-2 能理解平面上平行的意義。

基本學習表現

4-scp-06-1 能理解平面上垂直的意義。

4-scp-06-2 能理解平面上平行的意義。

說明：

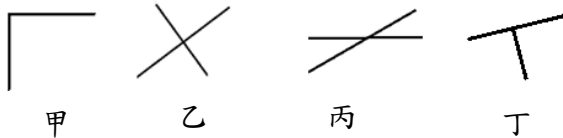
- 本基本學習內容為 2-s-02 及 3-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經認識生活周遭中平行與垂直的現象；也應該已經認識直角。
本基本學習內容幫助學生理解平面上垂直與平行的意義。
- 二年級幫助學生認識生活周遭中平行與垂直的現象，本基本學習內容針對平行與垂直下定義，也就是給定一個判斷兩線是否互相平行或互相垂直的方法。
兩線平行： L_1 與 L_2 同時垂直於 L ，稱 L_1 與 L_2 兩線互相平行。
兩線垂直： L_1 與 L_2 相交且有一個交角為直角，稱 L_1 與 L_2 兩線互相垂直。
- 平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。



- 兩直線不會相交是平行線的現象，但是不能當作判斷兩線是否平行的方法，因為無法檢驗兩線是否不會有交點。
- 日常生活中常出現「水平線」和「鉛垂線」的名詞，水平線是伴隨著水平面出現的一條虛擬直線，將一杯水平放在桌面上，水面會是水平面，當我們將注意力放在水平面上的邊時，就能觀察到水平線的現象；日常生活中到處都存在鉛垂線，垂吊的燈飾，懸掛燈籠的繩子等都是鉛垂線。學生可能混淆「水平線」和「平行線」，以及「鉛垂線」和「垂直線」的意義，誤認為「水平線」就是「平行線」，「鉛垂線」就是「垂直線」。水平線和鉛垂線是日常生活中自然存在的一條直線，而平行線和垂直線是描述兩條直線間的關係。

範例：

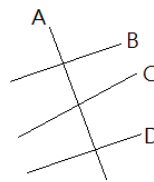
1. 下列哪些圖形的二條直線互相垂直？



- (1) 甲、丁
- (2) 甲、乙、丁
- (3) 甲、乙、丙
- (4) 甲、乙、丙、丁

2. 如圖，哪二條直線互相平行？

- (1) A、B
- (2) B、C
- (3) C、D
- (4) B、D



4-s-07	能認識平行四邊形和梯形。	S-2-02 S-2-03 S-2-04
--------	--------------	----------------------------

基本學習內容

4-sc-07-1 能認識平行四邊形和梯形。

基本學習表現

4-scp-07-1 知道兩雙對邊平行的四邊形是平行四邊形。

4-scp-07-2 知道一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形是梯形。

4-scp-07-3 知道兩腰等長的梯形是等腰梯形。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-06 之後續學習概念，故學生應該已經理解平面上直角、垂直與平行的意義。本基本學習內容幫助學生認識平行四邊形和梯形。
- 本基本學習內容運用「平行」的關係，辨認下列的平面圖形。
 平行四邊形：兩雙對邊都平行的四邊形。
 梯形：一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形。
 等腰梯形：兩腰等長的梯形。
- 教師不宜稱「有一組對邊平行的四邊形為梯形」，應該稱「一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形為梯形」。因為「有」可以包含三種意義，第一種是「至多有」，第二種是「恰有」，第三種是「至少有」，學生可能混淆其意義。
- 4-s-01 教學重點是透過「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
 4-s-07 教學重點是透過「平行」的關係，辨認簡單平面圖形。

範例：

1. 下列有關梯形的敘述何者正確？

- (1) 一雙對邊互相平行，另一雙對邊不互相平行
- (2) 兩雙對邊都互相平行
- (3) 四條邊都一樣長
- (4) 四個角都是直角

2. 下列圖形，何者為平行四邊形？

(1)



(2)



(3)



(4)



4-s-08	能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。	S-2-03 S-2-04
--------	-----------------------------	------------------

基本學習內容

4-sc-08-1 能用直尺或三角板畫出直角、平行線與垂直線。

4-sc-08-2 能利用直尺或三角板畫出正方形、長方形、平行四邊形與梯形。

基本學習表現

4-scp-08-1 能用直尺或三角板畫出直角。

4-scp-08-2 能用直尺或三角板畫出互相平行的兩直線。

4-scp-08-3 能用直尺或三角板畫出互相垂直的兩線段。

4-scp-08-4 能用直尺或三角板畫出過線外一點且與該線平行的直線。

4-scp-08-5 能用直尺或三角板畫出過線外一點且與該線垂直的直線。

4-scp-08-6 能利用直尺或三角板畫出正方形、長方形。

4-scp-08-7 能利用直尺或三角板畫出平行四邊形、梯形。

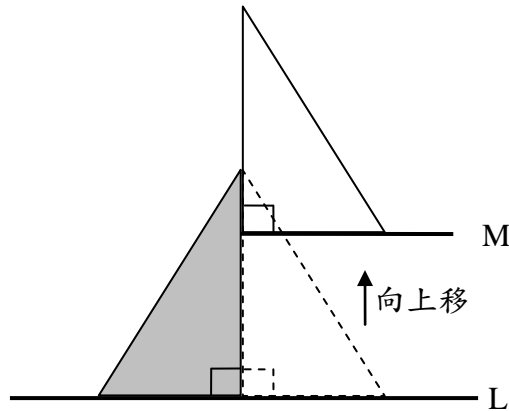
4-scp-08-8 能利用直尺或三角板畫出直角三角形、等腰直角三角形。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-06 之後續學習概念，故學生應該已經理解平面上直角、垂直與平行的意義。
本基本學習內容幫助學生利用三角板畫出直角、平行線與垂直線，並用來描繪平面圖形。
- 國小階段可以利用有刻度的直尺及三角板等工具，畫出平行線和垂直線，不必理會國中尺規作圖的約定。教師只要追問「你怎麼知道畫出的兩線是平行線或垂直線？」即可。
- 學生應先學會利用三角板檢驗 L、M 兩線是否為平行線的方法，再解決給定一線 L 及線外一點 P，畫出過 P 點且與 L 平行的直線的問題。

(1) 用兩個三角板來檢查兩線是否平行：

以判斷 L、M 兩線是否平行為例，可以先將兩個三角板的邊和 L 線重合，而且這兩個三角板的直角邊也重合，其中的一個三角板不動，另一個三角板往 M 線移動，如果另一個三角板的邊和 M 線也重合，L 和 M 兩線就互相平行(如下圖)。

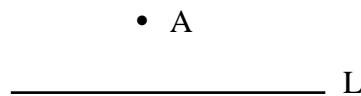


(2) 給定一線 L 及線外一點 P，畫出過 P 且平行 L 的直線 M：

學生有用兩個三角板來檢查兩線是否平行的經驗後，教師可以給定一直線 L 及線外一點 P，要求學童利用兩個三角板，仿前面的方式，畫出過線外 P 點的平行線 M。

範例：

1. 請用直尺或三角板畫出一條通過 A 點且與 L 線垂直的直線。



2. 請用直尺或三角板畫出一條通過 B 點且與 M 線平行的直線。



4-s-09	能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同4-n-18)	N-2-22 S-2-08
--------	--------------------------------	------------------

基本學習內容

4-sc-09-1 能理解長方形和正方形的周長公式。

4-sc-09-2 能理解長方形和正方形的面積公式。

基本學習表現

4-scp-09-1 能理解長方形的周長公式。

4-scp-09-2 能理解正方形的周長公式。

4-scp-09-3 能理解長方形的面積公式。

4-scp-09-4 能理解正方形的面積公式。

4-scp-09-5 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的周長。

4-scp-09-6 能計算由正方形及長方形組成簡單複合圖形的面積。

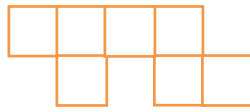
說明：

- 本基本學習內容為 3-n-18 及 3-s-02 之後續學習概念，故學生應該已經能用乘法算出平方公分板上長方形的面積；也應該已經認識周長，並能實測周長。
本基本學習內容引入長方形和正方形的面積公式與周長公式。
- 本基本學習內容限制利用正方形及長方形面積公式解題時，邊的長度必須是整數；但是利用正方形及長方形周長公式解題時，邊的長度可以是整數、一、二位小數或同分母分數。
- 學生常混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義，教師應多提供學生利用長度單位「1 公分」或「1 公尺」實測的經驗，例如 50 個「1 公分」接起來，剛好和甲繩一樣長，可以稱甲繩的長度是 50 公分；也應該多提供學生利用面積單位「1 平方公分」或「1 平方公尺」實測的經驗，例如將 30 個「1 平方公分」合起來，剛好和色紙一樣大，就可以稱色紙的面積是 30 平方公分。

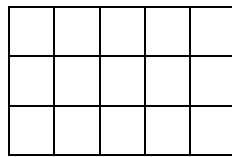
「1 公分」和「1 平方公分」是兩種不相同的量，當學生有豐富的長度及面積單位實測的經驗，比較不會混淆正方形及長方形周長及面積公式解題的意義。

