

糾結的三角關係

— 三角形間的包含關係

撰寫者：台南市鹽水國小 何鳳珠

壹、教學設計理念說明

分類思想是一種基本的數學思想，它是根據一定的標準或特徵，對事物進行有序劃分及組織的過程，它往往是為了建立一定的序，因此當學童的知識積累到一定程度後，運用分類思想有助於學童有條理、有順序，並且不重複、不遺漏地歸納整理知識，形成較完善且合理的知識網絡圖。筆者在一堂稀鬆平常不過的三角形分類課堂中給予學生數個三角形，經驗告知我，學生“應該”會自動依據角或邊來將圖形進行分類，但過程中出乎我意料之外，孩子使用的分類標準不一，導致出現不同的分類的方式，不過，這也讓我深思：難道一定要依據我們給定的標準來分類嗎？難道不能以雙重的特徵來進行細分嗎？因此，我嘗試跳脫教材的窠臼，設計了這堂完全不同與傳統課堂的活動課，看看能否引起不同的思維火花，孩子能否在活動過程中，從兩兩關係的探索，類化到多種圖形間的包含關係探索，甚至能對當下的一些錯例（一些大學生畫下來的包含關係圖）進行辨析與修正。

貳、教學分析

一、教學想法

教育最終是為學生個性化發展服務的，真正實現“人”的教育。針對傳統課程中將三角形的分類采限定的標準，而致使學生的天性無法得以釋放，學生的潛能受到人為限制等諸多不利現狀，我大膽突破這一瓶頸，設計本課——糾結的三角關係。本課建立在學生已有知識與經驗的基礎上，採用小組、實作的方式，給學生提供自主學習、合作交流、高階分享的機會，多次運用動態的韋恩圖，讓學生的個性化思維得到充分的展示。全課采“溫故知新—邊角搭配—關係體驗—合作共學—思辨找碴”過程，將學生的學習一步一步推向思維的高點，實現學生個性化思維學習。實現教學的預期目標。

二、教材分析

1. 在教材中，基本上是運用「角」與「邊」等構成要素，辨認下列的簡單平面圖形。

(1)以「邊」來分：

- a. 正三角形：三邊都等長的三角形。
- b. 等腰三角形：兩邊等長的三角形。
- c. 不等邊三角形：三邊都不等長的三角形。

(2)以「角」來分：

- a. 直角三角形：有一個角是直角，另兩個角是銳角的三角形。
- b. 銳角三角形：三個角都是銳角的三角形。
- c. 鈍角三角形：有一個角是鈍角，另兩個角是銳角的三角形。

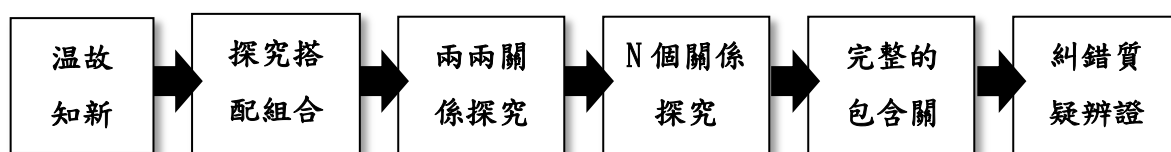
2. 筆者在教授「銳角三角形」發現一個現象，當學生看到三角形中有一個小於 90 度的角，就會直覺說出它是「銳角三角形」，這是普遍常犯的錯誤，在謝堅教授團隊編撰的「國民小學數學學習領域基本學習內容（脈絡）」中提出建議，直角、銳角及鈍角三角形的判斷，也可以透過最大角的想法來處理。也就是關注三角形中最大的內角來進行判斷。
 - (1) 直角三角形：最大角是直角的三角形。
 - (2) 銳角三角形：最大角是銳角的三角形。
 - (3) 鈍角三角形：最大角是鈍角的三角形。
3. 教材中在三角形分類中，都是單一分類標準，如：以角來分或是以邊來分，但是，每一種三角形都包含了邊與角的兩個元素，而這兩個元素又是彼此交織在一起的，因此筆者打算奠基在原本的分類標準上，來探究兩元素（邊與角）彼此間的包含關係，會有此想法是緣于四邊形的包含關係圖，小學學習了各種四邊形，我們能用一個包含關係圖來表述這些圖形間的關係，那麼各類的三角形是否也可以呢？

三、學生分析

1. 筆者任教的班級是五年級的資優資源班，學生的素質也是有些落差，學生們的基礎教材是在原班級養成，而來到我的課堂時是建基在學生皆已學會了三角形的基本分類後才來進行此活動。
2. 筆者也受邀到大陸進行現場觀課數次，對象多數是五年級，但有一次是面對上海四年級的學生，雖然上海的教材比各地較前衛，但是在教授過程中，還是發現銳角三角形對學生產生混淆。

四、教學方法分析

本教學內容採用韋恩圖（即文氏圖）來進行圖形間的關係探索，并檢視學童是否全面掌握各類三角形的性質，流程進行如下：

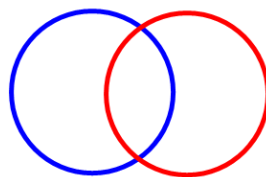


參、教學單元案例

領域/科目	數學		設計者	何鳳珠
實施年級	高年級		總節數	
單元名稱	糾結的三角關係~三角形間的包含關係			
設計依據				
學習重點	學習表現	s-II-3 透過平面圖形的構成要素，認識常見三角、四邊與圓。 s-III-5 以簡單推理，理解幾何形體的性質。 s-IV-8. 理解特殊三角形（如正三角形、等	核心素養	數-E-A2 能執行基本的算術操作，能指認基本的形體與相對關係，并在日常生活的情

		腰三角形、直角三角形)、特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、箏形、梯形)和正多邊形的幾何性質及相關問題	境中,用數學表述與解決問題。 數-E-B1 能熟練地在日常語言與數字、算術符號之間轉換,認識日常使用之度量衡時間并熟練地操作,認識日常經驗中的幾何形體,能以符號表示公式。 數-E-B3 在適當的課題與時機,能辨認藝術作品中的數學形體或式樣。 數-E-C3 在適當的課題與時機,知道其他文化或語言的數學表徵,並與自己的語言文化比較。
	學習內容	<p>S-4-7三角形:以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。</p> <p>S-9-12.證明的意義:幾何推理(須說明所依據的幾何性質);代數推理(須說明所依據的代數性質)</p>	
議題融入	實質內涵	<p>品E3-溝通合作與和諧人際關係。</p> <p>科E2-瞭解動手實作的重要性。</p> <p>科J1-瞭解科技本質、科技系統與設計製作的基本概念。</p> <p>科E4-體會動手實作的樂趣,并養成正向的科技態度。</p> <p>科E5-繪製簡單草圖以呈現設計構想。</p> <p>科E8-利用創意思考的技巧。</p> <p>科E9-具備與他人團隊合作的能力。</p> <p>科J14-具備與人溝通、協調、合作的能力。</p>	
	所融入之學習重點	<ol style="list-style-type: none"> 讓學生運用相關數知識與能力解決問題,並於探究、批判與問題解決等學習活動中,提出合理的觀點與他人溝通。 以數學STEM科技整合教學,利用文式圖從生活中人的關係圖引入圖形的關係圖探索,最後繪製出各類三角形的包含關係,並能運用習得的概念知識對呈現的相關訊息,提出自我的思辨及解決的方法。 	
與其他領域/科目的連結	生活領域		

教材來源	自編		
教學設備/資源	材料包，內容物包含7種圖形卡、7類圖形扣條、大大小小的邏輯圈。		
學習目標			
<p>(1) 通過直觀操作，進一步認識三角形，拓展三角形本質關係，發展學生的空間觀念。</p> <p>(2) 通過多種學習活動，進一步體會“邊角結合”等多分類標準，在分類活動中的價值。</p> <p>(3) 在實作過程中，體驗思考與探究的樂趣，激發數學學習的興趣。</p>			
教學活動設計			
教學活動內容及實施方式		時間	備註
<p>【引起動機】</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 我是什麼？你們是什麼？ S：您是老師、是媽媽、是女人、是媳婦…… S：我們是學生、是同學、是哥哥、是兒子、是女兒…… ● 我在哪裡？你在哪裡？ →若紅圈代表老師，黃圈代表學生，那麼說說我在哪裏？你們又在 哪裏？ →那中間那個區塊代表什麼呢？ →若何老師出來教書後又去讀研究所，那麼我是在哪個區域 呢？ →若何老師畢業了，那麼我又是在哪個區域呢？ →若有一天何老師退休了，那麼我又是在哪個區域呢？ ● 三角形分家了（故事導入） 三角形王國中本來大家都和樂相處的，但有一天因為某些事情 引發大爭執，此時地頭老大直角三角形站出來畫地為界，占據 最精華的一塊地，只有直角三角形家族的才能進入，大家都驚 訝之餘，等腰三角形的領頭人也搶先站了一塊精華地段自立門 戶了，只准等腰三角形的家族成員才能進駐，在一陣混亂中， 一個可憐的等腰直角三角形怯生生的占在一旁哭訴著，不知何 處才是他的家，小朋友你們有辦法幫他解決問題嗎？ 		5	發表交流 大小邏輯圈 圖形扣條
<p>【發展活動】</p> <p>活動一：溫故知新</p> <p>教學重點：檢視學童是否掌握各種三角形的性質，同時回顧三角形的 的分類方法。</p> <p>(一)教師展示小學教材中學習到的七種三角形，並請學童用一句話簡 單的話來描述指定的三角形，讓別人一下子就明白此三角形的特 徵。</p>		10	簡報 學生發表



例 1：有兩個邊等長的三角形叫「等腰三角形」。

例 2：有一個直角的三角形叫「直角三角形」。

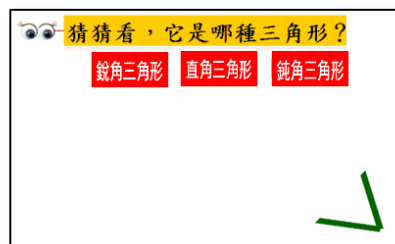
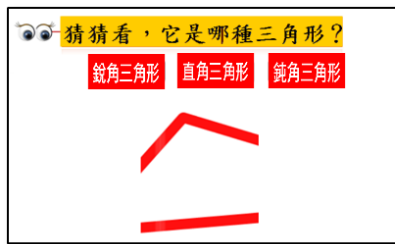
.....

