

國教輔導團分區輔導到校服務

補救教學的數學…… 好玩的數學？

報告人：方建良

仁德區德南國民小學

allanfun@pchome.com.tw



今天將要與您分享……

- 誰需要補救教學？……測驗診斷
- 實施補救教學之策略……精熟學習
- 數學補救教學經驗分享……行動研究
- 消除數學恐懼症的補救教學可以是…

遊戲式、建構式、精熟學習、合作學習、
PISA化（數學素養？）、華德福、人本……..

就從攜手計畫開始說起吧！

台灣2006年開始攜手計畫，進行課後補救教學，期望讓每一位孩子都不落後。（PISA第一次參加即獲第一）

1.補救教學的對象：（弱勢生＋學習低成就）

2.補救教學的歷程

評量—教學—再評量的循環（張新仁，2001）

3.補救教學主要任務

- 「診斷」學習迷失
- 「解決學習困難」（成就、情意）問題

◆時間花在哪裡，成就就在哪裡—心中的小星星

現況分析

- 資源班—融合教育
- 教育優先區—針對弱勢及文化不利區域實施補償教育。
- 策略聯盟—高中職、大學、民間資源
- 夜光天使—經濟、學習成就弱勢生等

- ◆一朵花，不能成就整個世界。
- ◆尋找每個孩子的亮點。
- ◆積極關懷弱勢



攜手計畫執行的情形

- 學校遭遇到的困難
 - 教師的意願低落
 - 鐘點費問題
 - 家長意願不高(不是每天都有)
 - 表格填報繁瑣, 行政負擔大
- 較少關注課程與教學的部分
 - 由授課教師自行決定



攜手計畫執行的成效

- 理論上
 - 教師較有經驗和豐富的知識, 成效應不差
- 實際上(缺乏具體數據的了解)
 - 缺乏有系統的診斷
 - 缺乏起點行為的理解與數學補救課程的決定
 - 缺乏持續的追蹤和檢核
 - 過於考量教師的期許或家長的要求(如寫作業)

認識您的授課對象與其特性

- 受輔學生的普遍特性
 - 1.先天未必不良
 - 2.後天失調
 - 3.學習意願低落
 - 4.注意力不集中
 - 5.記憶短暫
 - 6.理解能力差
 - 7.其他（如屬特殊教育範疇非本次補救教學討論之對象）
- 孩子是學習的主體，不是「教室中的客人」
- 誰需要補救教學？所有教師都必須針對全班後5%（亦即一班30人的最後2名）的學生進行補救教學（新北市）

名稱	出版年代	適用對象	編(修)訂者	出版單位
麥氏學習障礙量表	76年	小一~小六	許天威、徐享良	台灣師大
學業技能測驗	79年	高二~大一	師大教育心理系 台南師範大學	教育部
國小數學診斷測驗	85年	小一~小六	院、洪碧霞	教育部
國民小學低年級數學診斷測驗	85年	小一~小二	秦麗花、吳裕益	心理
基礎數學概念評量	88年	小二~六	柯華葳	國科會教育部
國民小學中低年級數學診斷測驗	88年	小一~四	林月仙、吳裕益	高師大
句型理解能力測驗	85年	小二~國三之聽障學生	張倍莉等人	台灣師大
中華國語文能力測驗	85年	小一~國三	林寶貴等人	台灣師大
中文閱讀理解測驗	91年	小二~小六年級	林寶貴、鍾寶香	台灣師大
閱讀理解困難篩選測驗	88年	小二~小六	柯華葳	國科會
中文年級認字量表	88年	小一~國三	黃秀霜	國科會
國小兒童書寫語文能力診斷測驗(再版)	90年	國小	楊坤堂等人	心理
基本讀寫字綜合測驗	92年	小一~三	洪麗瑜等人	心理
閱讀理解測驗	94年		張世慧、楊坤堂	北市教大



是天生？還是真的學不好？

人比人，然後呢？



102年學測級分人數百分比累計表

級分	數學			
	人數	百分比	累計人數	累計百分比
15	2,881	1.95	147,985	100.00
14	3,569	2.41	145,104	98.05
13	4,687	3.17	141,535	95.64
12	7,641	5.16	136,848	92.47
11	8,410	5.68	129,207	87.31
10	12,334	8.33	120,797	81.63
9	12,270	8.29	108,463	73.29
8	15,857	10.72	96,193	65.00
7	13,527	9.14	80,336	54.29
6	13,324	9.00	66,809	45.15
5	14,253	9.63	53,485	36.14
4	11,716	7.92	39,232	26.51
3	14,222	9.61	27,516	18.59
2	9,683	6.54	13,294	8.98
1	3,504	2.37	3,611	2.44
0	107	0.07	107	0.07