- 以長 5 公分、寬 3 公分的長方形為例，建議教師透過下面的步驟，幫助學生理解長邊及寬邊都是整公分的長方形面積公式，並能直接利用公式解題：

(1) 先建立單位面積 1 平方公分的概念，例如知道下圖是由 7 個 1 平方公分合起來的，所以此圖的面積是 7 平方公分。



(2) 利用 1 平方公分的方瓦覆蓋給定的長方形，例如下圖是用 1 平方公分方瓦覆蓋的長方形，要求學生用一排有幾個 1 平方公分，一共有幾排的方式，利用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出面積是 15 平方公分。



- (3) 察覺被乘數、乘數和長邊、寬邊的公分數之間的關係。例如長邊是 5 公分，剛好有 5 個 1 平方公分的方瓦，也就是一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，剛好有 3 個 1 平方公分的方瓦，也就是一共有 3 排。
- (4) 透過長邊和寬邊的公分數，直接用乘法算出單位面積的個數，並形成長乘以寬面積公式算法的共識。

長邊是 5 公分，表示一排有 5 個 1 平方公分，寬邊是 3 公分，表示一共有 3 排，因此可以透過長邊及寬邊的公分數，利用一排有幾個、有幾排的方式算出長方形的面積，並得到「長方形面積 = 長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」的結果。當學生有一些利用上述公式解題的經驗後，教師可以將上述公式中「長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」簡記為「長邊 \times 寬邊」或「長 \times 寬」。

- 教學時，可以討論長方形面積相等，但形狀不一定相同，為五年級引入因數概念鋪路。

也可以討論周長相等的長方形，他們的面積不一定相等。

- 本基本學習內容只要求學生計算簡單複合圖形的面積及周長，如下圖。



範例：

1. 有一長方形，長邊 6 公分，寬邊 4 公分，其周長是多少？
 - (1) 10 公分
 - (2) 20 公分
 - (3) 24 平方公分
 - (4) 40 平方公分
2. 有一正方形，邊長為 5 公尺，其面積是多少？
 - (1) 5 平方公尺
 - (2) 10 公尺
 - (3) 20 公尺
 - (4) 25 平方公尺

5-s-01	能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。	S-3-02
--------	-------------------------	--------

基本學習內容

5-sc-01-1 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。

基本學習表現

5-scp-01-1 能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。

5-scp-01-2 能利用三角形三內角和為 180 度的性質解決問題。

說明：

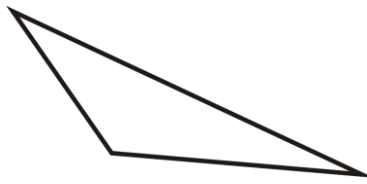
- 本基本學習內容為 4-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
本基本學習內容透過操作，幫助學生理解三角形三內角和為 180 度。
- 有兩種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法，分別說明如下：
 - (1) 拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生理解這些三角形三個角的角度和大約都是 180 度。
 - (2) 拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生理解這些三角形的三個角都可以拼成一個平角，因此這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。
- 本基本學習內容教學重點是所有三角形的內角和都是 180 度，教師不宜只求某一個三角形的內角和，就說明所有三角形的內角和都是 180 度。
- 教學或評量時不宜出現「內角」的名詞，未引入外角概念前，沒有區分內角及外角的需求。

範例：

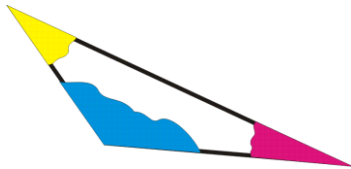
1. 三角形兩個角的角度分別是 53° 和 42° ，第三個角的角度是多少？

- (1) 75°
- (2) 85°
- (3) 90°
- (4) 180°

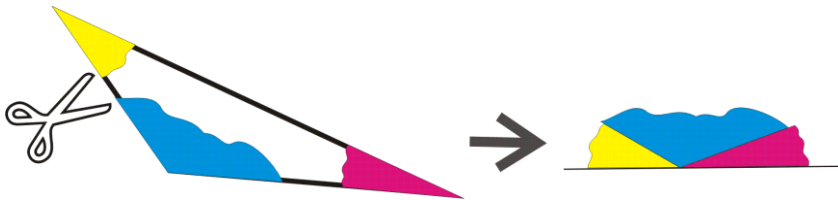
2. 這是一個三角形，



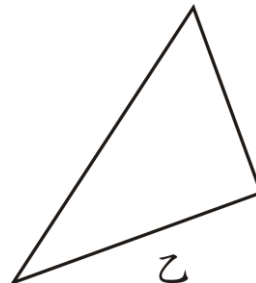
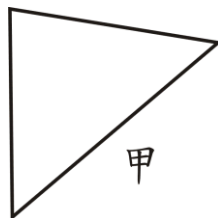
我們先把三個角塗上顏色



再剪下三個角，這三個角剛好拼成一個平角（如下圖）。



做做看，把下圖中甲、乙兩個三角形的3個角，塗上不同的顏色，再分別剪下來，拼拼看，這三個角是否也可以拼成一個平角？



5-s-02	能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。	S-3-02
--------	------------------------	--------

基本學習內容

5-sc-02-1 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊，並解決問題。

基本學習表現

5-scp-02-1 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。

5-scp-02-2 能判斷給定的三線段是否能圍成三角形。

說明：

- 本基本學習內容為 1-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經在具體操作中，認識連接兩點的繩子，以直線為最短。
本基本學習內容延伸上面的經驗，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
- 如果學生已掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以直線 AB 為最短，所以 $AC+BC>AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以直線 AC 為最短，所以 $BC+BA>AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以直線 BC 為最短，所以 $AB+AC>BC$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。
- 以三邊長為 a 公分、b 公分、c 公分($a \geq b \geq c$)的三角形為例，三角形任意兩邊和大於第三邊指的是「 $a+b>c$ ， $a+c>b$ ， $b+c>a$ 」的性質。
已知邊長為 a 公分、b 公分、c 公分($a \geq b \geq c$)的三根竹籤是否能圍成一個三角形，只要判斷「 $b+c>a$ 」是否成立即可。
- 判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。
如左下圖，較短的兩邊和大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。
如右下圖，較短的兩邊和小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形。

**範例：**

1. 下列哪一組長度的竹籤無法圍成三角形？

- (1) 5 公分、5 公分、5 公分
- (2) 7 公分、5 公分、6 公分
- (3) 8 公分、2 公分、10 公分
- (4) 6 公分、7 公分、9 公分

2. 已知三角形兩邊長分別為 10 公分、6 公分，下列何者可能是此三角形第三邊的長？

- (1) 3 公分
- (2) 4 公分
- (3) 8 公分
- (4) 18 公分

5-s-03	能認識圓心角，並認識扇形。	S-3-01
--------	---------------	--------

<p>基本學習內容</p> <hr/> <p>5-sc-03-1 能認識圓心角，並認識扇形。</p>

<p>基本學習表現</p> <hr/> <p>5-scp-03-1 能認識圓心角。</p> <p>5-scp-03-2 能認識扇形。</p> <p>5-scp-03-3 知道$\frac{1}{n}$圓的圓心角是多少度($n=2、3、4、6、8$)。</p>
--

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。本基本學習內容幫助學生認識扇形及圓心角。
- 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。



- 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，扇形的圓心角是周角的部份，透過周角 $\times\frac{1}{2}$ ，可以得到半圓的圓心角是 180 度，相同的方式，可以求得 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度。

- 結合圓心角與旋轉角，幫助學生再次認識平角與周角的意義。
- 不可以評量與扇形周長或面積有關的問題，六年級才引入圓的周長與面積公式。

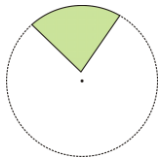
範例：

1. 請問 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度？

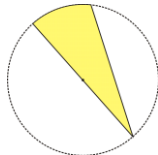
- (1) 6
- (2) 15
- (3) 30
- (4) 60

2. 下列哪一個圖形的塗色部分是扇形？

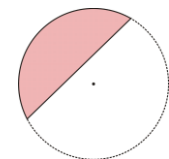
(1)



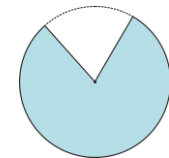
(2)



(3)



(4)



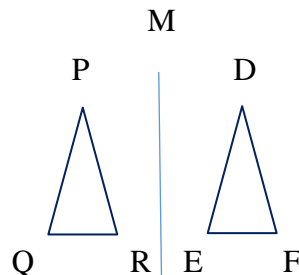
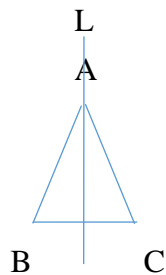
5-s-04	能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。	S-3-03
--------	----------------------	--------

基本學習內容
5-sc-04-1 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。

基本學習表現
5-scp-04-1 能判斷給定的圖形(等腰三角形、長方形、正方形、菱形、圓形、正五邊形及正六邊形)是否為線對稱圖形。
5-scp-04-2 能找出線對稱圖形的對稱軸。
5-scp-04-3 能找出線對稱圖形中給定點的對稱點、給定邊的對稱邊、給定角的對稱角。
5-scp-04-4 知道線對稱圖形的對稱邊相等，對稱角相等。
5-scp-04-5 給定部份簡單線對稱圖形及對稱軸，能描繪出該線對稱圖形。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形全等的意義。
本基本學習內容幫助學生認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。
- 國小階段線對稱圖形教學的重點是「判斷甲圖形是否為線對稱圖形」，以及討論線對稱圖形甲中對稱點、對稱邊及對稱角等關係。例如判斷下面左圖中的等腰三角形是線對稱圖形，L 是對稱軸，B 點的對稱點是 C 點，邊 AB 的對稱邊是邊 AC，角 B 的對稱角是角 C。
教師不可以將「畫出甲圖形對 L 的對稱圖形」當作教學的重點，如下面右圖，三角形 PQR 對 M 的對稱圖形是三角形 DEF，P 點的對稱點是 D 點，邊 PQ 的對稱邊是邊 DF，角 R 的對稱角是角 E。