(二)依角度來進行分類：

- 銳角三角形
- 直角三角形
- 鈍角三角形

(三)猜猜我是誰：

教師將一個三角形用 3 個色塊遮住，然後只揭示其中一個部分，讓學生指認它是哪一種三角形，並說明你的依據。



(四) 依邊長來進行分類：

- 不等邊三角形
- 等腰三角形
- 等邊三角形

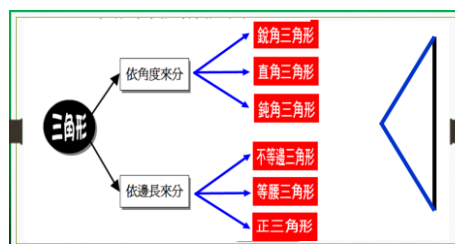
【設計意圖：幫助學童“溫故而知新”，把握學童已有的知識與生活經驗，抓住學童最近發展區域，適切開展後續的教學活動，為實現學童的個性發展做好準備。借助猜測活動，注重推理能力的培養。】

活動二：邊角搭配

教學重點：同時關注邊與角的要素，窮盡所有的三角形類型。

(一)它是誰

教師展示一個三角形，讓學生說說它是什麼三角形？



S1：是等腰三角形。

S2：是鈍角三角形。

T：那到底是哪一種三角形呢？

S3：是等腰鈍角三角形。

學習單

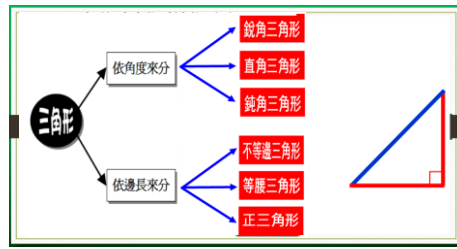
發表，並說明
想法

學習單

10

簡報

發表



S1：是等腰三角形。
 S2：是直角三角形。
 T：那到底是哪一種三角形呢？
 S3：是等腰直角三角形。

T總結：因為三角形的構成要素包含角和邊，所以它可以既是直角三角形，又可以是等腰三角形，所以我們可以稱它為等腰直角三角形。當然，像前一個三角形，我們可以說它是等腰又鈍角的三角形。因此，可以說三角形它身兼了兩種不同的身份。就好比說，何老師是女性的老師，以性別來說，是女性，以職業別來說，是老師。

(二) 搭配組合

利用邊【不等邊、等腰、等邊】與角【銳角、直角、鈍角】進行搭配組合，說說看共有多少種組合？

👁️ 利用邊長和角度，你能搭配出幾種三角形？

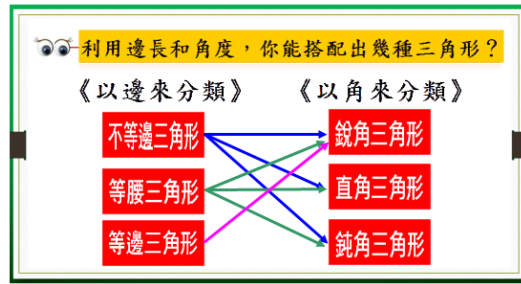
《以邊來分類》	《以角來分類》
不等邊三角形	銳角三角形
等腰三角形	直角三角形
等邊三角形	鈍角三角形

S1：有 9 種，因為左邊的每一種三角形都可以對上右邊三種不同的三角形，所以 $3 \times 3 = 9$ 種。
 S2：好像只有 7 種。
 T：到底是 9 種還是 7 種呢？
 S2：我覺得是 7 種，因為不可能是等邊三角形又同時是直角三角形或鈍角三角形，因為等邊三角形三個邊相等，三個角也相等，都是 60 度，所以它就不可能是直角三角形了，因為直角三角形裏必須有一個是 90 度，更不可能是鈍角三角形了。

總結：同時關注邊與角兩個要素，共可以組成 7 類三角形。分別是：不等邊銳角三角形、不等邊直角三角形、不等邊鈍角三角形、等腰銳角三角形、等腰直角三角形、等腰鈍角三

討論

角形、等邊銳角三角形。

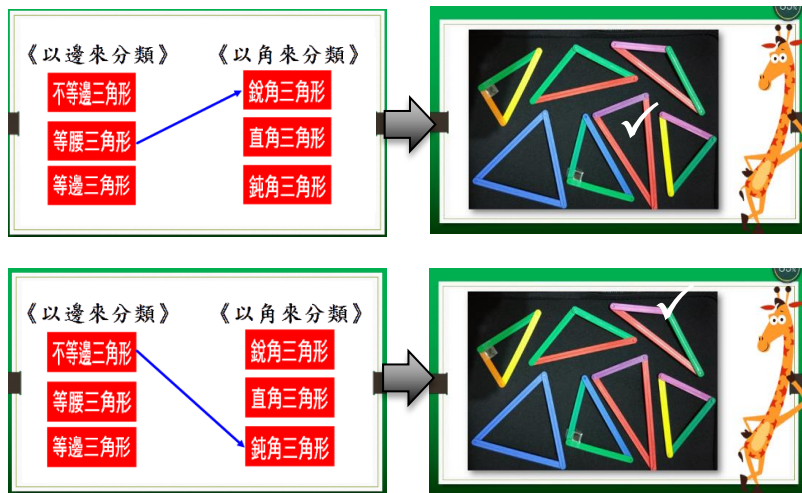


《動手做》

發給學生各組一包幾何扣條，分別組出這七類三角形，以做為後續活動檢驗的工具。

(三)圖形大搜捕

發給各小組7類三角形各一個，請小組依教師給定的要求找出符合的三角形，說說你是怎麼找到的？



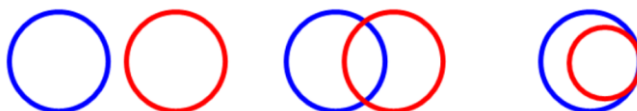
【設計意圖：突破傳統教學瓶頸，體現學生個性化思維發展過程，將單一分類標準擴展至雙分類標準，甚至多分類標準，以進一步拓展學童思維潛能。并利用枚舉的方法讓學生窮盡全部分類結果。】

活動三：關係體驗

教學重點：認識三種關係圖，並依據給定的圖形判斷其是屬哪一種關係圖。

(一)關係圖的初體驗

1. 認識三種包含關係：不相關、部分相關、包含關係。



2. 說說看，在這間教室裏，若老師是代表藍圈，你們學生代表紅圈，那麼哪一個圖形能代表我們師生的關係？

實作

動手找圖形發表

5

10

發表

S1：我覺得是不相關的圖形，因為老師進紅圈，我們學生通通進藍圈。

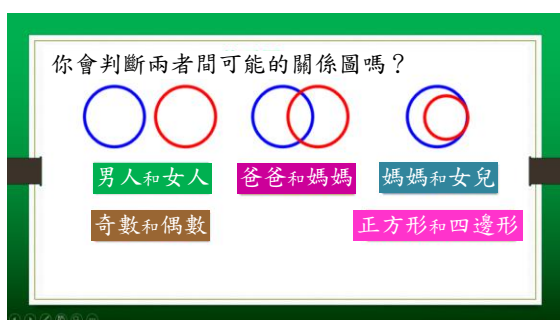
S2：我覺得是有點相關的圖形，老師進紅圈，其它人進藍圈，但是我們組裡也有小老師，所以他們是學生又是小老師，應該可以進入那個交叉處。

T：看來好像兩種說法都有道理，那我們把條件再說清楚，有教師証的才能當老師，有學生証的才算是學生，那麼你們覺得老師和學生會是哪種關係圖較適切呢？

.....