學測總級分及各科成績標準表

	頂標	前標	均標	後標	底標
國文	13(14)	12(13)	11(11)	9(9)	7(7)
英文	14(14)	13(12)	10(10)	6(6)	4(4)
數學	12(13)	10(11)	7(7)	4(4)	3(3)
社會	14(14)	13(13)	11(11)	9(9)	7(8)
自然	13(14)	11(12)	9(9)	6(6)	5(5)
總分	63(65)	57(59)	47(49)	36(37)	27(28)

註：括弧內()為去年級分 資料來源：大考中心 製表：王彩鵬
■聯合晚報

102學年度學科能力測驗原始分數與級分對照表－數學領域

級距	6.42	級距	6.42
級分	分數區間	級分	分數區間
15	89.89 - 100.00	7	38.53 - 44.94
14	83.47 - 89.88	6	32.11 - 38.52
13	77.05 - 83.46	5	25.69 - 32.10
12	70.63 - 77.04	4	19.27 - 25.68
11	64.21 - 70.62	3	12.85 - 19.26
10	57.79 - 64.20	2	6.43 - 12.84
9	51.37 - 57.78	1	0.01 - 6.42
8	44.95 - 51.36	0	0.00 - 0.00



以102年度學測數學考科試題來看

- 學校規定上學期成績需同時滿足以下兩項要求，才有資格參選模範生。

一、國文成績或英文成績70分(含)以上；

二、數學成績及格。

已知小文上學期國文65分而且他不符合參選模範生資格。

請問下列哪一個選項的推論是正確的？

- (1) 小文的英文成績未達70分
- (2) 小文的數學成績不及格
- (3) 小文的英文成績70分以上但數學成績不及格
- (4) 小文的英文成績未達70分且數學成績不及格
- (5) 小文的英文成績未達70分或數學成績不及格



補救教學適用的教學策略

(一)直接教學模式(the direct instruction model)

(二)精熟教學模式(the mastery teaching model)

(三)個別化教學模式

(the individualized instruction model)

(四)合作式學習模式

(the cooperative learning model)

具體策略與作法—拉尖補底

- 找出「需要的孩子」
- 引進各項資源（人力資源、財力資源、社區或社會資源）
- 教師專業提升（知道怎麼教？）
- 多元、適宜的教材（知道教什麼？）
- 建置評鑑機制

數學很難？我怕怕！



數學好？好什麼數學？

西方人的聰明？ 看見別人沒看見的東西！

東方人的智慧？ 看見了也當沒看見！



小明的量法：「我量的是3公分。」



小英的量法：「我量的是2公分。」



老師必須充分了解
學生的困難

說說看，誰量得對？

(引自林宜臻)

補救教學基本學習內容

- 萃取出國民中小學各年級國語文、英語、數學等工具學科學生必須學會的基本內容
 - 所謂補救教學（Remedial Instruction）基本學習內容，係指無論課程綱要或課程標準如何改變或教材如何重編，學生在該年級之工具學科中必須習得之最基本內容。
 - <http://aspa.moe.gov.tw>(補救教學資源網站)

制定基本學習內容，編輯對應之補救教學教材，掌握每個年級之核心學習內容。

拉抬落後學生 有哪些教育資源？

- 教育部規畫了「國中小補救教學實施方案」
- 為學生量身打造的國、英、數各年級補救教學教材
- 國民中小學補救教學資源平台
(<http://asap.moe.gov.tw/>)

Math Seed數學領域課程與教學輔導網

<http://mathseed.ntue.edu.tw/>

Math Seed 數學領域課程與教學輔導網

教學輔導Q&A

數學輔導諮詢 | 教學Q&A

數量 | 幾何 | 代數 | 統計與機率

數學教學疑難問題與解決策略 I | 數學教學疑難問題與解決策略 II

95學年度（數學教學疑難問題與解決策略 I）

檔名	標題	作者姓名	縣市輔導團	適用年級	困難分析
95Q-E01	一位數減法的迷思一個位減法	余純美 董惠玲 白玉如	基隆市	國小	學生對減法的舊經驗執著於以大數減小數來解決問題。
95Q-E02	時刻的轉讀	陸昱任	宜蘭縣	國小	學生在學習鐘面報時時，接近整點時容易將時針報錯鐘，例如：6時55分，學生會報錯為7時55分。
95Q-E03	認識時鐘	陳明儀	嘉義市	國小	透過連續鐘面活動，學生能隨著老師報鐘的動作讀出7:05、7:10、7:30、7:50、7:55、8:00的時間順序，但當老師單獨撥好7:55的教具鐘，請學生讀出時間時，常常會有學生讀出8:05。學生讀錯的原因是時針非常接近8點，可見學生在「分針和時針是運動」的概念仍不清楚，才會如此再弄。