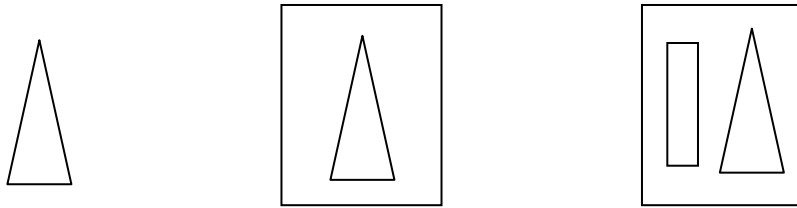


- 以判斷等腰三角形是否為線對稱圖形問題為例，下面呈現三種布置圖形的方式：

第一種(下圖左)：給定一個等腰三角形的圖卡。

第二種(下圖中)：給定一張正方形紙張，將等腰三角形畫在給定正方形紙張的正中央。

第三種(下圖右)：給定一張正方形紙張，將等腰三角形畫在給定正方形紙張的一邊，另一邊可能還有其它的圖形。



第一種對摺的對象一定是這個等腰三角形的圖卡，學生可以透過對摺後圖形兩邊完全疊合的現象，判斷該等腰三角形是線對稱圖形。第二種及第三種對摺的對象可能是等腰三角形(略過正方形)，也可能是正方形，並將等腰三角形視為正方形紙張中的圖像。

建議教師先用第一種方式來布題，在與學生溝通評量對象是畫在紙上的等腰三角形後，才能用第二種及第三種方式來布題。

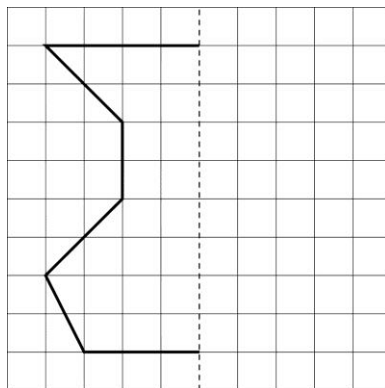
- 國小線對稱圖形的教材中，都出現給定一條對稱軸及對稱軸某一邊的圖形，要求學生畫出另一邊圖形的問題，如下圖，L 是對稱軸，左邊是給定的圖形，要求學生畫出右邊的圖形。

教師們常出現下列兩種不同解讀題意的的方法：

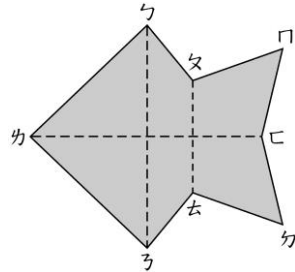
第一種：將左邊的圖形視為圖形甲，要求學童畫出圖形甲對 L 的對稱圖形乙。

第二種：將全部的圖形視為一個線對稱圖形，左邊的圖形只是線對稱圖形的一部份，要求學生畫出完整的線對稱圖形。

國小階段的教學重點不是第一種，國小階段的教學重點是第二種。



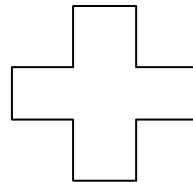
- 透過對摺後重疊的現象，幫助學生認識線對稱圖形的對稱邊相等，對稱角相等，並知道對稱軸兩側圖形全等；以及對稱軸和對稱點連線互相垂直，且對稱點到對稱軸和對稱點連線交點的距離相同。



範例：

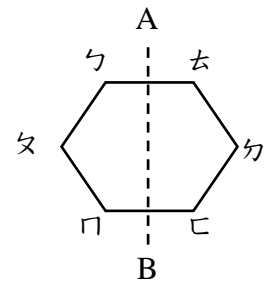
1.右邊圖形有幾條對稱軸？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4



2.右圖是線對稱圖形，以線段 AB 為對稱軸，下列何者是邊 ㄅ 的對稱邊？

- (1) 邊 ㄅ
- (2) 邊 ㄆ
- (3) 邊 ㄇ
- (4) 邊 ㄏ



5-s-05	能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)	N-3-22 S-3-06
--------	--	------------------

基本學習內容

5-sc-05-1 能運用切割重組，理解平行四邊形、三角形與梯形的面積公式。

基本學習表現

5-scp-05-1 能運用切割重組，理解平行四邊形的面積公式。

5-scp-05-2 能運用平行四邊形的面積公式解決問題。

5-scp-05-3 能運用切割重組，理解三角形的面積公式。

5-scp-05-4 能運用三角形的面積公式解決問題。

5-scp-05-5 能運用切割重組，理解梯形的面積公式。

5-scp-05-6 能運用梯形的面積公式解決問題。

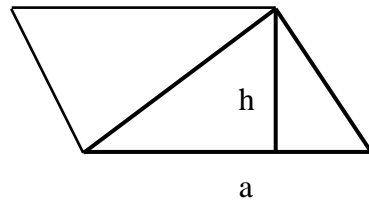
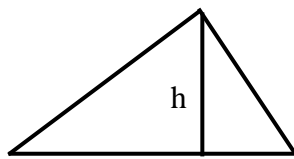
說明：

- 本基本學習內容為 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
本基本學習內容運用切割重組，幫助學生理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。
- 建議教師先透過長方形面積公式引入平行四邊形面積公式，再透過平行四邊形面積公式引入三角形及梯形面積公式。
這種引入方式的優點是只要操弄圖形就能導出公式，不涉及代數式的運算，缺點是解法不自然，學生無法自發性的解題，必須透過教師的引導才能導出公式。
下面簡單說明如何引入平行四邊形、三角形與梯形的面積公式
(1) 透過分割及合成(如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。
平行四邊形面積＝長方形面積＝長×寬＝底×高。



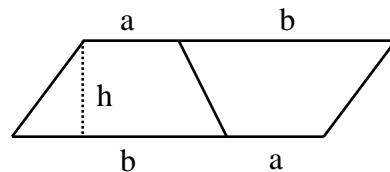
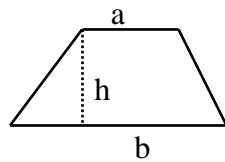
(2) 透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{三角形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$$



(3) 透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式，導出梯形的面積公式，其中梯形的「上底+下底」就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{梯形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$



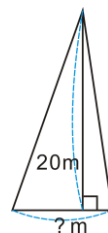
■ 教師不宜透過「兩平行線間距離」的方式引入平行四邊形的高，也不宜透過「點到線的距離」的方式引入三角形的高。

「距離」對國小學生而言相當困難，因此國小接段只處理兩點的距離，沒有處理「點到線的距離」及「兩平行線間距離」。

範例：

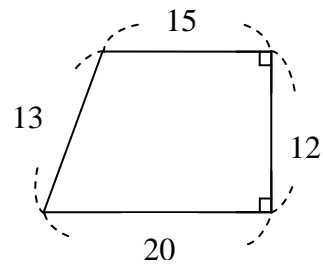
1. 如圖，面積是 100 平方公尺的三角形土地，高是 20 公尺，底是幾公尺？

- (1) 5
- (2) 10
- (3) 1000
- (4) 2000



2. 如圖，梯形的面積是多少平方公尺？

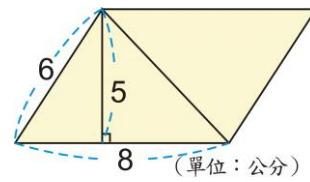
- (1) 60
- (2) 210
- (3) 227.5
- (4) 421



單位：公尺

3. 如圖，平行四邊形的面積是多少平方公分？

- (1) 28
- (2) 30
- (3) 40
- (4) 48



(單位：公分)

5-s-06	能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。	S-3-09
--------	-----------------------	--------

基本學習內容

5-sc-06-1 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

基本學習表現

- 5-scp-06-1 能認識球，以及球的球心、直徑與半徑。
- 5-scp-06-2 知道過球心之各截面為半徑相同的圓。
- 5-scp-06-3 認識直圓柱。
- 5-scp-06-4 認識直圓錐。
- 5-scp-06-5 認識直角柱。
- 5-scp-06-6 認識正角錐。
- 5-scp-06-7 能認識直圓柱、直圓錐、直角柱、正角錐的展開圖。
- 5-scp-06-8 能在沒有具體物的情境下，知道直角柱和正角錐的頂點、邊和面的個數。

說明：

- 本基本學習內容為 2-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識周遭簡單立體形體的頂點、邊與面。
本基本學習內容幫助學生認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐的幾何性質。
- 本基本學習內容只討論立體形體的幾何結構，瞭解立體形體的基本構成要素，教學時應以操作活動為主，不宜涉及量的計算。
- 球是常見的立體形體，只要幫助學生認識球有球心，過球心之截面為半徑相同的圓，並理解球半徑的意義即可。
- 角柱區分為直角柱及斜角柱，當直角柱的底是正多邊形時稱之為正角柱。圓柱區分為直圓柱及斜圓柱。
正角錐的底是正多邊形，頂點到底面的垂線會經過底面的中心。