3. 大家一起來判斷，下列各組的關係較符合哪一個關係圖？

- (1)男人和女人 (2)爸爸和媽媽 (3)媽媽和女兒
 (4)奇數和偶數 (5)正方形和四邊形



(二)兩種三角形間的包含關係

1. 教師發給學生每人一張工作單，讓學生觀察表單內的訊息，說說看能否看懂表單裏的意思？

類型	初次嘗試	再次修正

說明：

【類型】→畫上指定（或抽到）的兩種三角形符號

【初次嘗試】→依據兩種三角形的性質畫出其關係圖

【再次修正】依據兩種三角形的性質畫出其關係圖

2. 爲了省去繁瑣的文字書寫，因此每個圖形都可以使用符號來表示，請學生對應圖形來理解符號的意義。

正三角形	等腰三角形	不等邊三角形	銳角三角形	直角三角形	鈍角三角形	等腰直角三角形

3. 給予學生兩種圖形，依給定圖形的性質進行關係圖的判斷。先畫關係圖，再利用幾何扣條進行驗證。

討論與交流

第一節
結束

40

學習單
發表

約定符號代碼

操作流程：

《小組合作》

- 由教師出示兩種三角形，**小組進行討論**，將關係圖畫在“初次嘗試區”。
→畫出【直角三角形】&【銳角三角形】的關係圖
- 由一個小組上臺利用邏輯圈展示他們認為的關係圖，說明他們的想法，看看別組有沒有不同意見，若有，則請另一組也上臺再擺出另一種關係圖。
- 教師給在臺上的成員7類三角形扣條，讓他們一一放入適合的區塊，若每個區塊都有放置到至少一種三角形，則表示判斷正確，若其中有一個區塊沒有任何三角形可以放入，則表示判斷錯誤，則需再修正。
- 最後將修正後的圖畫在“再次修正區”。
- 必要時，教師可以再重復上述的步驟，進行【等腰三角形】&【鈍角三角形】的關係探究。

《兩人合作》

- 四人一組，發給各組一包材料包，內容物包含7張圖形卡、7類圖形扣條、2大1小的邏輯圈。
- 兩人一小組（A、B組）共同合作，抽出2張圖形卡（另一組也抽2張），然後針對抽到的圖形進行關係的判斷，將其關係圖畫在“初次嘗試區”。
- 組內A、B組輪流進行分享交流，并利用大小邏輯圈排出兩種圖形間的關係，再將七類三角形全數放入相對應的區域，且沒有空缺即表示成功。
- 傾聽者要能隨時提出質疑，形成對話。
- 若有錯誤，最後要將修正後的圖畫在“再次修正”區。

《獨立解題》

- 由小組長抽一張圖形卡，做為公用卡。
- 每位組員再分別各抽出一張圖形卡，與公用卡形成一組圖形，即每人解的題目都不一樣，雖然有一個圖形是相同的。
PS. 若抽到的圖形組合和前面做過的題一樣，那麼再重新抽圖形卡，以不重複為原則。
- 每位組員依據抽到的圖形的特性判斷其兩圖形間的關係，並將其畫在“初次嘗試區”。（暫時不用圖形扣條進行操作）
- 每位組員都完成初次嘗試後，大家輪流說說自己抽到的圖形的關係圖，若大家沒有異議，那麼就不用再驗證。（此時教師要能關注，看看是否正確無誤，若有錯誤但大家都沒有人發現，那麼教師可以適時的介入指導）
- 遇到有不同意見時，則再一起利用大小邏輯圈和圖形扣條來檢驗。

討論與交流

分享與傾聽
教具操作

學具操作
討論交流

分享與傾聽

學習單

f. 若有錯誤，最後要將修正後的圖畫在“再次修正”區。

《課後任務》

- a. 發給學生一張學習單。
- b. 請學生觀察此張學習單，猜想要完成的任務是什麼？
說明：此張學習單主要是窮盡 7 種圖形中兩兩圖形間的關係，由于是二維表格，所以教師可以適時的進行提問，確認學生已經明白表格要填寫什麼了。
T：為何有些區域是灰色？有些是白色？
S：灰色的表示已經重複了，不用再寫一次。
- g. 學生回家自行作答，然後在下次上課時，再進行小組間的討論交流，遇有不同答案時，則利用大小邏輯圈和圖形扣條來檢驗，確認兩兩圖形的包含關係。

15

學習單

討論與交流分享

(三)三種三角形間的包含關係

當學習完兩兩圖形間的關係探究後，進入到三種圖形的關係辨認，難度已提高，因此，教師可以先做引導，再讓學生進行獨立思考及小組合作解題。

1. 教師引導解題：

畫出【直角三角形】&【銳角三角形】&【等邊三角形】間的關係圖。

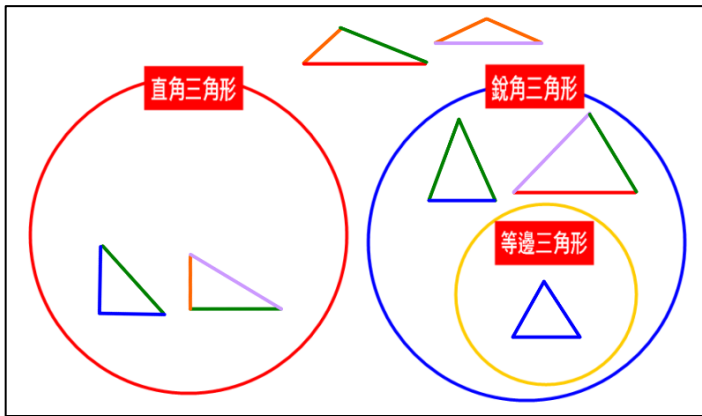
15

發表

《參考提問》

- (1)紅色圈代表直角三角形，那麼具有怎樣條件的三角形才可以進入這個紅圈呢？（有一個直角的三角形）
- (2)藍色圈代表銳角三角形，那麼具有怎樣條件的三角形才可以進入這個紅圈呢？（三個角都是銳角的三角形）
- (3)那麼現在紅圈（直角三角形）和藍圈（銳角三角形）的關係是什麼呢？
→完全沒有關係
- (4)黃色圈代表等邊三角形，那麼具有怎樣條件的三角形才可以進入這個紅圈呢？（三個邊都等長或三個角都是 60 度的三角形）
- (5)那麼動腦想一想，現在黃圈（等邊三角形）和紅圈及藍圈的關係又是什麼呢？
- (6)說說你是怎麼想的。（鼓勵學生專注傾聽，并適時的提出問題）
- (7)待大家達到共識後，教師帶領全班一起用七種圖形扣條來進行檢驗，若七類三角形全數放入相對應的區域，且沒有空缺即表示成功。
- (8)將結果記錄在學習單上。

學習單



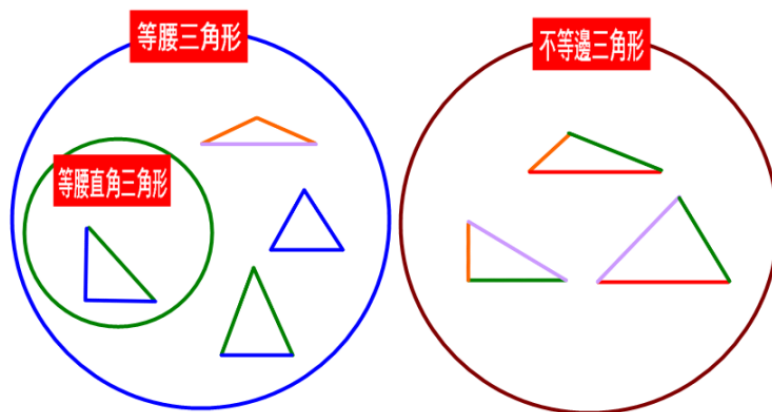
2. 全班合作解題：

畫出【等腰三角形】&【不等邊三角形】&【等腰直角三角形】間的關係圖。

(1)分別用3種顏色的邏輯圈代表三種圖形，小組可以先挑選較有相關的兩個圖形，找出其關係圖，然後再加入另一個圖形，幷一起在“初次嘗試區”中畫出三者圖形間的關係。再利用大小邏輯圈和七種圖形扣條來進行檢驗，確認其三種圖形間的包含關係，若七類三角形全數放入相對應的區域，且沒有空缺即表示成功。