萬用揭示板

<http://163.21.193.5/>

Magic Board BETA

登入 • 布題 • 教材 • 資源 • 友站

萬用揭示板 | Try English version | 使用說明

歡迎光臨萬用揭示板數學教學網！

- 為了提供老師測試研習，我們特別設立了學習試用站，歡迎老師先到試用站熟悉本工具。
- 測試網址：<http://163.21.193.5>

精選教材

小一・數・整數・加 認識等號
小一・數・整數 計數
小一・幾何・邏輯概念 認識形狀

最新消息

20110328程式更新：新增物件感應式答案檢核元件

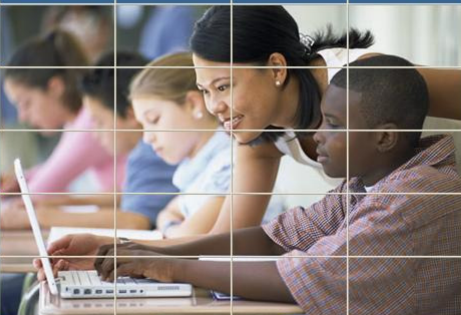
國家圖書館虛擬教具
<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

 **National Library of Virtual Manipulatives**
 Haz clic aquí para ver este sitio web en español



Virtual Library About eNLVM Buy Now! Search

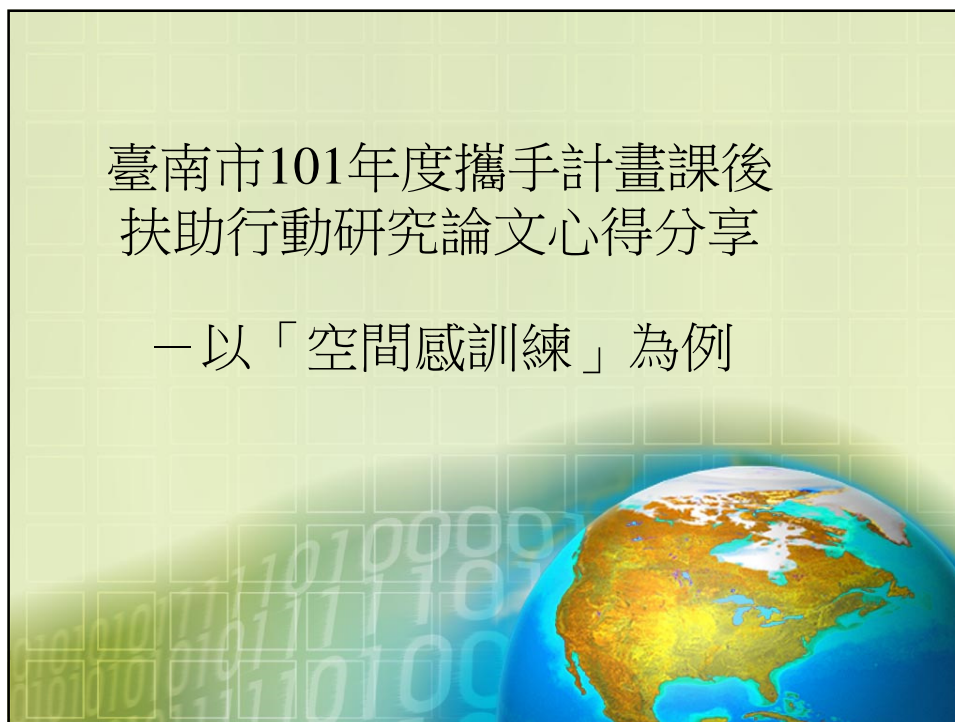
Download New Free Trial Version 3.0!

Index	Pre-K — 2	3 — 5	6 — 8	9 — 12
Number & Operations				
Algebra				
Geometry				
Measurement				
Data Analysis & Probability				

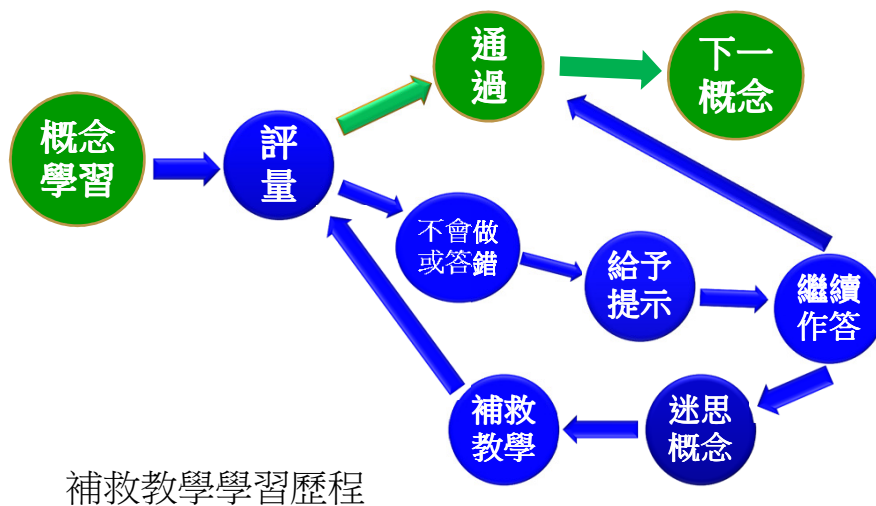
Credits | Contact | © 1999-2010 Utah State University. All Rights Reserved.
 English | Español | Français | 中文