- 本基本學習內容柱體部份只討論直角柱及直圓柱，錐體部份只討論正角錐及直圓錐，但在教學或評量時稱直角柱為角柱，直圓柱為圓柱，正角錐為角錐，直圓錐為圓錐。
- 可以透過展開圖或剪貼活動認識圖形的基本構成要素，展開圖只是操作的工具，幫助學生認識各構成要素如何構造出立體圖形，不應作為紙筆評量的題材。

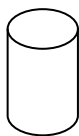
範例：

1.五角柱有幾個邊？

- (1) 5
- (2) 6
- (3) 10
- (4) 15

2.下面哪一個形體是角錐？

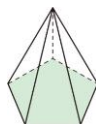
(1)



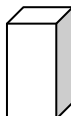
(2)



(3)



(4)



5-s-07	能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-n-20)	<p>N-3-20</p> <p>N-3-25</p> <p>S-3-05</p> <p>S-3-11</p>
--------	--	---

基本學習內容

- 5-nc-20-1 能理解長方體及正方體體積的計算公式。
- 5-nc-20-2 能理解長方體及正方體表面積的計算方法。
- 5-nc-20-3 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。
- 5-nc-20-4 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

基本學習表現

- 5-ncp-20-1 能理解長方體體積的計算公式。
- 5-ncp-20-2 能理解正方體體積的計算公式。
- 5-ncp-20-3 能理解長方體表面積的計算方法。
- 5-ncp-20-4 能理解正方體表面積的計算方法。
- 5-ncp-20-5 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。
- 5-ncp-20-6 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

說明：

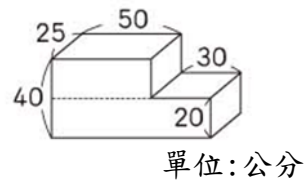
- 本基本學習內容為 5-n-19 及 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識體積單位「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並作相關計算；也應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。
- 本基本學習內容引入正方體和長方體的體積公式，並沒有引入正方體和長方體的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。

- 不宜透過在長方體盒子內堆疊白色積木的方式引入長方體體積公式，因為長方體盒子內能裝滿 60 個白色積木，指的是長方體盒子的容積是 60 毫升，而不是長方體的體積是 60 立方公分。
- 不宜透過堆疊白紙引入長方體體積公式，例如拿出一張已知長邊和寬邊的長方形白紙，告訴學生可以利用「長×寬」算出這張白紙的面積，再說明當很多張相同的白紙堆疊在一起時，就會疊成一個長方體，這個長方體體積的大小和高有關，可以得到長方體的體積公式是「長×寬×高」。國小階段體積教學的重點是點數立體形體是由多少個單位體積合起來的，上面這種教學方式是本末倒置的教學，其目的只是幫助學生記憶長方體的體積公式。
平面是沒有厚度的，如果很多張白紙堆疊在一起會變成一個長方體，已經預告一張白紙也是有厚度的，也就是說，每一張白紙都是長方體。
- 本基本學習內容只處理簡單的複合形體。
簡單的複合形體：由正方體及長方體組成，相接而且不相內嵌的形體。

範例：

1. 如圖，此立體形體的體積是多少立方公分？

- (1) 49400
- (2) 50600
- (3) 65000
- (4) 3000000



2. 長 90 公分，寬 40 公分，高 60 公分的長方體，表面積是多少平方公分？

- (1) 380
- (2) 1140
- (3) 22800
- (4) 216000

6-s-01	能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。	S-3-01
--------	----------------------	--------

基本學習內容
6-sc-01-1 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

基本學習表現
6-scp-01-1 知道 n 邊形的內角和($n \leq 6$)
6-scp-01-2 能計算簡單複合圖形的面積。
6-scp-01-3 能計算簡單複合形體的表面積。
6-scp-01-4 能計算簡單複合形體的體積。

說明：

- 本基本學習內容為幾何問題(包含面積、體積、周長、角度等計算)的總結。
- 課堂中可以討論較困難複合圖形(重疊、嵌入等)的面積，或較困難複合形體(重疊、嵌入等)的體積或表面積，但是不宜評量。

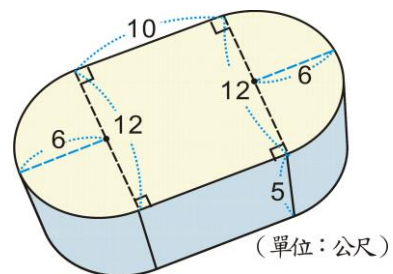
範例：

1. 六邊形的內角和是幾度？

- (1) 180 (2) 360 (3) 540 (4) 720

2. 如圖，柱體的底面是由兩個半圓與一個長方形所組成，體積是多少立方公尺？(圓周率=3.14)

- (1) 233.04
 (2) 565.2
 (3) 1165.2
 (4) 2860.8



6-s-02	能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。	S-3-04
--------	----------------------------------	--------

基本學習內容

- 6-sc-02-1 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響。
6-sc-02-2 能認識比例尺。

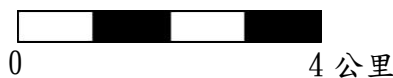
基本學習表現

- 6-scp-02-1 能認識給定圖形的放大圖與縮小圖。
6-scp-02-2 能認識平面圖形放大、縮小對長度的影響。
6-scp-02-3 能認識平面圖形放大、縮小對角度的影響。
6-scp-02-4 能認識平面圖形放大、縮小對面積的影響。
6-scp-02-5 能認識比例尺。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識平面圖形全等的意義。
本基本學習內容幫助學生認識平面圖形的放大與縮小圖，以及放大、縮小對長度、角度與面積的影響。
- 「 n 倍放大圖或 $\frac{1}{n}$ 倍縮小圖(n 是大於 1 的整數)」是專有名詞，指的是對應長度放大為 n 倍或縮小為 $\frac{1}{n}$ 倍的關係。
「將甲圖放大為 n 倍或縮小為 $\frac{1}{n}$ 倍」是日常生活用語，教學或評量時應說明是將「長度」或「面積」放大為 n 倍或縮小為 $\frac{1}{n}$ 倍。
例如：將甲圖的邊長影印放大為 120% 後得到乙圖。
將丙圖的面積影印縮小為 80% 後得到丁圖。

- 在溝通放大圖或縮小圖時，可以用同單位的比或比值來溝通，數學上習慣將原圖形當作基準量，放大或縮小的圖形當作比較量，例如原圖形的長度是 500 公尺時，縮小圖是 1 公尺，我們會用「 $\frac{1}{500} : 1$ 」，或用 $\frac{1}{500} : 1$ 的比值「 $\frac{1}{500}$ 」來溝通看到的是 $\frac{1}{500}$ 倍的縮小圖。原圖形的長度是 1 微米時，放大圖是 10000 微米，我們會用「10000 : 1」，或 10000 : 1 的比值「10000」來溝通看到的是 10000 倍的放大圖。
- 也可以用不同單位的比或比值來溝通放大圖或縮小圖。
例如原圖形是 1 公里時，縮小圖是 1 公分，我們會用「1 公分 : 1 公里」，或用 1 公分 : 1 公里的比值「1 公分/公里」來溝通原圖形上是 1 公里時，縮小圖是 1 公分。
- 下圖中的比例尺，指的是地圖上 1 公分代表實際長度是 1 公里。
1 公里 = 100000 公分，下圖的比例尺也可以改用比例尺「1 : 100000」或比例尺「 $\frac{1}{100000}$ 」來描述。



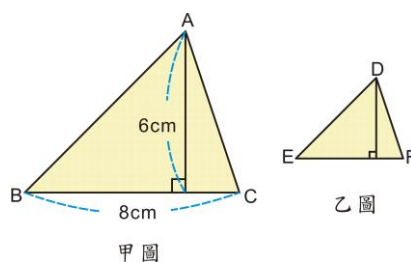
- 日常生活中經常使用地圖，可以透過地圖認識比例尺，經由實測地圖來計算實際的距離。

範例：

1. 如圖，乙圖是甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮圖，乙圖的面積是

甲圖面積的幾倍？

- (1) 4 (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{4}$



2. 兩地實際距離是 800 公尺，在比例尺 1 : 20000 的地圖上兩地距離是幾公分？

- (1) 0.04 (2) 0.25 (3) 4 (4) 25

6-s-03	能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-n-14)	N-3-23 S-3-07
--------	-------------------------------------	------------------

基本學習內容

- 6-nc-14-1 能理解圓周率的意義。
- 6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。
- 6-nc-14-3 能理解圓周長的公式，並計算簡單扇形的周長。

基本學習表現

- 6-ncp-14-1 能理解圓周率的意義。
- 6-ncp-14-2 能理解圓面積的公式。
- 6-ncp-14-3 能計算簡單扇形的面積。
- 6-ncp-14-4 能運用圓面積公式解決問題。
- 6-ncp-14-5 能理解圓周長的公式。
- 6-ncp-14-6 能計算簡單扇形的周長。
- 6-ncp-14-7 能運用圓周長公式解決問題。