(2)若先前的判斷有錯誤，則再進行調整及驗證，直到正確為止，最後將正確的包含關係圖畫在“再次修正”區。

佈題：畫出【等腰三角形】&【不等邊三角形】&【等腰直角三角形】間的關係圖。



3. 小組合作解題：（步驟程序如上）

a. 畫出【銳角三角形】&【不等邊三角形】&【等腰直角三角形】間的關係圖。

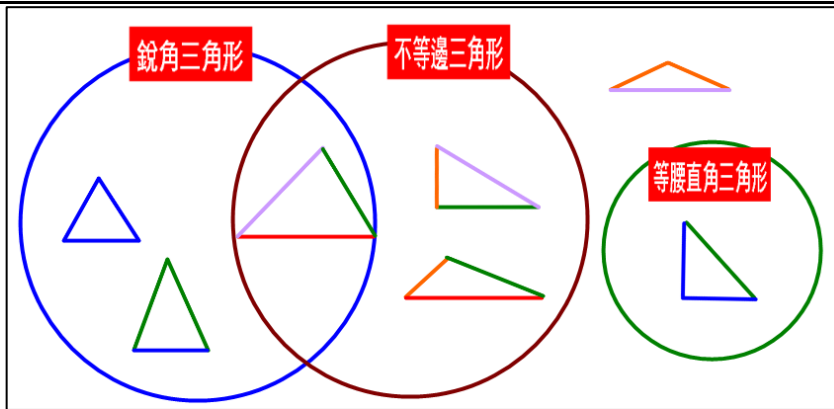
10

學習單
學具操作

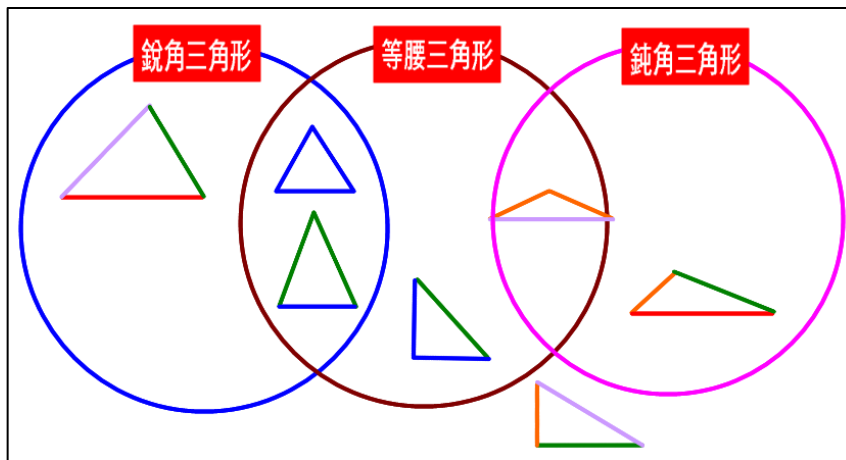
第三節
結束

20

學習單
學具操作



b. 畫出【銳角三角形】&【等腰三角形】&【鈍角三角形】間的關係圖。



《註1》可以嘗試引動學生的挑戰心，因此選圖形時可以採用抽題方式，如此教師可以看到各組學生對不同的題組的思考解題過程，以下方法供參考：

1. 教師引導解題→由教師選3種圖形來進行討論。
2. 全班合作解題→4人一組，教師先抽一個固定的圖形，做為兩組共同的圖形，再由學生抽出2個圖形形成3種圖形組做為挑戰的題組。
3. 小組合作解題→2人一小組，4人一大組，教師抽一個固定的圖形，做為兩組共用的圖形，每組再抽2個圖形卡作為挑戰的題組。（此時2小組的圖形組是不同的）

《註2》組間的分享過程：

1. 鼓勵學生先自己獨立思考，在沒有任何學具的輔助下，將4個圖形的包含關係圖畫出來。
2. 2人小組間核對畫出來的包含關係圖，若有不同的地方，兩人共同再次討論，直到達成共識為止。
3. 先由甲組進行分享，利用大小邏輯圈將其選中的3種圖形間的包含關係表示出來，並說明是如何想的。
4. 乙組及教師此時則要專注聆聽，若同意其想法則要給予點頭回

饋，若有不同意或有疑問的地方則鼓勵進行提問。（此時就是形成課室對話的最好時機）

- 當排出的包含關係圖沒有疑問後，接下來就是進行驗證，分別由甲組的學童輪流將七種圖形扣條一一放入區塊中，在過程中一定要說明為何可以進入圈內或無法進入，讓聆聽者能一下子就能明白。（此時是訓練學生表述的能力，將腦中的思維過程用別人聽得懂的语言表述出來）
- 當全數的圖形扣條都放到適合的位置後，再來檢查是否每個區塊都有圖形擺放在其中，若有，則表示解題成功。若有部分沒有，則全組一起找出問題所在，再進行修改。
- 甲組進行完後，乙組依據上方的模式重複進行。

(四)四種三角形間的包含關係

當學習完三種圖形間的關係探究後，進入到更複雜的四種圖形關係辨認，教師可以仿照前面的作法進行簡單的引導，再讓學生進行獨立思考及小組合作解題。

- 教師引導解題：(4種圖形由教師選擇)

畫出【直角三角形】&【銳角三角形】&【等邊三角形】&【不等邊三角形】間的關係圖。

PS. 可以模仿先前三個圖形關係的提問，也可以採用以下《進階的提問參考》方式進行。

- (1)四種三角形中，你想先從哪個圖形或哪兩個圖形著手呢？

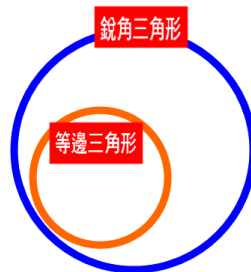
S1:我覺得可以從【直角三角形】&【銳角三角形】著手，他們兩者是毫無關係。

S2:也可以從【等邊三角形】&【不等邊三角形】著手，他們也是毫無關係。

S3:也可以從【銳角三角形】&【等邊三角形】著手，因為他們是包含關係。

.....

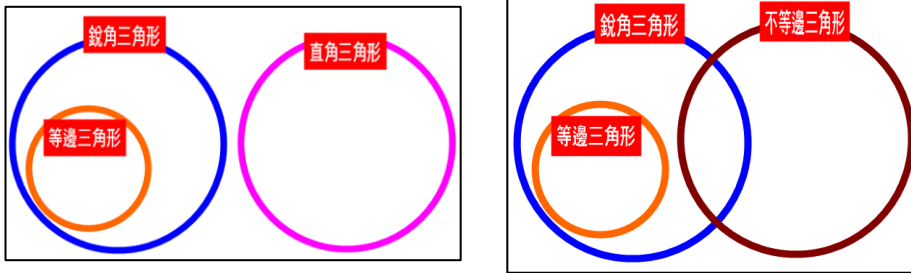
- (2)我們現在來試試先從【銳角三角形】&【等邊三角形】著手，擺好兩個圖形的關係後（如下），接下來可以再加入哪一種圖形呢？說說你的想法。



S1:我想加入【直角三角形】，因為若是直角三角形，就不可能會是銳角三角形，所以它們是毫無關係，所以直角三角形的圓放在另一邊。

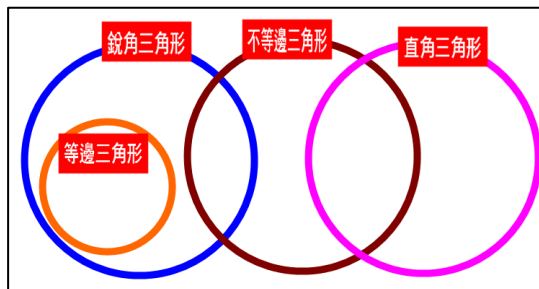
S2:也可以先從【不等邊三角形】著手，因為有些銳角三角形也會是不等邊，所以銳角三角形的關係和不等邊三角形是

有些關係的，也就是兩個圈是有交疊處。



(3)上方有兩種排法，那麼再把最後一個圖形放入這個關係圖中，看看兩種不同的方法做出來的關係圖是否相同？

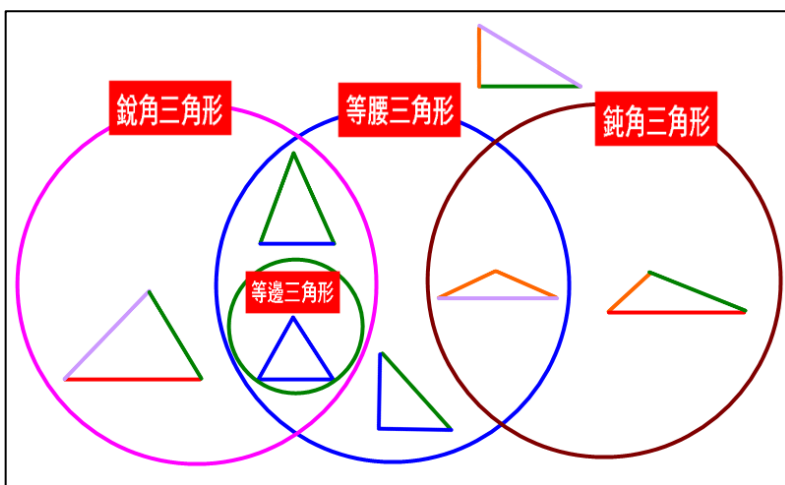
PS. 學生會發現，做出來的關係圖都是一樣的。



(4)當學生將4種圖形的關係圖擺放出來後，教師帶領學生利用大小邏輯圈和七種圖形扣條來進行檢驗，確認其四種圖形間的包含關係，若七類三角形全數放入相對應的區域，且沒有空缺即表示成功。

(5)若先前的判斷有錯誤，則再進行調整及驗證，直到正確為止，最後將正確的包含關係圖畫在“再次修正”區。

佈題：畫出【等腰三角形】&【等邊三角形】&【鈍角三角形】&【銳角三角形】間的關係圖。



2. 小組合作解題：

(1)4人一組，2人一小組，教師先抽一個固定的圖形做為兩小組共同的圖形，再由各小組學生抽出3個圖形形成3種圖形

學習單

第四節
結束

10

學習單
學具操作

組做為挑戰的題組，此時 2 個小組的題組是不同的。

(2)先在無學具的輔助下思考，繪製出 4 個圖形的包含關係圖，等繪製出來後，再利用再利大小邏輯圈和七種圖形扣條來進行檢驗。

(3)組間進行分享，分享的過程同《三種三角形間的包含關係》，在此不再贅述。

【設計意圖】借助實作活動，滲透分類思想，讓學生更明晰不同類別圖形特徵。同時在不斷的嘗試中，積累學生認知的錯誤經驗，不斷調整混亂的，無序的思維，使思維更清晰，概念更明確。同時活動中也有效滲透了集合的思想在其中。通過學生的小組合作，在解決問題的過程中，增進學生的合作意識與交往能力的提升。在不斷進行的“猜想與驗證”思考、實作中，實現著數學化的思維的建立。小組分享體現了“分享是最高階的學習”思想。

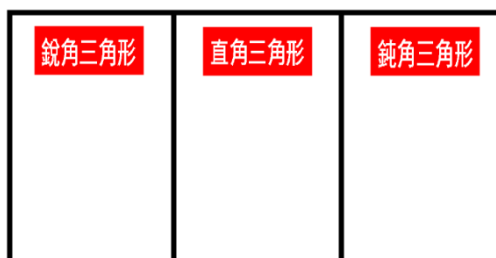
活動四：關係統整

教學重點：初步嘗試繪製出七類圖形的完整包含關係圖，包含銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形、等邊三角形（正三角形）、等腰三角形、不等邊三角形，等腰直角三角形。