臺南市101年度攜手計畫課後 扶助行動研究論文心得分享

— 以「空間感訓練」為例



學校數學補救教學經驗分享



WHY



- 設計出幫助學生知道如何學且樂於學之課程。
- 透過兒童的空間認知所發展出的空間行為做一探討。
- 利用教學模組融入數學領域網頁課程設計的方式，以做為未來設計網路教材的參考。

WHO

- 研究者的背景與角色
 1. 社群成員，成長團體的好夥伴
 2. 模組化網頁課程的設計者
 3. 補救教學之教學者
 4. 反省者
- 研究對象的選擇與背景介紹
 1. 探究教學時期：對象為全班學生
 2. 補救教學時期：呈呈（男）、銘銘（男）、虹虹（女）、芳芳（女）、妮妮（女）、穎穎（女）

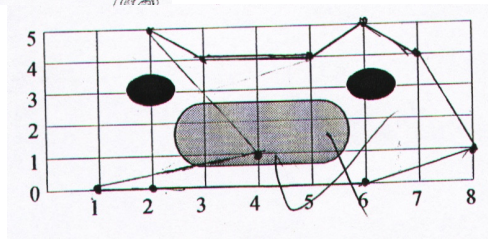
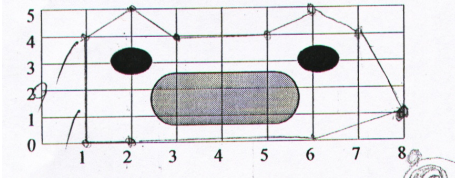
WHAT



- 探討國小四年級學童在數學領域中「空間位置」教材的學習困境。
- 發展以「空間位置」為主題的模組化網頁教學活動。
- 運用本研究之模組化資訊融入教學活動進行補救教學，並探討其學習效果與評價。

【題組六】請依據所給定的座標和順序，
用尺將下列各點連起來：（20分）

(3, 4) → (2, 5) → (1, 4) → (0, 1) → (2, 0) → (6, 0)
→ (8, 1) → (7, 4) → (6, 5) → (5, 4) → (3, 4)

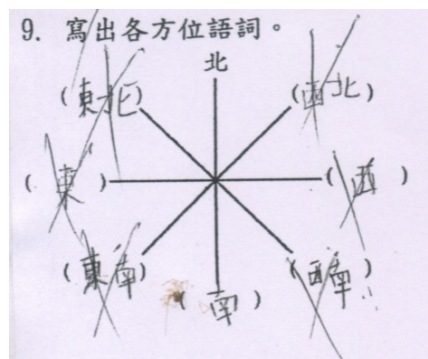


易犯錯誤類型——空間方位方面

- 基本方位的錯認
- 無法確認參考點：「甲在乙的哪一邊？」
到底是應以甲為中心來看，還是以乙為中心來看，有點混淆不清。
- 無法隨著參考座標的轉換辨別正確的方向：
當參考座標轉換時，學生往往會因參考點的變換，無法判斷物體的相對位置

基本方位的錯認

- 師：你八個方位的位置不會嗎？
- 妮妮：（聳聳肩）
- 師：如果你是面向北方時，你的右手邊是什麼方向？
- 妮妮：西邊啊
- 師：你要面向北方喔，臉要朝著北方看過去，那右邊是哪一方？
- 妮妮：（做勢用手比向前方，又比向右方），好像是東方
- 師：那你怎麼會寫左邊是東方，右邊是西方呢？
- 妮妮：我以為左邊是太陽升起的地方是東方啊！



易犯錯誤類型——空間表徵方面

➤ 無法在情境轉換時正確辨認左右方向

➤ **無法具體、正確的說明移動路徑**

1. 回答者以小空間的角度觀察，且描述時無固定的方位形容語詞。
2. 回答者雖已融入大空間中，但卻無法正確的判斷方向。
3. 回答者會模擬自己的面向來做描述，形成跳躍式的回答。
4. 回答者自己未能隨整個參考座標系做變動，而造成錯誤的判斷。

易犯錯誤類型—空間表徵方面

- 無法具體、完整的轉換大空間成小空間並繪製成平面圖
 - 1. 未考慮距離的因素
 - 2. 未考慮相對位置的關係
- 立體空間與平面空間之轉化能力有限

補救教學實施步驟

- 一、喚起學生舊經驗（強化連結）
- 二、建立新經驗的鷹架（善用類比）
- 三、結合學生實際生活情境增進理解
- 四、回顧學習結果（促進思考）
- 五、進入新單元內容