說明：

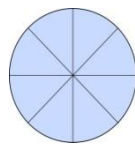
- 本基本學習內容為 3-s-03 及 5-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」；也應該已經認識扇形及圓心角。
本基本學習內容幫助學生理解圓面積與圓周長公式，並計算簡單扇形的面積。
- 五年級(5-s-03)已引入扇形，學生已經認識圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，也知道扇形的圓心角是周角的部份。透過「圓心角÷周角」，可以計算給定圓心角及半徑的扇形面積或周長，或計算給定面積或弧長的扇形之圓心角角度。

- 所有的圓都相似，相似圖形對應邊長度的比值都相等，因此可以透過「圓周長：直徑長」的比值求出圓周率。

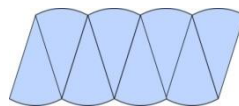
教師可以透過測量不同圓的直徑和圓周長，再分別求出不同圓「圓周長：直徑長」的比值，幫助學生理解「圓周長：直徑長」的比值都比3多一點，認識圓周率大約是3.14。

為了讓「圓周長：直徑長」的比值不要差異太大，建議教師選擇直徑超過20公分的圓，因為直徑太小的圓，算出來圓周率的值誤差比較大。
- 當學生知道「圓周長：直徑長」的比值是圓周率，就可以透過算式「圓周長：直徑長 = $\frac{\text{圓周長}}{\text{直徑}} = \text{圓周率}$ 」，得到「圓周長 = 直徑 × 圓周率」。
- 圓周率是無理數，而利用直尺測量出的圓周長及直徑都是有理數，「有理數 ÷ 有理數」還是有理數，為了不妨礙以後無理數概念的發展，建議教師提供一些簡單說明圓周率的文章(數學史)，讓有興趣的學生自行閱讀。
- 先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如8個或16個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。

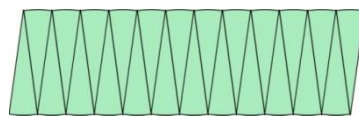
$$\begin{aligned}
 \text{圓面積} &= \text{平行四邊形面積} \\
 &= \text{底} \times \text{高} \\
 &= \text{圓周長的一半} \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \times 3.14) \div 2 \times \text{半徑} \\
 &= (\text{直徑} \div 2 \times 3.14) \times \text{半徑} \\
 &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14
 \end{aligned}$$



一個被八等分分割的圓



重新組一個被八等分割的圓



重新組一個被二十四等分割的圓

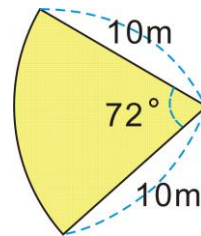
範例：

1. 有一個半徑 8 公尺的圓形花園，周長大約是幾公尺？(圓周率為 3.14)

- (1) 25.12
- (2) 50.24
- (3) 200.96
- (4) 803.84

2. 如圖，半徑為 10 公尺，圓心角 72° 的扇形，面積是多少平方公尺？(圓周率為 3.14)

- (1) 314
- (2) 78.5
- (3) 62.8
- (4) 15.7



6-s-04	能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。	S-3-08
--------	--	--------

基本學習內容

6-sc-04-1 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直。

6-sc-04-2 能描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。

基本學習表現

6-scp-04-1 能認識面與面的平行。

6-scp-04-2 能認識面與面的垂直。

6-scp-04-3 能認識線與面的垂直。

6-scp-04-4 能描述正方體與長方體中面與面的平行關係。

6-scp-04-5 能描述正方體與長方體中面與面的垂直關係。

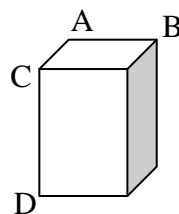
6-scp-04-6 能描述正方體與長方體中線與面的垂直關係。

說明：

- 本基本學習內容為 4-s-06 之後續學習概念，故學生應該已經理解平面上兩直線垂直與平行的意義。
本基本學習內容延伸平面的情境至空間，幫助學生認識面與面的平行與垂直，以及線與面的垂直關係。
- 本基本學習內容不討論線與面的平行關係，只討論線與面的垂直關係；也不討論空間中線與線的垂直關係。
- 數學上的面向四面八方無限的延伸，而長方體的面是封閉的多邊形區域。在檢驗長方體底面和側面是否互相垂直時，常將長方體底面平放在桌面上來檢驗，當底面在桌面上時，無法檢驗底面和側面是否互相垂直，只能檢驗桌面和側面是否互相垂直，許多學生無法掌握長方體的底面與桌面之間的包含關係，不知道長方體的側面和桌面互相垂直時，長方體的側面也和底面互相垂直。

建議教師製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合；燈籠骨架模型側面的邊和桌面互相垂直時，側面的邊和底面也會互相垂直。

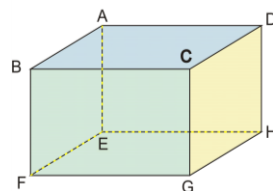
- 本基本學習內容不引入面與面平行與垂直的嚴格定義。
- 不宜將兩線平行的定義直接類比至兩平面的平行關係。
兩線平行的定義：和一線同時垂直的兩線互相平行。
兩平面平行的定義不是：和一平面同時垂直的兩平面互相平行；
而是：和一線同時垂直的兩平面互相平行。
- 以下圖中的直線 AB 和 CD 為例，國小階段討論垂直時，討論的對象是兩條給定的線段，圖中 AB 和 CD 這兩條直線並沒有相交，所以沒有交角是直角，回到垂直的定義，AB 和 CD 兩線不垂直。
高中階段討論的對象是兩類直線(等價類)，我們可以製定一個三維的直角坐標，將 AB 線段的 A 點平移至原點，CD 線段的 C 點也平移至原點，平移後的 AB 和 CD 線段相交於原點，且有一個交角是直角，所以高中階段稱 AB 和 CD 兩線互相垂直。
教師在評量時，不宜出現此類問題，避免引起爭議。



範例：

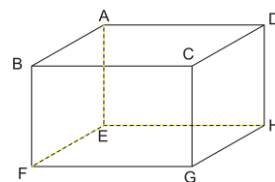
1. 如圖，在長方體中，和面 ABFE 互相平行的是哪一個面？

- (1) 面 ABCD (2) 面 EFGH
(3) 面 CGHD (4) 面 BFGC



2. 如圖，在長方體中，邊 BF 與哪一個面互相垂直？

- (1) 面 ABCD (2) 面 AEHD
(3) 面 CGHD (4) 面 BFGC



6-s-05	能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同6-n-15)	N-3-24 S-3-10
--------	--------------------------------	------------------

基本學習內容

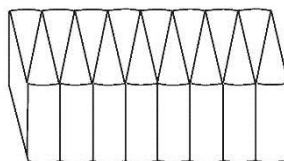
6-nc-15-1 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。

基本學習表現

- 6-ncp-15-1 能理解四角柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-2 能理解角柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-3 能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積。
- 6-ncp-15-4 能計算簡單複合形體的體積。

說明：

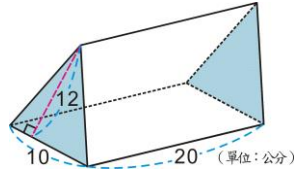
- 本基本學習內容為 5-n-20 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方體和正方體體積的計算公式。
本基本學習內容將體積計算公式的範圍擴充至簡單直柱體。
- 可以由長方體體積公式「(長×寬)×高」，說明四角柱體積公式「底面積×高」，並推廣至簡單直柱體體積公式「底面積×高」。
- 告知或透過切割圓柱體的步驟，例如類比引入圓面積公式的方法，先將直圓柱切成兩個半圓柱，再將兩個半圓柱都切成很多個全等的扇形柱，將這兩個切成扇形柱的半圓柱上下交錯疊合起來，會變成一個接近直四角柱的立體(如下圖)，直四角柱的體積是「底面積×高」，所以直圓柱的體積也是「底面積×高」。



範例：

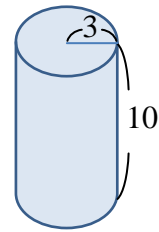
1.如圖，三角柱的體積是多少立方公分？

- (1) 60
- (2) 120
- (3) 1200
- (4) 2400



2.如圖是高為 10 公分，底面半徑為 3 公分的圓柱，此圓柱的體積是多少立方公分?(圓周率=3)

- (1) 60
- (2) 180
- (3) 270
- (4) 540



單位：公分

統計

一年級：

1-d-01：能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄。

1-d-02：能將紀錄以統計表呈現並說明。

三年級：

3-d-01：能報讀生活中常見的表格。

四年級：

4-d-01：能報讀生活中常用的長條圖。

4-d-02：能報讀生活中常用的折線圖。

六年級：

6-d-01：能整理生活中的資料，並製成長條圖。

6-d-02：能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。

6-d-03：能報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。

1-d-01	能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄。	D-1-01
--------	-----------------------	--------

基本學習內容

1-dc-01-1 能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄。

基本學習表現

1-dcp-01-1 能對生活中的事件或活動做初步的分類。

1-dcp-01-2 能對生活中的事件或活動做初步的分類並做紀錄。

說明：

- 本基本學習內容首次引入統計的教材，幫助學生對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄。
- 對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄包含下列活動：
 - (1) 將生活中的事件或活動做初步的分類。
 - (2) 能透過點數或劃記的方式做分類的記錄。
 - (3) 能說明分類結果的紀錄。
- 以下列兩種情境為例，說明何種情境適合劃記的活動。