教學引導：

1. 若用一個長方形區域（或圓形）當成是所有三角形所成的集合，那麼你第一步會先怎麼做呢？（若學生無法說出，則教師可進一步引導從角或從邊先進行切分。）

S1：先用角來分，將這個長方形分成三個區塊，分別是銳角三角形、直角三角形及鈍角三角形。

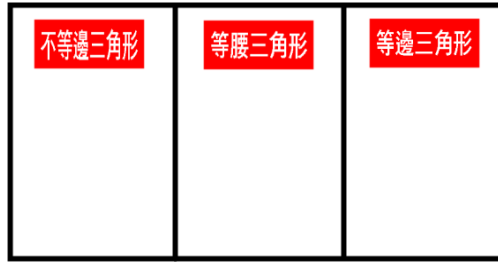


S2：也可以先用邊來分，將這個長方形分成三個區塊，分別是不等邊三角形、等腰三角形、等邊三角形。

分享與傾聽

30

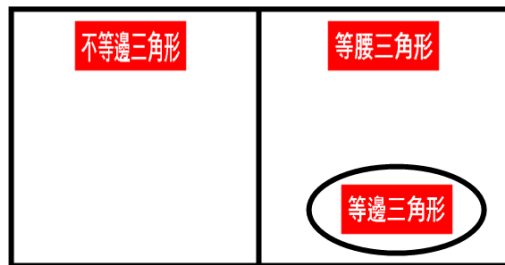
討論與發表



T：等邊三角形有沒有符合等腰三角形的條件呢？

S2：有的，等邊三角形基本上就有兩個邊等長，所以它也是等腰三角形的一種。

S3：所以圖要改成將長方形分成兩個區塊，其中一個是不等邊三角形，一個是等腰三角形，而在等腰三角形內部再畫一個圈，代表是等邊三角形的區域。



2. 接下來如何將銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形及等腰直角三角形放入圖中呢？

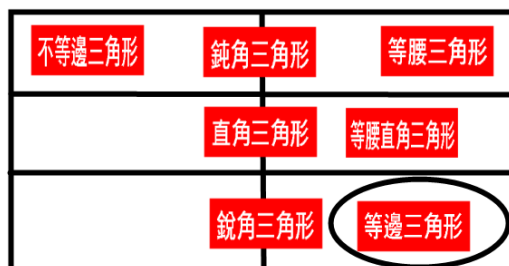
註：可以讓學生分別依前述兩邊分類方法選擇自己喜歡的方式繼續往下進行繪製。

3. 分享繪製出來的結果并說明之。

4. 將七種圖形扣條分別擺放在適當的位置，看看每個區塊是否都有圖形，若有即表示繪製的包含關係圖完全正確。若有些區塊沒有圖形，那麼則再進行調整，直到成功為止。

5. 分享成果。

6. 繪製的包含關係範例如下：

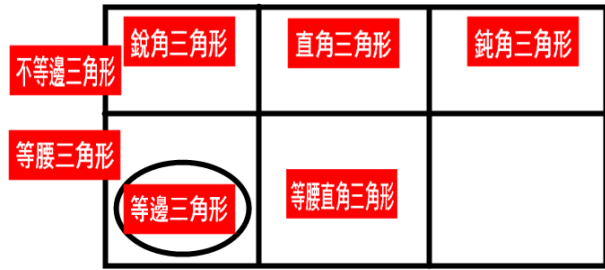


學習單

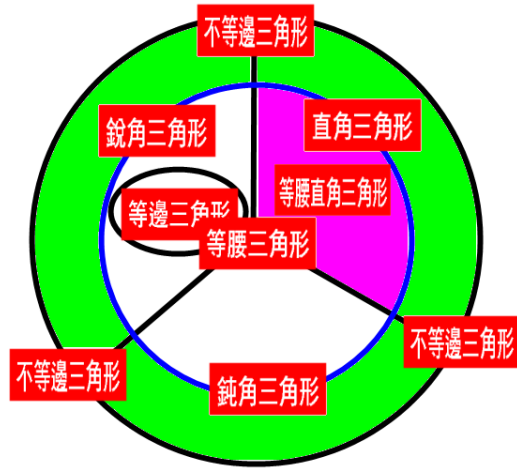
學具操作驗證

分享與交流

範例二 →



範例三 →

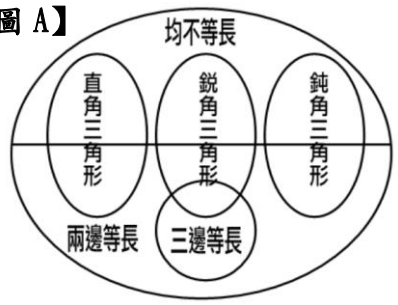


第五節
結束

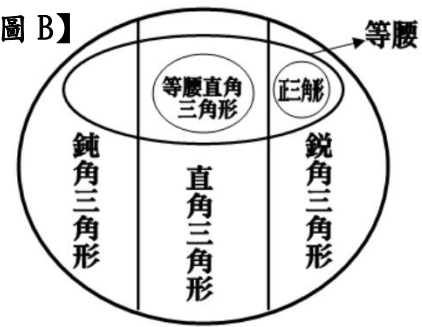
活動五：思辨找碴

教學重點：收集一些錯誤的包含關係圖，讓學生找出矛盾之處，并說明不合理的原因。

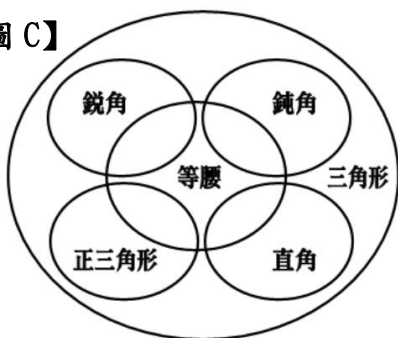
【圖 A】



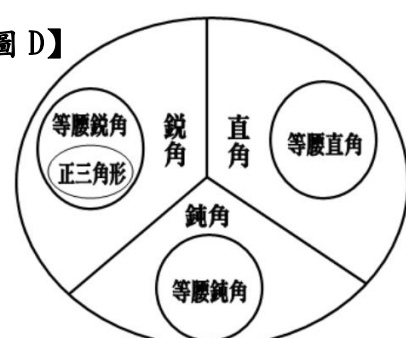
【圖 B】

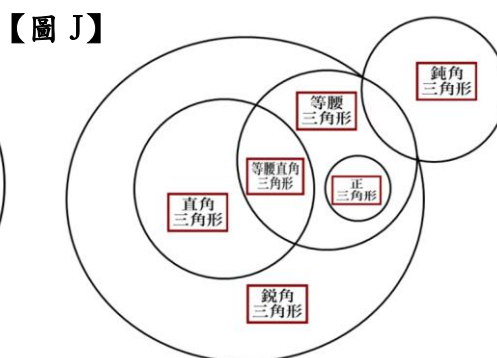
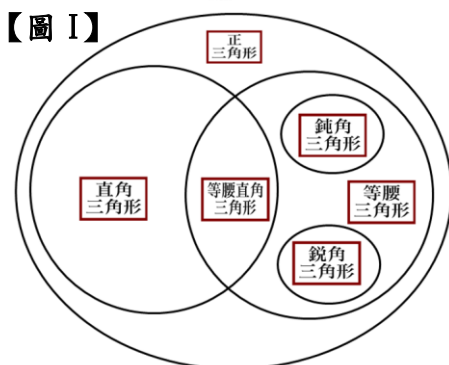
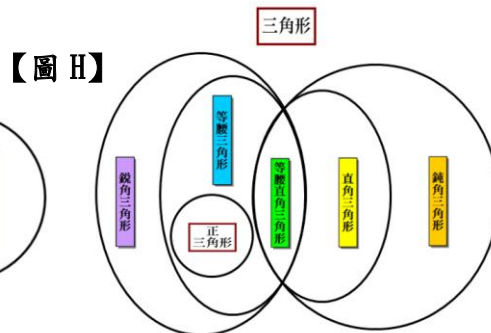
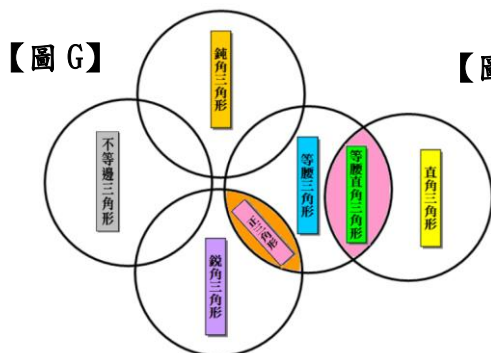
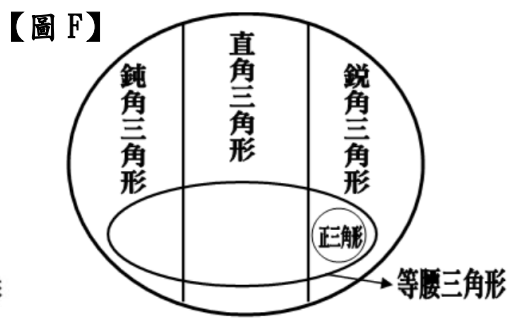
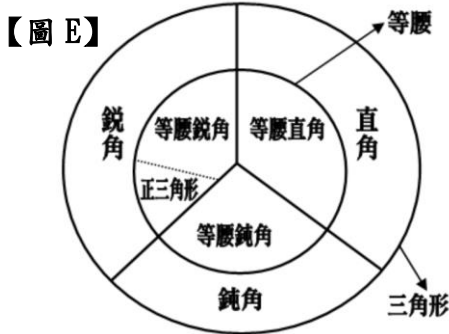