解決學生迷思概念的步驟

- 確認迷思
- 引發衝突
- 調整認知
- 後續檢核
- 加強鞏固認知



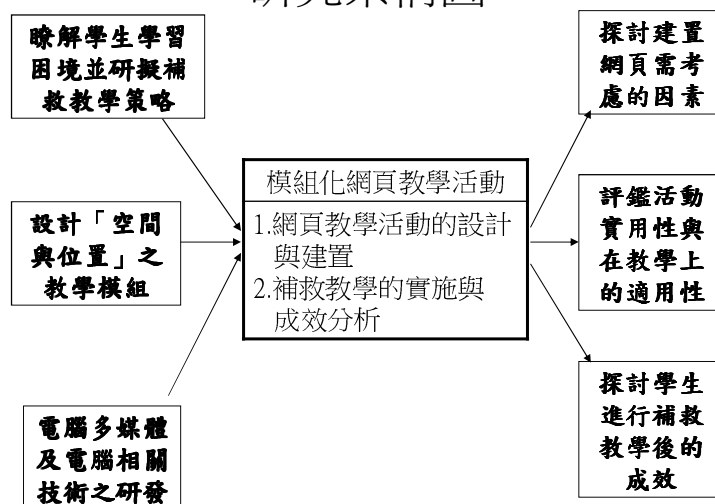
HOW

- **研究方法**
 - 透過觀察與晤談的方式
 - 針對研究的目的、範圍與場所而言，本研究嘗試利用「個案研究」（Case Study）的方式來了解研究情境中的互動情形

數學補救課程的實施

- 實施時的考量
 - 要先進行診斷或是一邊教學一邊診斷？
 - 診斷測驗的編制(學習單、平時練習卷、月考考卷)
 - 要採用何種教學方式來進行？
 - 全班講述？個別練習？何種方式對學生最有效？
 - 理論上或研究上的建議為何？
 - 如何判斷分年細目目標已經達成
 - 要幾個數學問題才夠？
 - 至少一題教學、一題檢核
 - 如果學生一直無法達成時要怎麼辦？放棄嗎？
 - 對於學習較快的學生要如何處理？

研究架構圖

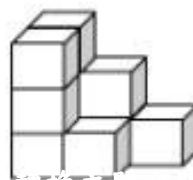
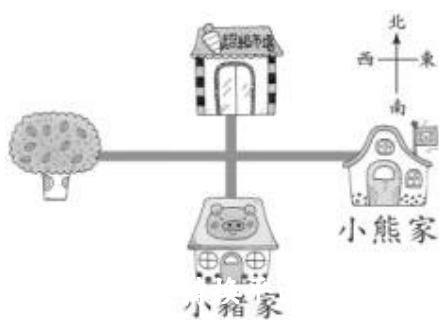


研究結果



- 學生易犯錯誤類型分析及學習困境探討
- 模組化網頁課程的發展與修訂
- 學生的轉變與成長

立體、平面空間之轉換



模組化網頁教學活動之發展與修訂

- 醞釀期

- 發展期

- 衝突期

- 整合修正期

研究者透過「成長團體」的發表機會，在座談中獲得相當多寶貴的經驗；其中也包括幾近「衝突」的批評與質疑，不過這卻是研究者在發展模組的歷程中，達到修正模組之目的的重要一環。

風格與方向。

建議
的



學生的轉變與成長

教學模組實施後，學習者

- 學習內容方面的評鑑

- 網站功能方面的評鑑

- 網站的整體設計方面之評鑑

雖然學生多認為網

學生多持正面的感受，認為教學內容的設計有助於對空間概念的學習，甚至透過本活動設計，能吸引他們去學習數學且不怕學習數學。

從此方面的探討可知，學生電腦的使用能力、完善的回饋機制與互動功能都是影響學生的學習興趣的主要因素。



學生的轉變與成長

學生空間概念方面的探討

- 1.透過電腦的輔助有助於學生在立體圖形與平面之間作轉換
- 2.學生轉換座標系的能力有提昇，但仍無法做參考座標的多重轉換
- 3.有助於學生瞭解、判斷物體間的相對位置



學生的轉變與成長

學生空間概念方面的探討

- 4.瞭解指北針的校正方式與原理，卻仍容易受到輪盤上的刻度影響
- 5.學習者可以清楚、具體的說出物體間的位置關係
- 6.藉由座標系的輔助，有助於學習者對物體做定位以及描述路線