情境一：桌面上有紅、黃、藍、綠四種顏色的花片，統計這四種顏色花片的個數。

情境二：袋中有紅、黃、藍、綠四種顏色的花片，每次抽出一個花片後再放回袋中，抽很多次，統計這四種顏色花片出現的次數。

在情境一中，學生可以同時看到所有的花片，因此學童可以依序點數不同顏色花片的個數，並將點數的結果記錄在表格中；學生不須要透過拿一個花片劃記一次的方法，先在表格上劃記，再點數劃記的次數，最後再將點數劃記次數的結果記錄到表格中。

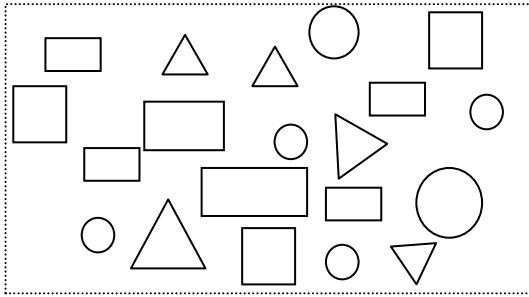
在情境二中，學生一次只能看到一個花片，而且拿出來的花片也不會保留下來讓學生點數，因此學生只能在抽出每一個花片時，先在表格中劃記，接著點數劃記的次數，並將點數的結果記錄在表格中。

建議教師透過第二種情境進行劃記的活動。

- 不宜限制某種教師偏愛的紀錄格式，應讓學生自由發揮，並接受多元的分類與紀錄方式。

範例：

看圖填填看：



- (1) 三角形有()個
- (2) 圓形有()個
- (3) 正方形有()個
- (4) 長方形有()個

1-d-02	能將紀錄以統計表呈現並說明。	D-1-01
--------	----------------	--------

基本學習內容

1-dc-02-1 能將紀錄以統計表呈現並說明。

基本學習表現





1-dcp-02-1 能將紀錄以統計表呈現並說明。

說明：

- 本基本學習內容為 1-d-01 之後續學習概念，故學生應該已經能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄。
本基本學習內容幫助學生將紀錄以統計表呈現並說明其意義。
- 能將紀錄以統計表呈現並說明包含下列活動：
 - (1) 能用非正式的一維表格記錄分類的結果。
 - (2) 能說明非正式一維表格的紀錄。
- 幫助學生利用非正式的一維表格或正式的一維表格記錄分類的結果。不宜限制某種教師偏愛的紀錄格式，應讓學生自由發揮，並接受多元的統計表。

範例：

小華班上選吉祥物，票選的結果如下，請問哪個說法是錯誤的？

大象	兔子	長頸鹿	斑馬
			

- (1) 斑馬當選為班上的吉祥物
- (2) 大象獲得的票數比長頸鹿少
- (3) 兔子獲得 13 票
- (4) 長頸鹿獲得 7 票

3-d-01	能報讀生活中常見的表格。	D-2-01
--------	--------------	--------

基本學習內容

3-dc-01-1 能報讀生活中常見的一維表格。

3-dc-01-2 能報讀生活中常見的二維表格。

基本學習表現

3-dcp-01-1 能報讀生活中常見的一維表格。

3-dcp-01-2 能報讀生活中常見的二維表格。

說明：

- 本基本學習內容為 1-d-02 之後續學習概念，故學生應該已經能將紀錄以統計表呈現並說明其意義。
本基本學習內容開始引入日常生活中常見的一維及二維表格。
- 教學時先處理生活中常見的一維表格，再處理生活中常見的二維表格。
一維表格是只有一組變量的表格，如電視節目表、各班人數表等。
二維表格是有二組變量的表格，如功課表、火車時刻表等。
- 建議教師只處理生活中常見的表格，例如只處理火車時刻表、功課表等。

範例：

1. 下表是嘉義某年的月平均溫度統計表。

月分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
溫度(度)	16	17	20	24	26	29	30	29	29	25	23	17

請問下面哪一個敘述是對的？

- (1) 2 月的月平均溫度是 16 度
- (2) 10 月的月平均溫度是 23 度
- (3) 月平均溫度 26 度的月份是 5 月
- (4) 只有 2 個月的月平均溫度是 29 度

2. 下表是三年 2 班的功課表，請看表回答問題。

星期 節數	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
第一節	國語	國語	國語	數學	國語
第二節	數學	電腦	國語	國語	數學
第三節	社會	英語	健康	社會	鄉土語
第四節	社會	數學	自然	音樂	體育
第五節	美勞	自然		彈性	英語
第六節	體育	自然		彈性	彈性
第七節	音樂	綜合		綜合	

請問星期二第四節是上什麼課？

- (1) 社會
- (2) 英語
- (3) 數學
- (4) 國語

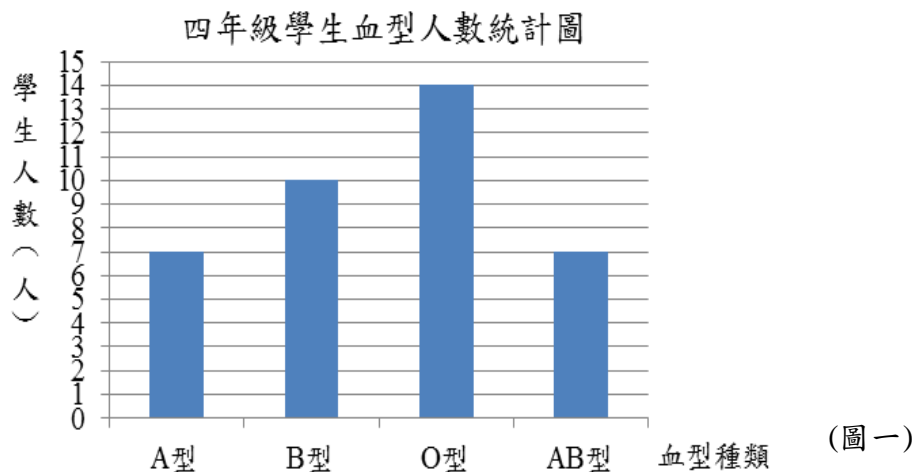
4-d-01	能報讀生活中常用的長條圖。	D-2-02
--------	---------------	--------

基本學習內容
4-dc-01-1 能報讀生活中常用的長條圖。

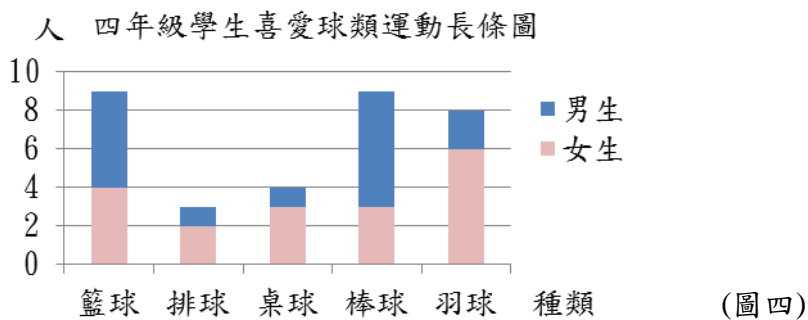
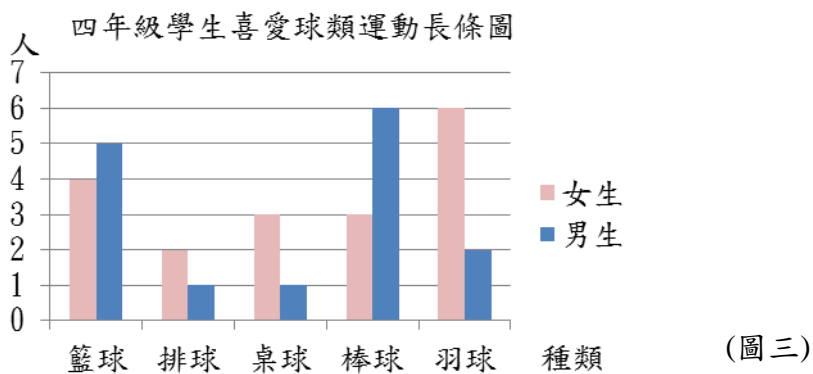
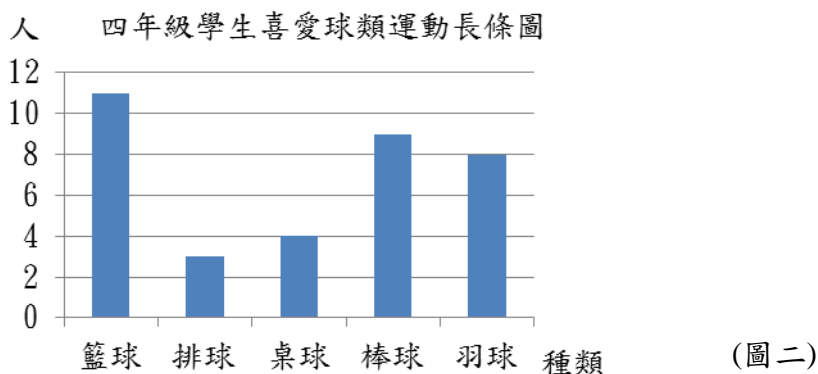
基本學習表現
4-dcp-01-1 能報讀生活中常用的簡單長條圖。
4-dcp-01-2 能報讀生活中常用的複雜長條圖(包含省略符號的長條圖)。