【圖 C】



【圖 D】





說明：由于學生在活動四時已進行過七類三角形的包含關係圖的統整，基本上概念都已俱足，因此引入一些大學生畫出來的錯誤關係圖，讓學生進行思辨，以鞏固他們對圖形間的包含關係概念。可以有以下兩種方式來進行：

1. 學生自主篇（學生自行剖析找出錯誤）

- (1) 學生分成 6 組，每組認領一道題進行批判，找出不合理之處，記錄在學習單上，并提出自己的看法。
- (2) 小組上臺，進行分享交流，并鼓勵其它各組專注聆聽，必要時進行質疑辯證。

2. 教師檢驗篇（繪製區塊內的圖形找出不合理之處）

- (1) 教師分別展示各種錯誤的包含關係圖，并指定區域讓學生繪製符合此區域內條件的圖形。

討論與交流

學習單

分享與傾聽

實作

(2)若能繪製出來，則表示此區塊的關係圖是沒有問題的。若無法繪製出來，則表示關係圖是有問題的。

(3)說說看，錯誤的關係圖可以怎麼進行修改。

《範例 1》

● 畫出①區域的圖形……×

→三邊不等長又不能是鈍角三角形，不能是銳角三角形，不能是直角三角形，是不可能畫出來的。

● 畫出②區域的圖形……✓

→是鈍角三角形又同時符合等腰性質，所以是一個等腰鈍角三角形。

● 畫出③區域的圖形……✓

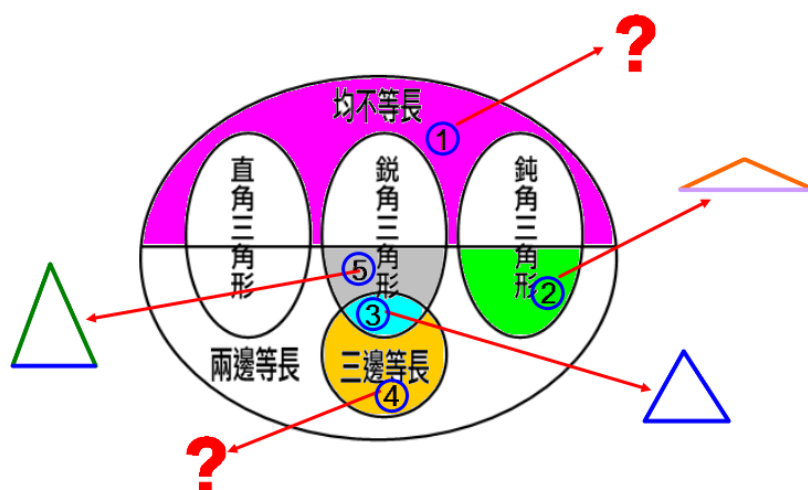
→是銳角三角形又同時符合三邊等長的性質，所以是一個等邊三角形（正三角形）。

● 畫出④區域的圖形……×

→必須是三邊等長，但又不能是銳角三角形，但三邊等長基本上就是銳角三角形了，所以沒有符合的圖形。

● 畫出⑤區域的圖形……✓

→是銳角三角形，但又要符合兩邊等長的性質，所以是一個等腰銳角三角形。



結論：此圖的關係圖是錯誤的。

修改：略

《範例 2》

● 畫出①區域的圖形……✓

→符合銳角三角形的性質，又有等腰的性質，但不可以是

三邊等長，那麼就是等腰銳角三角形了。

- 畫出②區域的圖形……×

→既要符合等腰三角形的性質，又要有直角，但是又不能是等腰直角三角形，因為它是在等腰直角三角形的圈外，所以這個區域的圖形是畫不出來的。

- 畫出③區域的圖形……✓

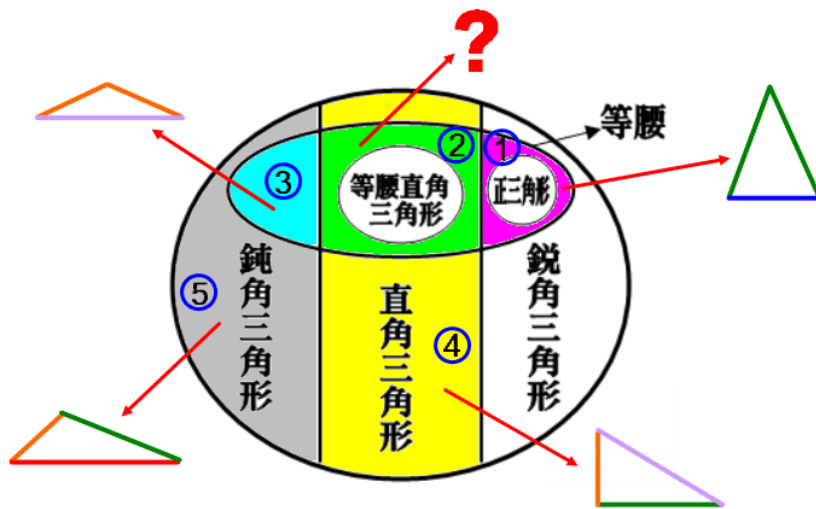
→既是鈍角三角形又要符合等腰的性質，所以是一個等腰鈍角三角形。

- 畫出④區域的圖形……×

→既是一個直角三角形，但又不能具備等腰的性質，所以就是不等邊直角三角形了。

- 畫出⑤區域的圖形……✓

→既是一個鈍角三角形，但又不能具備等腰的性質，所以就是不等邊鈍角三角形了。



結論：此圖的關係圖是錯誤的。

修改：只需要將等腰直角三角形的圓框去除即可。

《範例 3》

- 畫出①區域的圖形……✓

→符合鈍角三角形的性質，又需是不等邊，所以是不等邊鈍角三角形。

- 畫出②區域的圖形……×

→既要符合銳角三角形的性質，又不能有等腰，也不能有不等邊，所以這個區域的圖形是畫不出來的。

● 畫出③區域的圖形……×

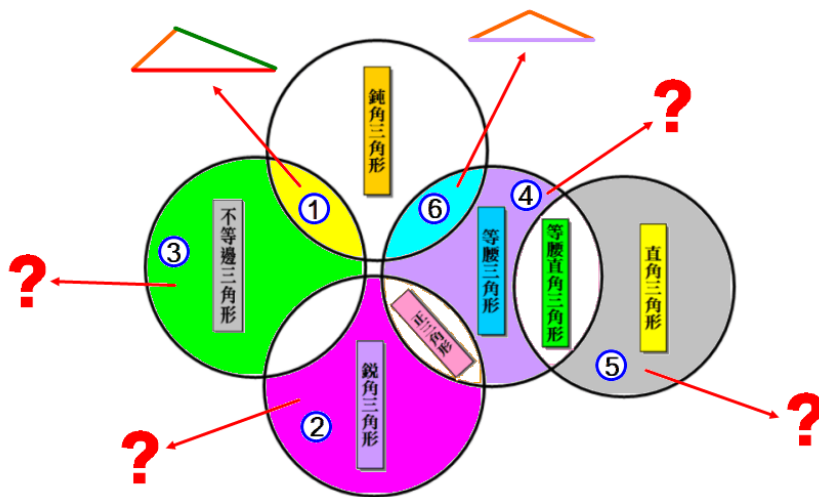
→是不等邊的三角形，但不能是銳角三角形，也不能有鈍角，所以只能是直角三角形，但是此區的圖形又不在直角三角形的區域內，所以此區域的圖形是畫不出來的。

● 畫出④區域的圖形……×

→既是一個等腰三角形，但又不能有直角及鈍角，也不屬於銳角三角形，那麼這個區域的圖形是畫不出來的。

● 畫出⑤區域的圖形……×

→是一個直角三角形，但又不能具備等腰的性質，所以只能是不等邊，但它又沒有在不等邊的區域中，所以此區域的圖形是畫不出來的。



結論：此圖的關係圖是錯誤的。

修改：略

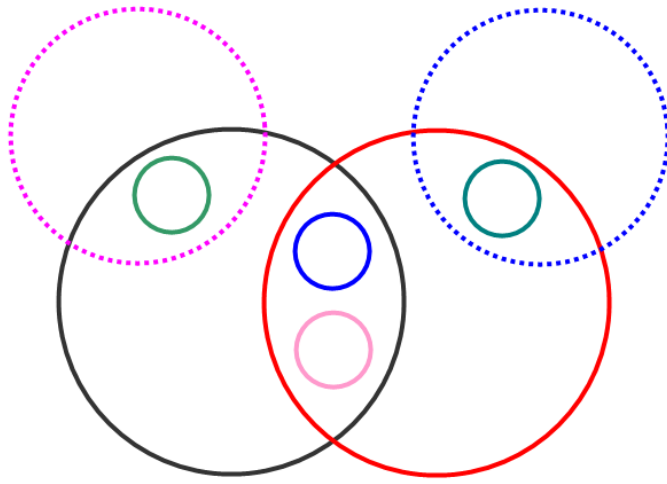
【設計意圖：】通過觀察、思考、比較、發現等方法的學習，透過學生“我還可以怎麼做？”“這樣做一定是合理的嗎？”“可以如何修改？”等問題的提出與解決，學生獲得了質疑與修正的機會，意在滲透樸素的批判式思維方法。優化、完善所學習的全部內容。