研究結論



•學童在「空間位置」教材中的學習困境

•在方位判斷上

無法找到參考點。無法隨著參考座標的轉換辨別正確的方向等等

•在空間表徵上

•模組化網頁

無法具體、正確的說明移動路徑以及立體空間與平面空間之轉換能力有限等等

•模組的修訂與精

•學生在教學模組實施時之學習表現

透過電腦的輔助有助於學生在立體圖形與平面之間作轉換，培養大空間之繪圖與描述路線能力。

教學經驗分享

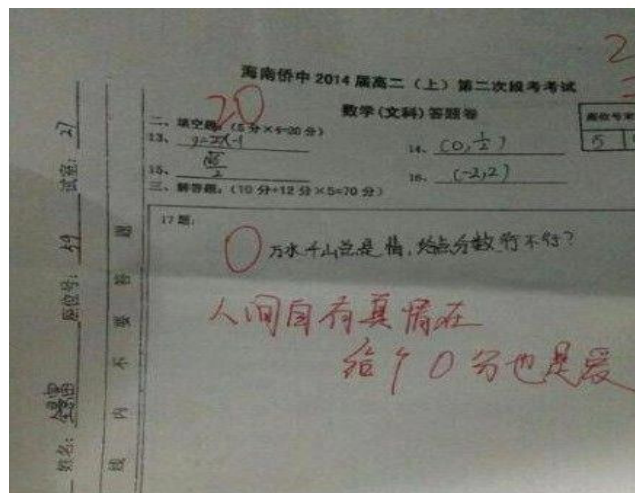
1. 老師講不如學生說。
2. 瞭解學習困難的所在。
3. 對和錯之間有沒有中間數？
4. 沒有教具怎麼辦？
 - 可將「合作學習」的理念融入資訊教材的設計中
 - 促有關單位能結合資源，建立教材分享之機制

消除數學恐懼症—大家一起來

不會炒菜，不會寫小說，不會做生意，就只是不會而已，他並不覺得害怕；但數學讓每一個人害怕，「因為學不好，所以會怕」的邏輯同義語是「只要不怕，就能學得好」，而不是「學好了，就不怕」。

本校之數理探索班將與學生分享不是如何拿高分的數學學習方式，更不是「快樂三秒學數學」，但可以肯定的是學生應該會很喜歡的學習內容

千山萬水總是情，
給點分數行不行？



人間自有真情在，給個0分也是愛！

學數學，需要特別的天份嗎？



所謂的學習並非讓所有人都接受相同的教法，老師要調節差異性來幫助每位學生學習數學（NCTM，2000）

• 見糟拆招…教育界努力的目標…中外皆然…

水平思考

Edward deBono 愛德華狄波諾博士

- 以非傳統或顯然不合邏輯的方法來解決問題。更簡單的說：思考的方式類似突然想到什麼好玩的！……牛津字典

來點特別的吧！辨識VOJ

練習一下VOJ



挑戰傳統思維

- 合理的數學教學？
- 學數學還是學會思考？
- 有個國家有40%是60歲以上的居民，有無可能這個國家的全體人民平均歲數是30歲呢？



彼得杜拉克：問題問對了，答案就出來了！

創意暫停

「我應該有個新想法」
「我可能會有個想法」
「我要停下來想一想」

- 一切都很順利、沒有甚麼問題，但就是「暫停」一下…….
- 只需**意願**不需動機
- 什麼時候該「暫停」？「暫停」時又該做什麼？
- DeBono：有些最好的思考結果是，當某人在沒有人的地方想一想才得到的！

其實30秒就夠！不需有負擔。

關鍵：注意力轉移

蘇武牧羊，看的
到的羊有125頭，
另外還有5頭牧羊
犬，請問蘇武幾
歲？





•從數學角度思考，幾點到哪裡比較適宜？
•創意暫停，想像無限

焦點法

- DeBono：焦點是創意思考的一個要點，但大多數有創造力的人都不知道。
- 有些有創意的人甚至故意不相信焦點的重要性，而寧可讓創意零星出現。
- 找出**不尋常**而冷門的**焦點**範疇。
 - **創意暫停**：暫停一下，找尋不同的新事務或新發現（沒有特定）
 - **焦點法**：「刻意」選擇一個新的焦點，開始進行思考（你不一定正在進行某事）

解決問題 與 邏輯思考

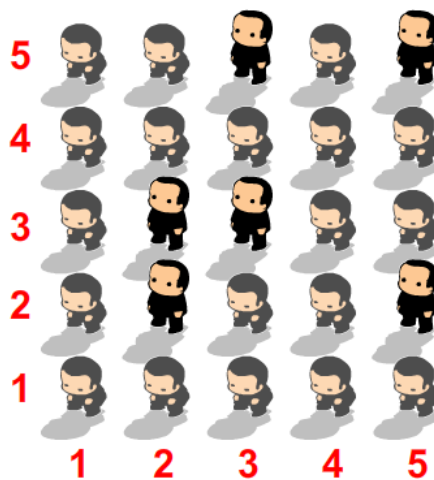
- 瞭解問題
- 擬訂計畫
- 執行計畫
- 回顧答案
- * **解題方法/解題策略**

尋找樣式(Pattern)

- 關係
- 規律
- 規律
- 公式
-



許教授的讀心術



• 如果

$$1 = 4$$

$$2 = 8$$

$$3 = 24$$

$$4 = ???$$

6	3	1
1	9	3
1	6	?