說明：

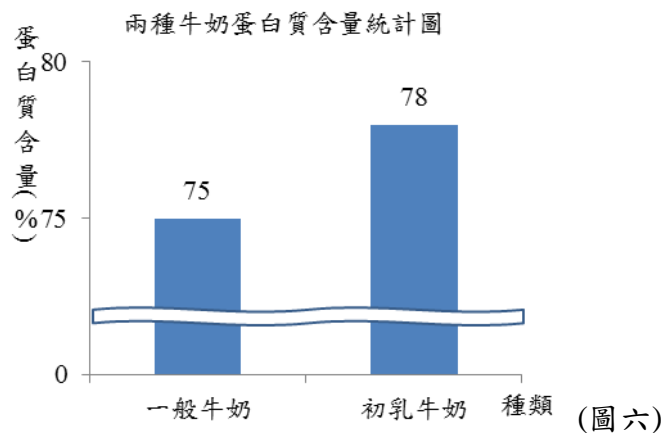
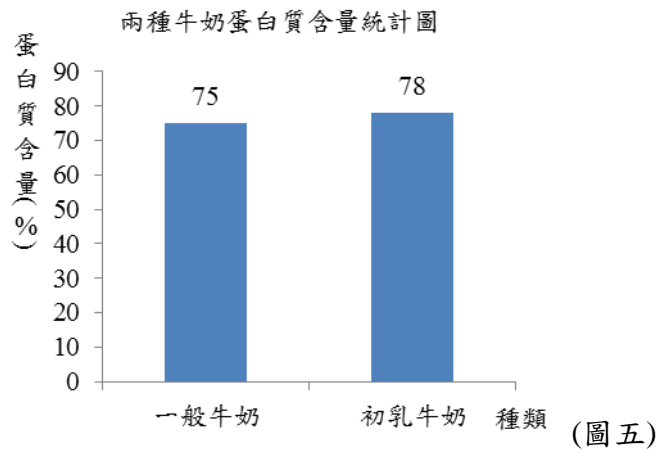
- 本基本學習內容為 3-d-01 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常見的一維及二維表格。
本基本學習內容幫助學生報讀生活中常用的長條圖。
- 由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，若資料項目屬於類別變數，也就是只知道某一個項目和其它的項目不同，這些項目間沒有顯著的關聯性、次序性，數學上經常使用長條圖來溝通。以統計某年級學生血型人數的長條圖為例，當改變類別變數(血型)的位置時，並不會影響長條圖的意義。
長條圖很容易看到部份與部份間的差異量關係，但是不容易看到部份與全體間的倍數關係。以圖一為例，我們較容易看到不同血型人數的差異量，例如 A 型的學生比 O 型的學生少 7 人、A 型和 AB 型學生人數和與 O 型學生人數一樣多；較不容易看到不同血型學生人數和全體學生人數間的倍數關係，例如 A 型學生人數佔全體學生人數的幾分之幾。



- 本基本學習內容要求學生必須有報讀長條圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。
報讀：看到資料直接讀出數據。
解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。
- 四年級(4-d-01)的教學重點是能報讀生活中常用的長條圖。
六年級(6-d-01)的教學重是能整理生活中的資料，並製成長條圖。
- 可配合其它領域進行教學，並與社會重要議題結合。
- 本基本學習內容要求學生必須有報讀「簡單的長條圖」的能力(如圖二)，有足夠報讀經驗後，才能要求學生報讀「複雜的長條圖」(如圖三和圖四)。

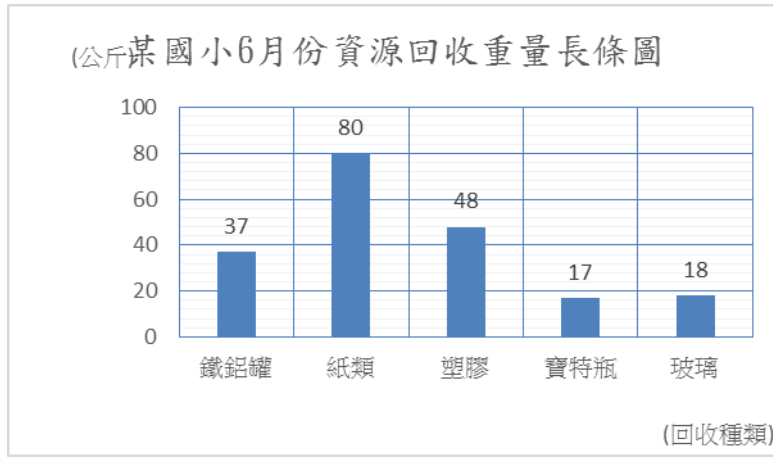


- 在繪製長條圖或折線圖時，當部份項目的個數很多，繪出來的長條太長，或折線都偏向圖形的上方，為了圖形的美觀，我們經常使用省略符號調整圖形的高度，讓整個長條圖或折線圖的長與寬接近黃金比例。雖然使用省略符號會讓長條圖比較美觀，但是也會影響部份傳遞訊息的正確性。以一般牛奶(蛋白質含量是 75%)與初乳牛奶(蛋白質含量是 78%)蛋白質含量比較的情境為例，圖五是沒有省略符號的長條圖，圖六是有省略符號的長條圖，圖五和圖六中蛋白質含量的差異量都是 3%，並沒有改變，但是它們高度的倍數關係產生改變，在圖五中，兩者蛋白質含量的比值很接近 1，但是在圖六中，初乳牛奶蛋白質含量是一般牛奶蛋白質含量的 2 倍以上。



範例：

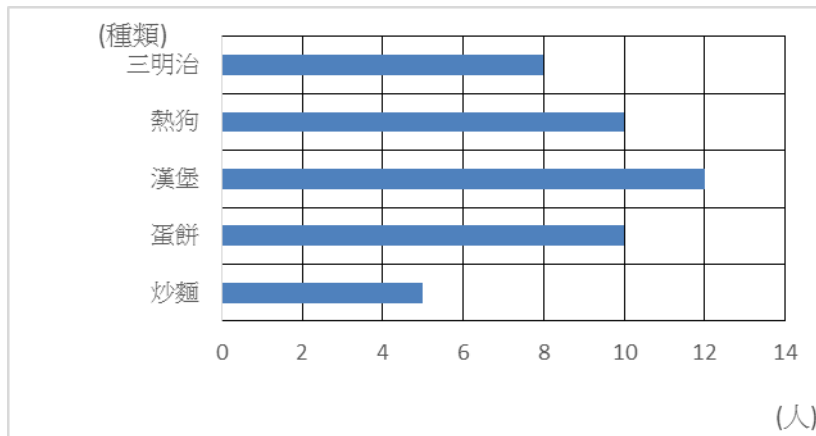
1. 下面是某國小6月份資源回收重量長條圖。



下面哪個敘述是對的？

- (1) 長條圖中的橫軸表示資源回收的重量
- (2) 回收重量最多的是紙類
- (3) 回收重量最少的是玻璃
- (4) 總共回收了300公斤

2. 下面是四年級學生最喜歡食物長條圖，看圖回答問題：(種類)



四年級學生最喜歡食物長條圖

下面哪個敘述是對的？

- (1) 喜歡熱狗和喜歡蛋餅的人數相同，都是10人
- (2) 長條圖中的縱軸表示四年級學生最喜歡食物的長條圖
- (3) 喜歡漢堡的人最多，有14人
- (4) 四年級學生總共有46人

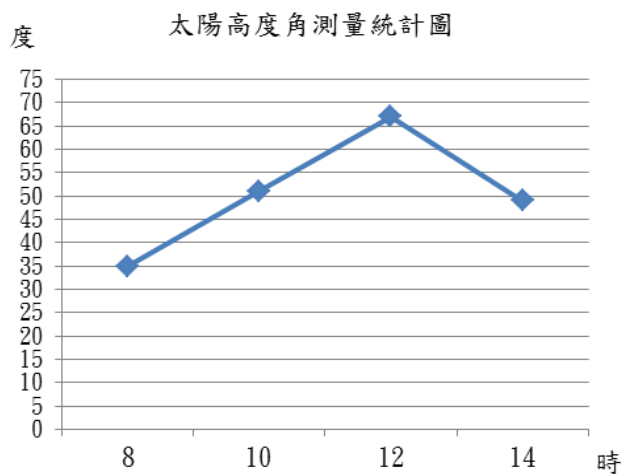
4-d-02	能報讀生活中常用的折線圖。	D-2-02
--------	---------------	--------