【綜合活動】

說關係、玩關係、探索關係

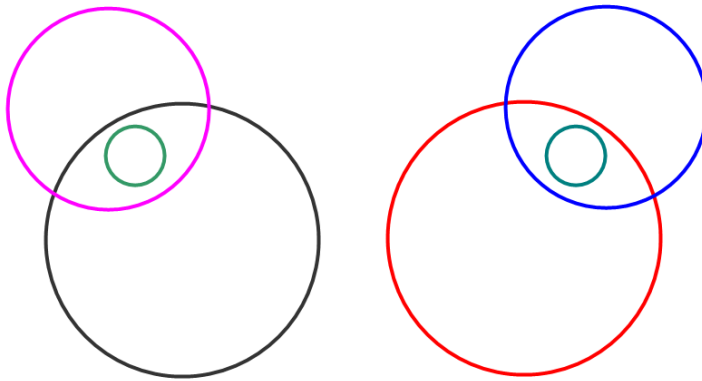
教學重點：回到生活經驗中，以一幅生活情境圖為例，進行關係的總結。

情境圖：何爺爺與蔡奶奶的故事

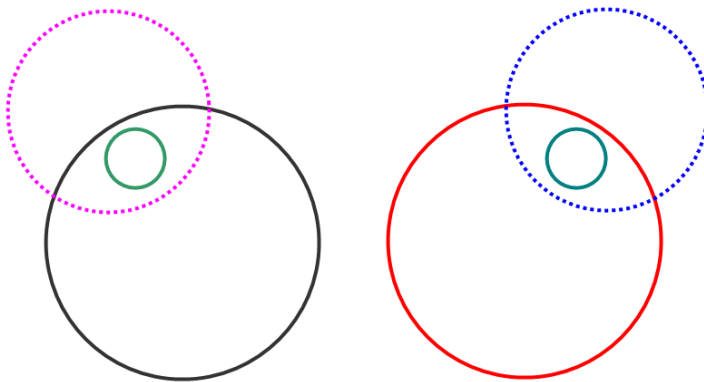


教學引導：說說看，由下面這些連環的關係圖中，你看到了什麼？誰來解讀一下發生了什麼事呢？

《情意一》1940年東村的何爺爺和張奶奶結婚生了一個孩子，西村的蔡奶奶和陳爺爺結婚，也生了一個孩子。

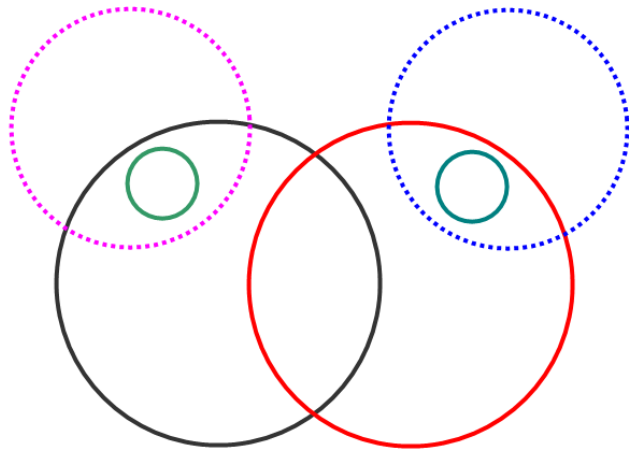


《情意二》數年後，東村的張奶奶和西村的陳爺爺不幸因病去逝，留下可憐的何爺爺和蔡奶奶，他們自己獨立撫養幼小的孩子。

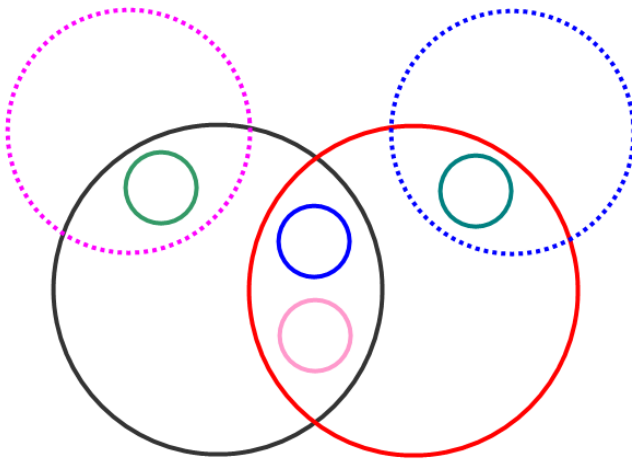


《情意三》有一天，東村的何爺爺和西村的蔡奶奶因某種姻緣見面了，彼此都有好感，後來決定結婚一起照顧兩個孩子。

看關係說想法



《情意四》幾年後，他們兩人又相繼生下了兩個孩子，全家六年過著幸福快樂的日子。



《課後任務》

請你選擇一個生活情境、數學相關元素、或是班級事件，運用我們這一系列所學習的知識畫出其包含關係圖，然後與大家進行分享。項目參考：

- 例 1：班級內參加各種社團的情形。
- 例 2：四邊形的包含關係圖。
- 例 3：兩數或三數的公因數。
- 例 4：兩數或三數的公倍數。
- 例 5：自然數、合數、質數
- 例 6：運動會比賽項目參賽者。
-

學習單

第六節
結束

素養評量：

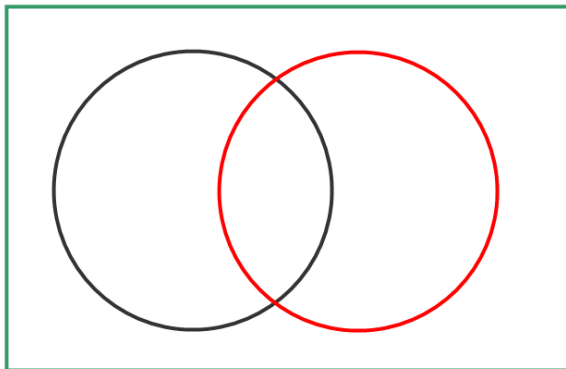
你能依據給定的圖形中，挑選適當的圖形填入下列的包含關係圖中，使其包含關係圖是合理的，你有幾種填法？