• 請找出規律性，想想看？空格中的這個數字會是多少呢？

概念法

- 我們做任何事背後都有一個潛在的**概念**
- 不同人看見不同概念
- 找出**概念**使它現身對我們思考有幫助
- 聯想其他方案(概念扇)
- 強化現有的概念
- 追求新的改變
- 我們通常希望自己思考精確明白，但這裡例外！
- 越**模糊**可能得到更多！

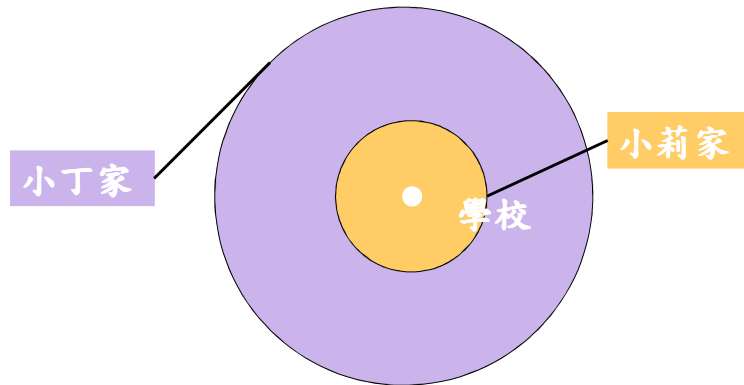
重點不在算對
答案，在於理
解與應用

※旅客到月台候車請注意…

一、中洲站往台南方向，	99%	在第二月台候車
二、中洲站往高雄方向，	85%	在第一月台候車
三、各位旅客請先聽播音，	15%	再到正確月台候車

答案肯定是一個值？

- 小莉家離學校2公里，而小丁家距離學校是5公里，請問小莉家和小丁家的距離有多遠？

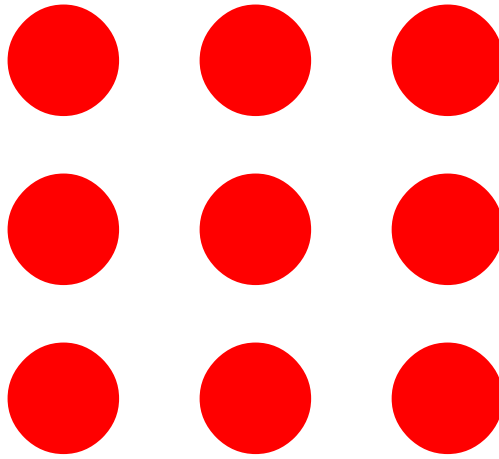


創意質疑

不是批判！

- 創意質疑不同於批判性質疑
- 批判性質疑只想找出誤區或不當之處，然後設法改善
- 創意質疑：無論現有的作法多好。**這難道就是惟一的方法了嗎？**
- 困難之處：心胸無大志，改變是需要勇氣