基本學習內容
4-dc-02-1 能報讀生活中常用的折線圖。

基本學習表現
4-dcp-02-1 能報讀生活中常用的簡單折線圖。
4-dcp-02-1 能報讀生活中常用的複雜折線圖。

說明：

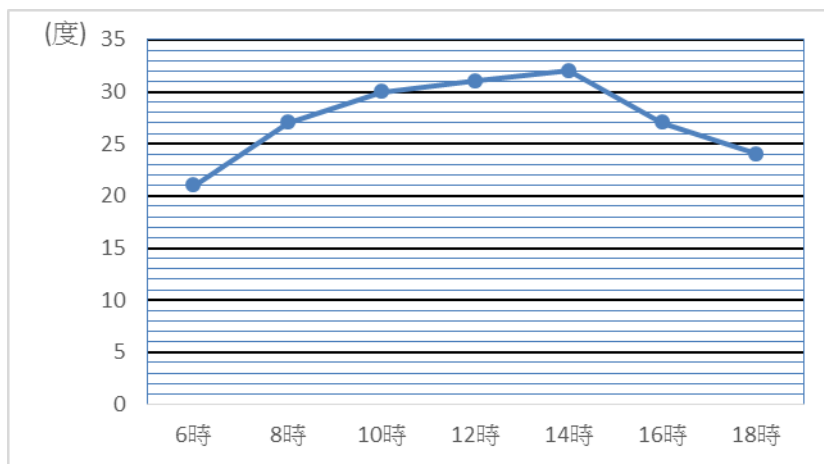
- 本基本學習內容為 3-d-01 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常見的一維及二維表格。
本基本學習內容幫助學生報讀生活中常用的折線圖。
- 由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，如果資料項目屬於有序變數，例如時間、成績、身高、體重等，也就是當變數有方向或次序的關係時，數學上經常使用折線圖來溝通。以不同時間太陽高度角測量的折線圖為例，當我們改變有序變數(時間)的位置時，就會失去折線圖原本要傳遞訊息的意義。
一般而言，折線圖是探討資料隨著時間或次序關係增加的變化情形，或用以預測可能的變化趨勢，其橫軸大都是依據時間的先後順序或數字的大小順序排列的，以下圖為例，我們很容易看到由 8 時至 14 時太陽高度角的變化情形。



- 本基本學習內容要求學生必須有報讀折線圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能要求學生解讀。
報讀：看到資料直接讀出數據。
解讀：觀察資料以後，能使用自己的話說出對資料的想法。
- 四年級(4-d-02)的教學重點是能報讀生活中常用的折線圖。
六年級(6-d-02)的教學重點是能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。
- 可配合其它領域進行教學，並與社會重要議題結合。

範例：

1.下面是九月五日的6時到18時溫度變化的折線圖，看圖回答問題：

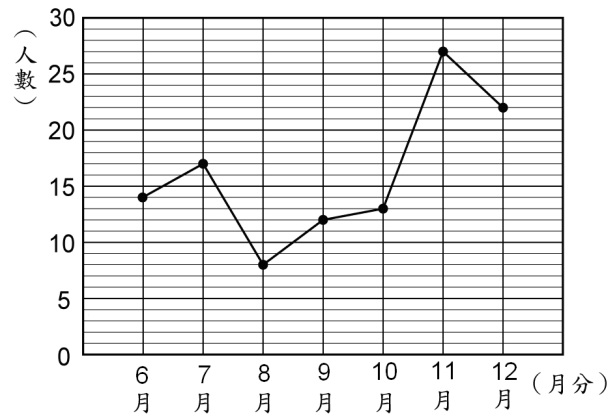


九月五日的6時到18時溫度變化的折線圖

下面哪個敘述是對的？

- (1) 8時和16時的溫度都是28度
- (2) 最高的溫度和最低的溫度相差10度
- (3) 6時到8時的溫度相差最大
- (4) 最高溫出現在中午12時

2.下面是樂樂醫院6月到12月新生兒人數折線圖，看圖回答問題：



樂樂醫院6月到12月新生兒人數折線圖

下面哪個敘述是對的？

- (1) 10月和11月新生兒人數相差最多
- (2) 新生兒人數最多的月分比最少的月分多20人
- (3) 9月和10月新生兒人數一樣多
- (4) 新生兒人數最多的月分是12月

6-d-01	能整理生活中的資料，並製成長條圖。	D-3-01
--------	-------------------	--------

基本學習內容

6-dc-01-1 能整理生活中的資料，並製成長條圖。

基本學習表現

6-dcp-01-1 能整理生活中的資料，並製成長條圖。

6-dcp-01-2 能整理生活中的資料，並製成有省略符號的長條圖。

說明：

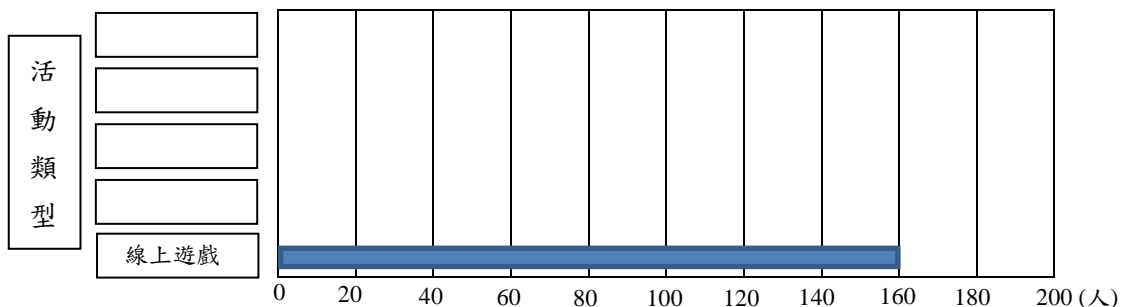
- 本基本學習內容為 4-d-01 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常用的長條圖。
本基本學習內容幫助學生整理生活中的資料，並製成長條圖。
- 在課堂活動中讓學生有繪製長條圖的經驗即可，不宜過度評量學生繪製長條圖的問題。

範例：

1. 下表是大學生最常用的網路活動統計表，根據上表資料完成下面統計圖：

大學生最常用的網路活動統計表

活動類型	線上遊戲	線上購物	通訊平台	資料搜尋	文書處理
人數(人)	180	160	160	120	70



大學生最常用的網路活動長條圖

6-d-02	能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。	D-3-01
--------	----------------------	--------

基本學習內容
6-dc-02-1 能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。

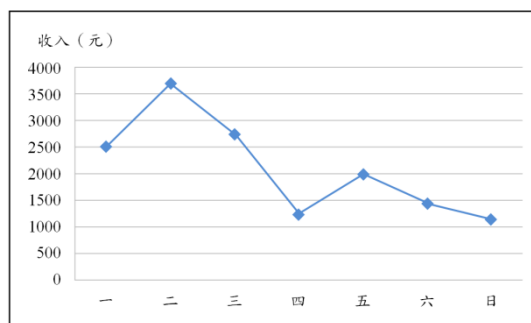
基本學習表現
6-dcp-02-1 能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。

說明：

- 本基本學習內容為 4-d-02 之後續學習概念，故學生應該已經能報讀生活中常用的折線圖。
本基本學習內容幫助學生整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。
- 在課堂活動中讓學生有繪製折線圖的經驗即可，不宜過度評量學生繪製折線圖的問題。

範例：

1. 下列的統計圖缺少橫軸名稱及標題，請問下列何者可能是這張統計圖的標題？



- (1) 大大量販店 2014 年 5 月某週一到週日來店人數統計圖
- (2) 來富便利超商 2014 年 7 月每日收入統計圖
- (3) 快速美髮店 2014 年 4 月某週一至週日收入統計圖
- (4) 美味蔥油餅連鎖店 2014 年 6 月連續 7 天賣出蔥油餅張數統計圖

6-d-03	能報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。	D-6-03
--------	--------------------------------	--------

基本學習內容

6-dc-03-1 能報讀生活中常用的圓形圖，並能整理生活中的資料，製成圓形圖。

基本學習表現

6-dcp-03-1 能報讀生活中常用的圓形圖。

6-dcp-03-2 能整理生活中的資料，製成圓形圖。

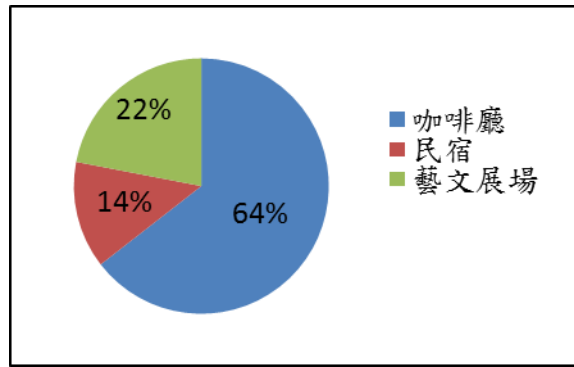
說明：

- 本基本學習內容引入圓形圖，教學重點包含能報讀生活中常用的圓形圖，及能整理生活中的資料，製成圓形圖。
- 圓形圖和長條圖都適用於類別變數的情境，只是長條圖溝通的重點是部份和部份的關係，而圓形圖溝通的重點是部份和全體的關係。
- 本基本學習內容要求學生必須有報讀圓形圖的能力，有足夠的報讀經驗後，才能在課堂活動中由教師帶領學生繪製圓形圖。
- 評量繪製圓形圖時，項數不宜超過4項，百分率的計算結果必須都是整數，而且必須提供已畫出100等份的圓形圖。轉換成圓心角時，各項圓心角的計算結果必須都是整數。

範例：

1. 小新調查米芙市的老屋再生經營方式，結果如下圖。米芙市 350 間老屋中，有幾間改造成咖啡廳呢？

- (1) 224
- (2) 77
- (3) 64
- (4) 49



米芙市老屋再生經營方式圓形圖

2. 下表是六年一班 25 位學生在四種球類運動的偏好人數統計表，各球類運動偏好人數佔全班人數的百分率是多少？請完成下表，並畫出圓形圖。

球類名稱	籃球	羽毛球	足球	躲避球
偏好人數	6	8	4	7
百分率 (%)				