註 1：圖形可以重複使用。

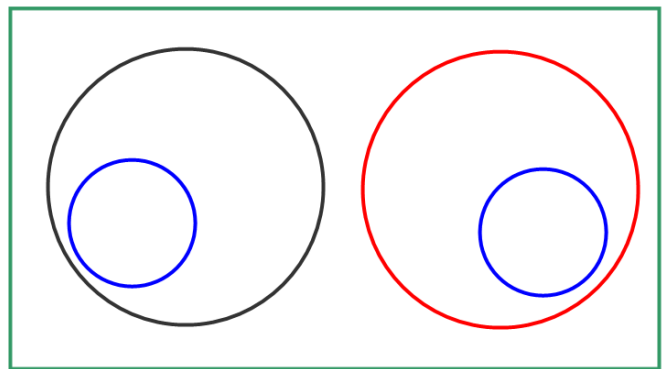
註 2：你可以選擇你感興趣的關係圖來畫。

①四邊形	②三角形	③ 直角三角形	④長方形	⑤正方形
⑥多邊形	⑦平行四邊形	⑧正三角形	⑨正多邊形	⑩等腰三角形

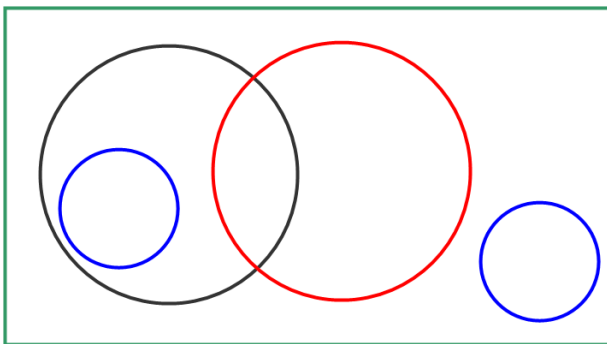
【關係圖一】



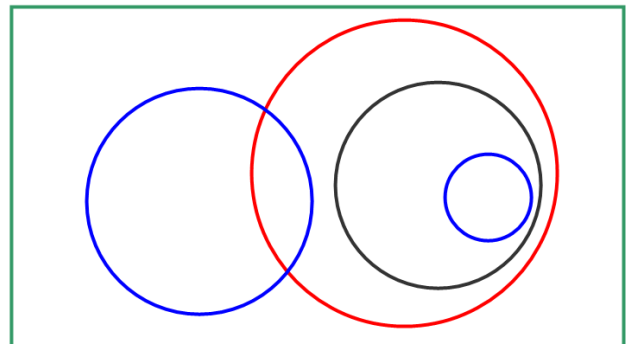
【關係圖二】



【關係圖三】



【關係圖四】



參考資料：

國小數學教材原型 C 冊

附錄：學習單

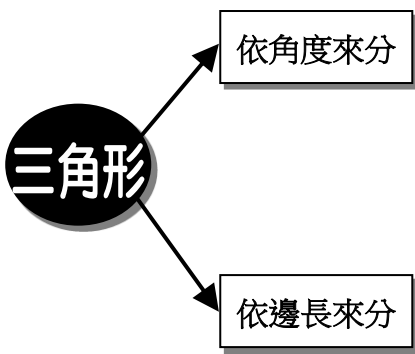
肆、附錄



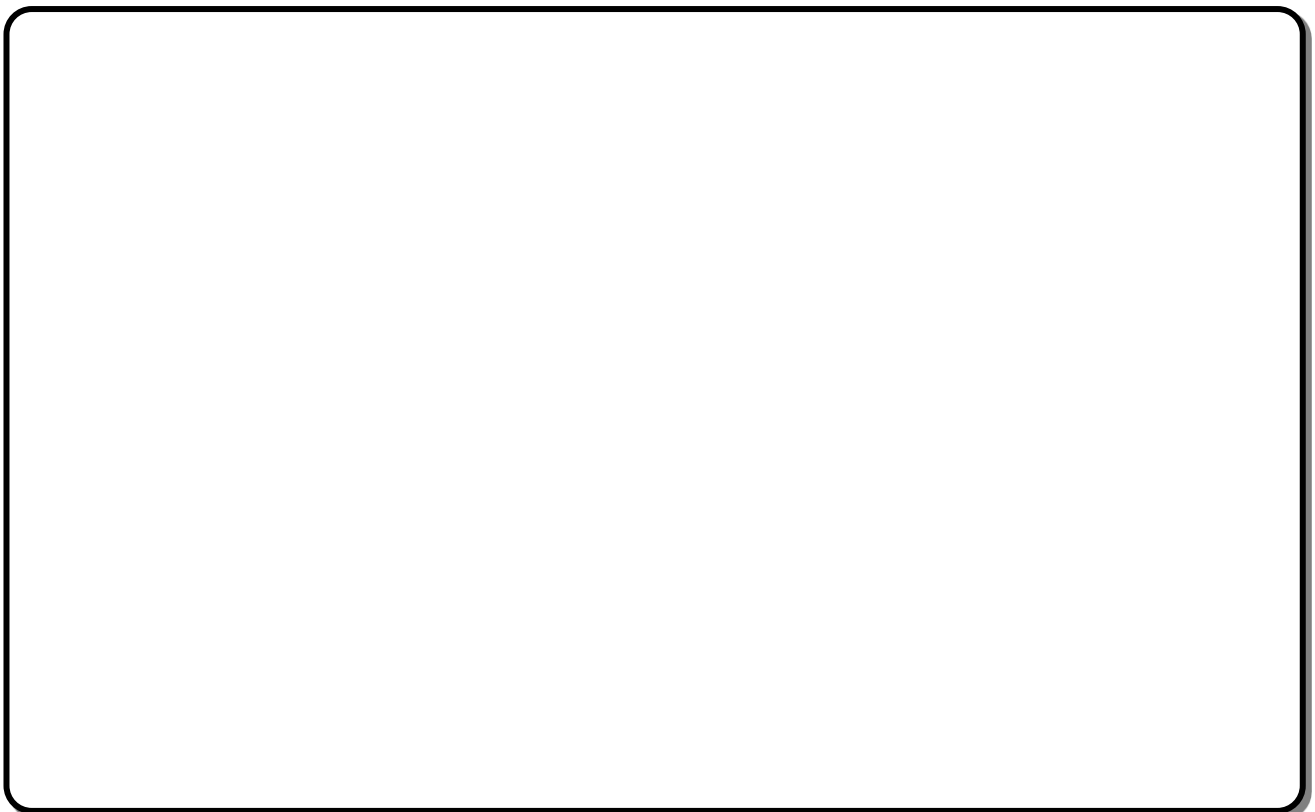
班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。

任務一：請依據邊長、角度來將三角形分類。



任務二：請試著畫出這些形體的包含關係。(註：於活動四—關係統整時使用)

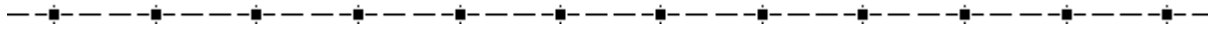




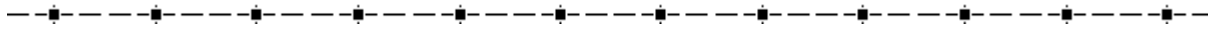
糾結的三角關係 2



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

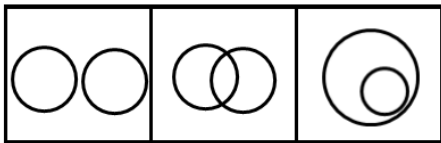


單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



包含關係：分成三類

三角形類型：分成七類（為了方便記錄，可用符號表示）



正 三角形	等腰 三角形	不等邊 三角形	銳角 三角形	直角 三角形	鈍角 三角形	等腰直角 三角形
		\neq	\sphericalangle			

挑戰一：兩兩關係圖

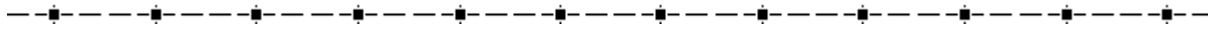
類型	初次嘗試	再次修正



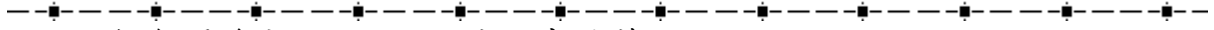
糾結的三角關係 3



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

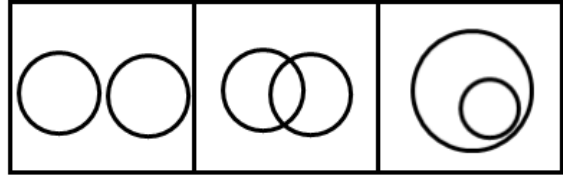


單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



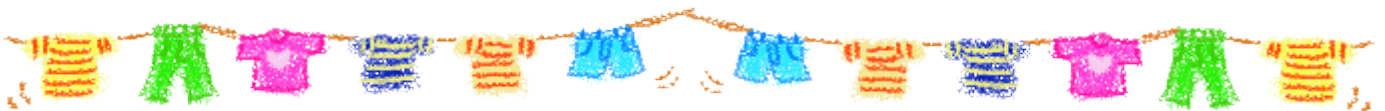
- 圖形的包含關係分以下三類，請你先試著完

成下表，然後再和你的伙伴討論，看看大的想法是否一致。



- 你對了多少題呢？（ ）題

	銳角 三角形	直角 三角形	鈍角 三角形	等邊 三角形	等腰 三角形	不等邊 三角形	等腰直角 三角形
銳角 三角形							
直角 三角形							
鈍角 三角形							
等邊 三角形							
等腰 三角形							
不等邊 三角形							
等腰直角 三角形							





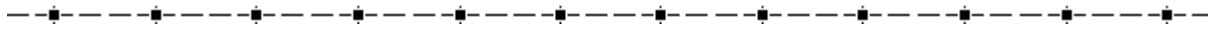
糾結的三角關係 4



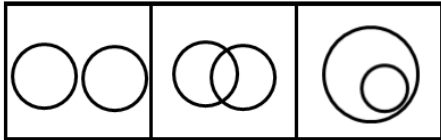
班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠



單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



包含關係：分成三類



三角形類型：分成七類（為了方便記錄，可用符號表示）

正 三 角 形	等 腰 三 角 形	不 等 邊 三 角 形	銳 角 三 角 形	直 角 三 角 形	鈍 角 三 角 形	等 腰 直 角 三 角 形
		\neq	\sphericalangle			

挑戰二：三個形體的關係圖

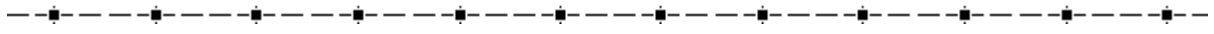
類型	初次嘗試	再次修正



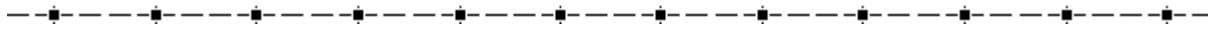
糾結的三角關係 5



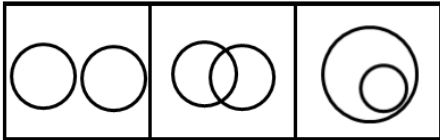
班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠



單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



包含關係：分成三類



三角形類型：分成七類（為了方便記錄，可用符號表示）

正 三 角 形	等 腰 三 角 形	不 等 邊 三 角 形	銳 角 三 角 形	直 角 三 角 形	鈍 角 三 角 形	等 腰 直 角 三 角 形
		\neq	\sphericalangle			

挑戰三：四個形體的關係圖

類型	初次嘗試	再次修正



糾結的三角關係 6



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

挑戰四：請針對下列各種包含關係圖選擇你有興趣的進行評析。



糾結的三角關係 7



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

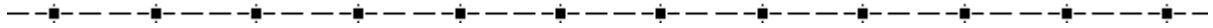
挑戰四：請針對下列各種包含關係圖選擇你有興趣的進行評析。



糾結的三角關係 8



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠



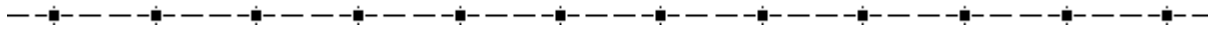
挑戰四：請針對下列各種包含關係圖選擇你有興趣的進行評析。



糾結的三角關係 9



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠



小朋友，學完了這一系列的包含關係主題，現在是你大顯身手的時候了，請你給定的 10 種圖形中，挑選適當的圖形填入下列的包含關係圖中，使其包含關係圖是合理的，你能填出多少種呢？

註 1：圖形可以重複使用。

註 2：你可以選擇你感興趣的關係圖來畫。

① 四邊形	② 三角形	③ 直角三角形	④ 長方形	⑤ 正方形
⑥ 多邊形	⑦ 平行四邊形	⑧ 正三角形	⑨ 正多邊形	⑩ 等腰三角形