有九個點排列如下，請問如何用四條連續的直線把這九個點連起來？



參考解答 vs. 標準答案

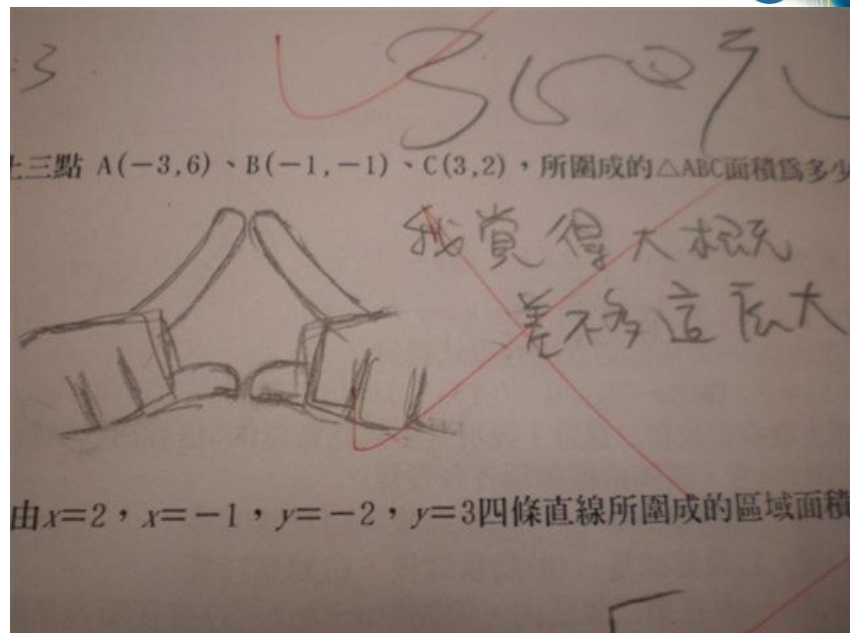
開放問題

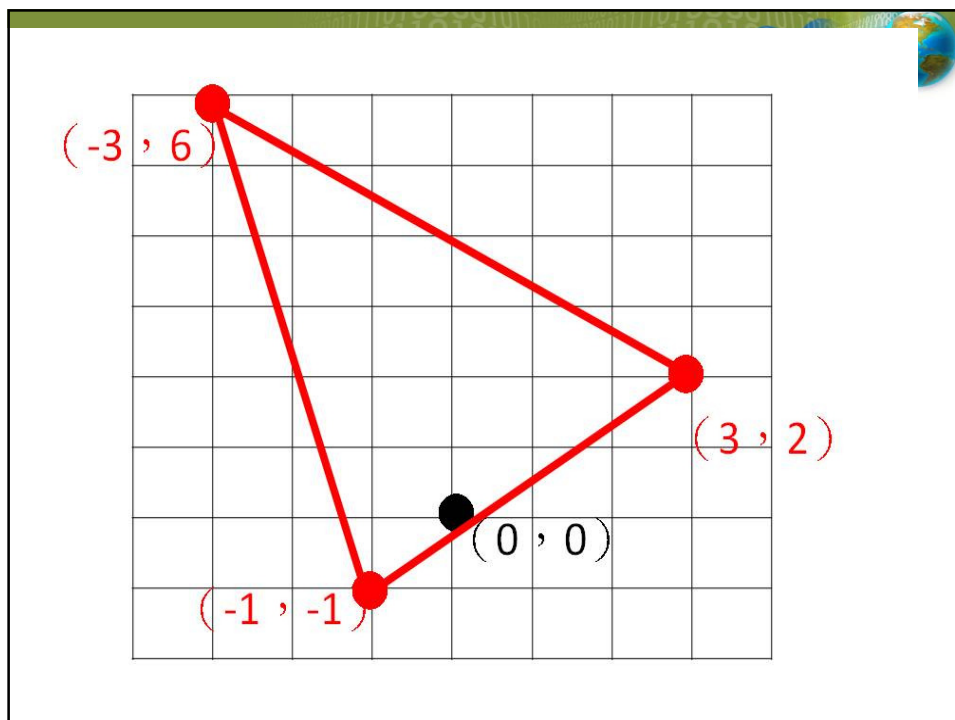
- 答案開放
- 方法開放
- 條件開放
- WIN的策略：

What If Not

吃虧就是佔便宜

- 約翰到一家正在打八折的店裡去買一件定價500元的夾克。依本國規定是需要外加5%的稅，店員先將夾克的定價加5%的稅後再打八折。約翰認為不應該如此，他要求店員應該先打八折後再算5%的稅。
- 請問這兩種做法有何差異？.....完形心理學（直覺上的誤差）





數學遊戲...戲遊學數

讓孩子**喜歡**學數學，具備能力

- 不拒絕學數學
- 不討厭學數學
- 不逃避學數學
- 不要讓孩子成為教室的「客人」！
- 學習不是學假的，只為分數

打電玩，訓練推理能力

- 身處虛擬時代，年輕人不再依靠實際經驗獲取智慧，而在電玩、網路裡，累積推理能力。
- ……中央大學認知神經科學研究所所長洪蘭
- 透過電玩，孩子經驗到很多本來不會接觸的情境。當知識面廣了，經驗增加，抽象推理的能力也變強了。
- 大腦在學會一個經驗後，會把原則抽出，儲存起來，下次再碰到類似情況時，馬上提出來用。
- 年輕人不再靠實際的經驗，去增加他們的智慧，他們從虛擬中學。
- 彈性、比擬、類化、推論和活用是智慧成長的特徵。大腦的彈性越大，接受新東西的能力越強。

腦力激盪學數學_課程PISA化

- 小小攝影師
- 圖形造型
- 立體圖形
- 縫紉商謎題
—潘羅斯拼圖—杜德奈巧拼正五邊形
- 數字和越大越……以和為貴
- 填蛋糕圓盤遊戲……分數概念
- 青蛙交換遊戲
- 堆球遊戲—青蛙跳遊戲—青蛙跳石頭



讓每個孩子都能成功 SUCCESS FOR ALL STUDENTS

投入才會深入 付出才能傑出

- 學校的數學訓練要能應用到日常生活中，數學教育才有意義。能面對有情境的數學問題，才是數學教育的真正戰場……曹亮吉 臺灣大學數學系退休教授
- 成就每一個孩子---進行學生學力檢測並進行補救教學
- 教育最大的目的，就是讓每位受教者能得到適性發展，並有效開啟其學習潛能。
- 「適性學習」不是一種口號，必須落實在學習診斷和補救教學基礎上，始能見到效果

結語與省思

- 每一顆種子，都有適合它生長的一片土地。
- 孩子因您而美麗
- 落實弱勢學生的診斷與教育安置的工作
- 充滿學習的動機與自信，展露出燦爛的笑容。
- 分享每份愛，感動一直在。



報告完畢
感謝指教

